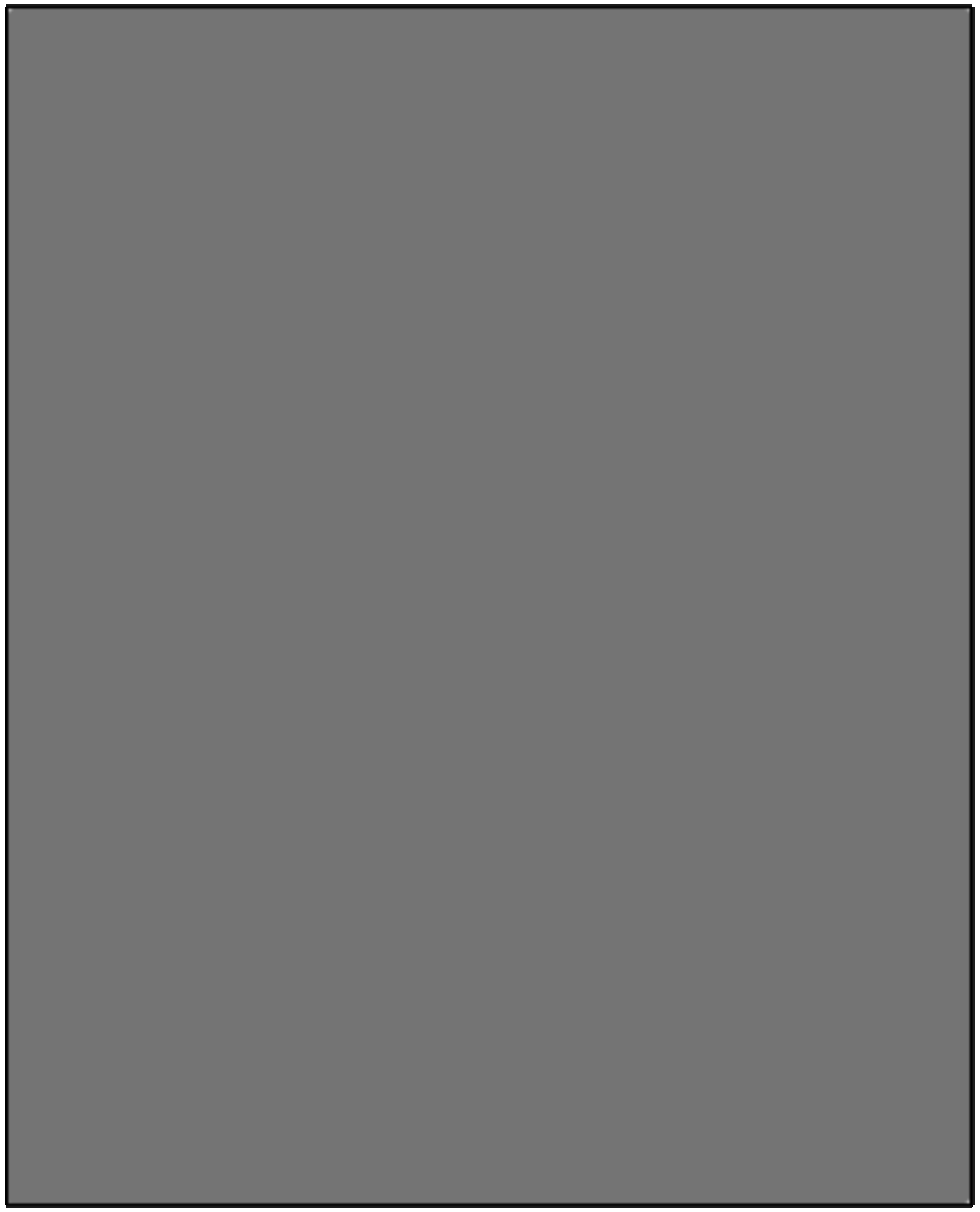
Pravděpodobnostní metody a matematická statistika

Prof. RNDr. Gejza Dohnal, CSc.

X. Úvod do matematické statistiky

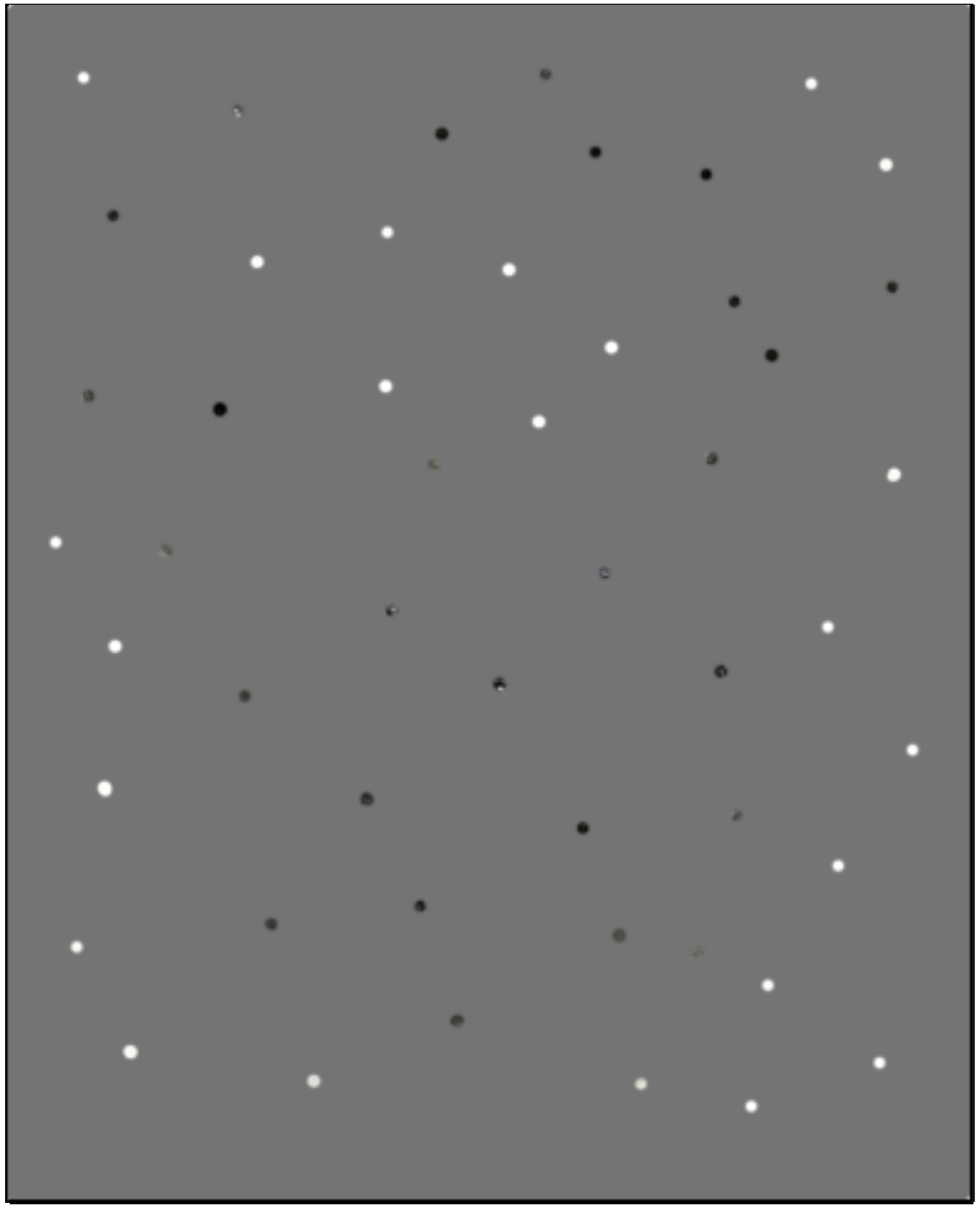
https://sms.nipax.cz/pas

Úloha statistické indukce



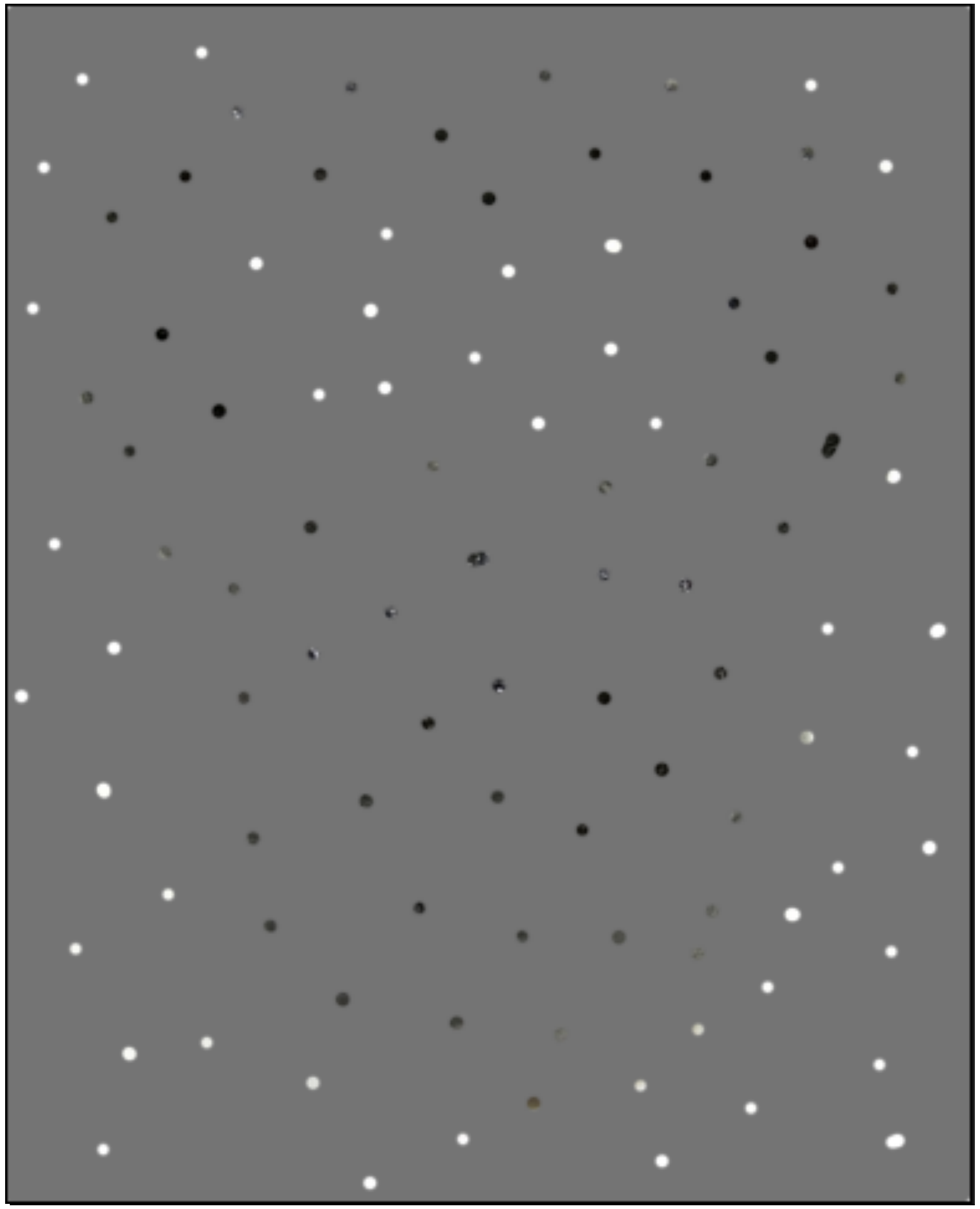
Úloha statistické indukce

n=50



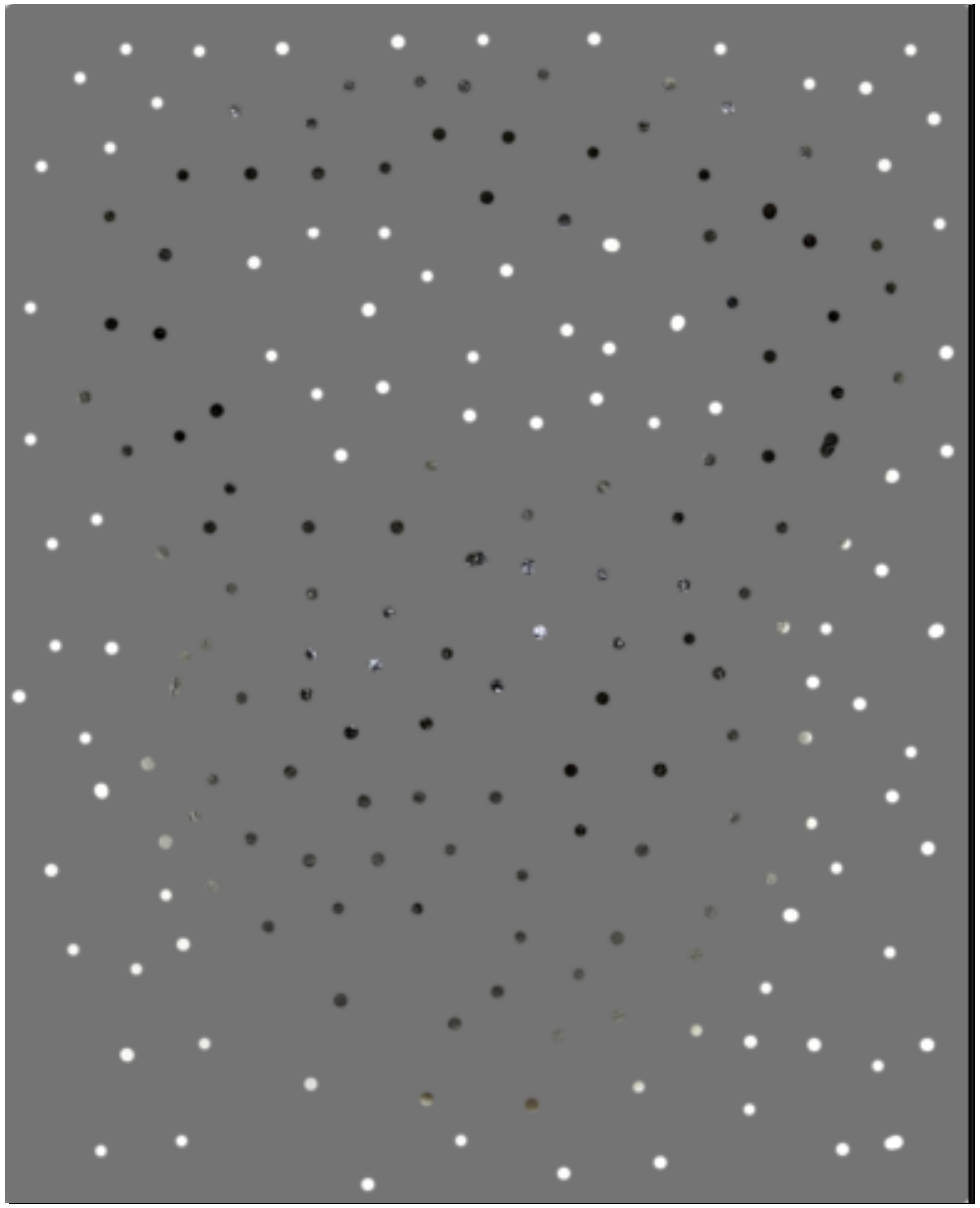
Úloha statistické indukce

n=100



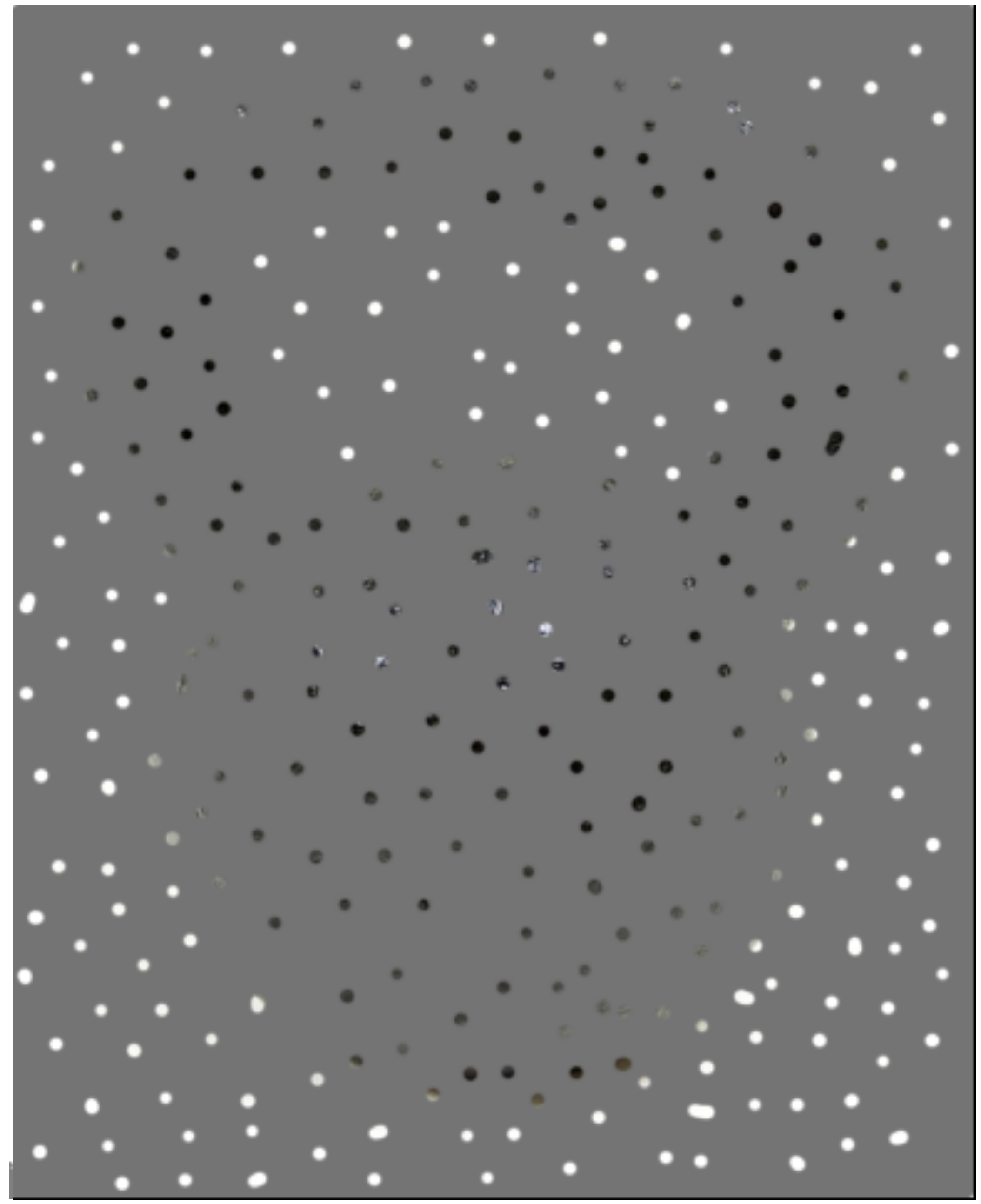
Úloha statistické indukce

n=200

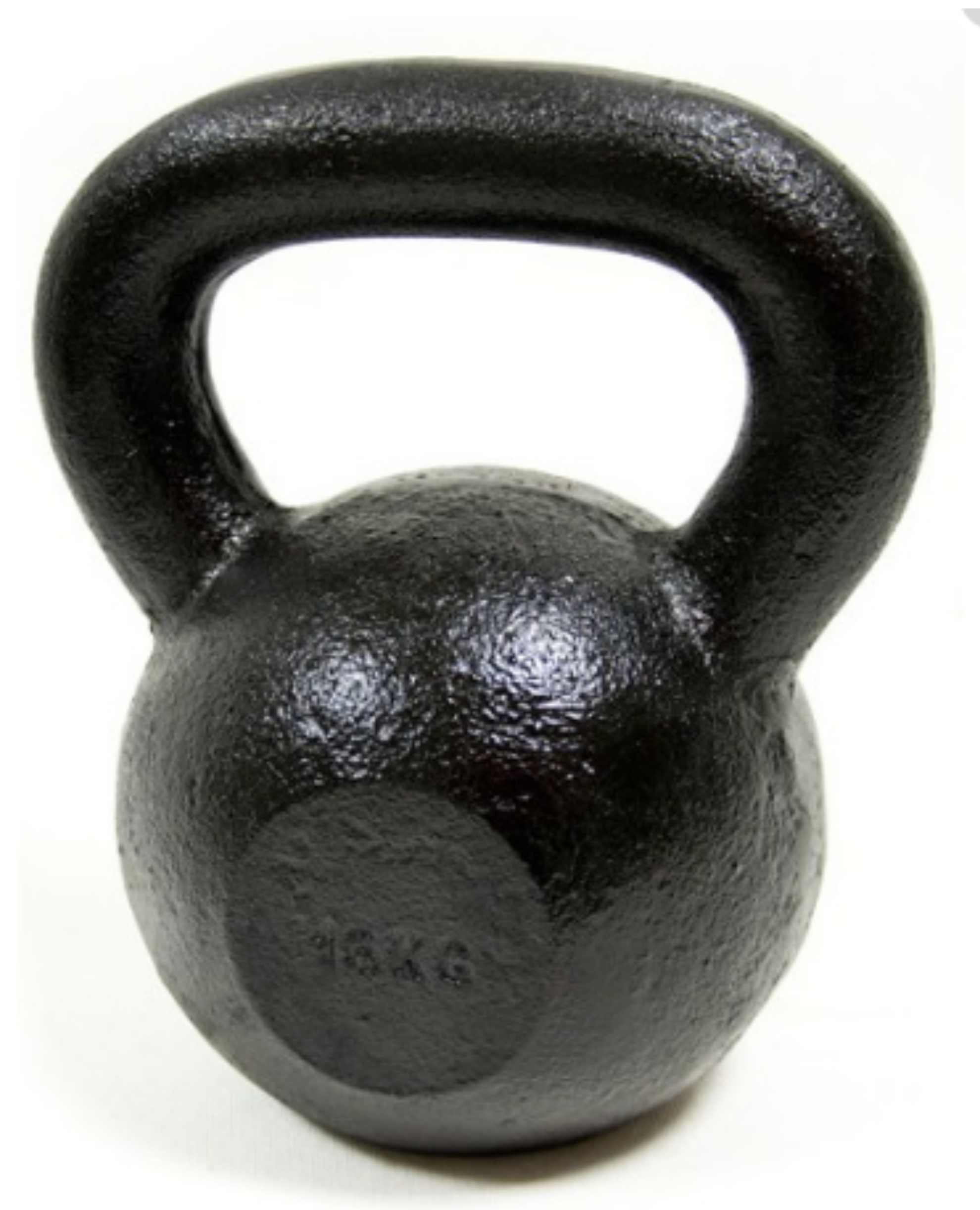


Úloha statistické indukce

n=300

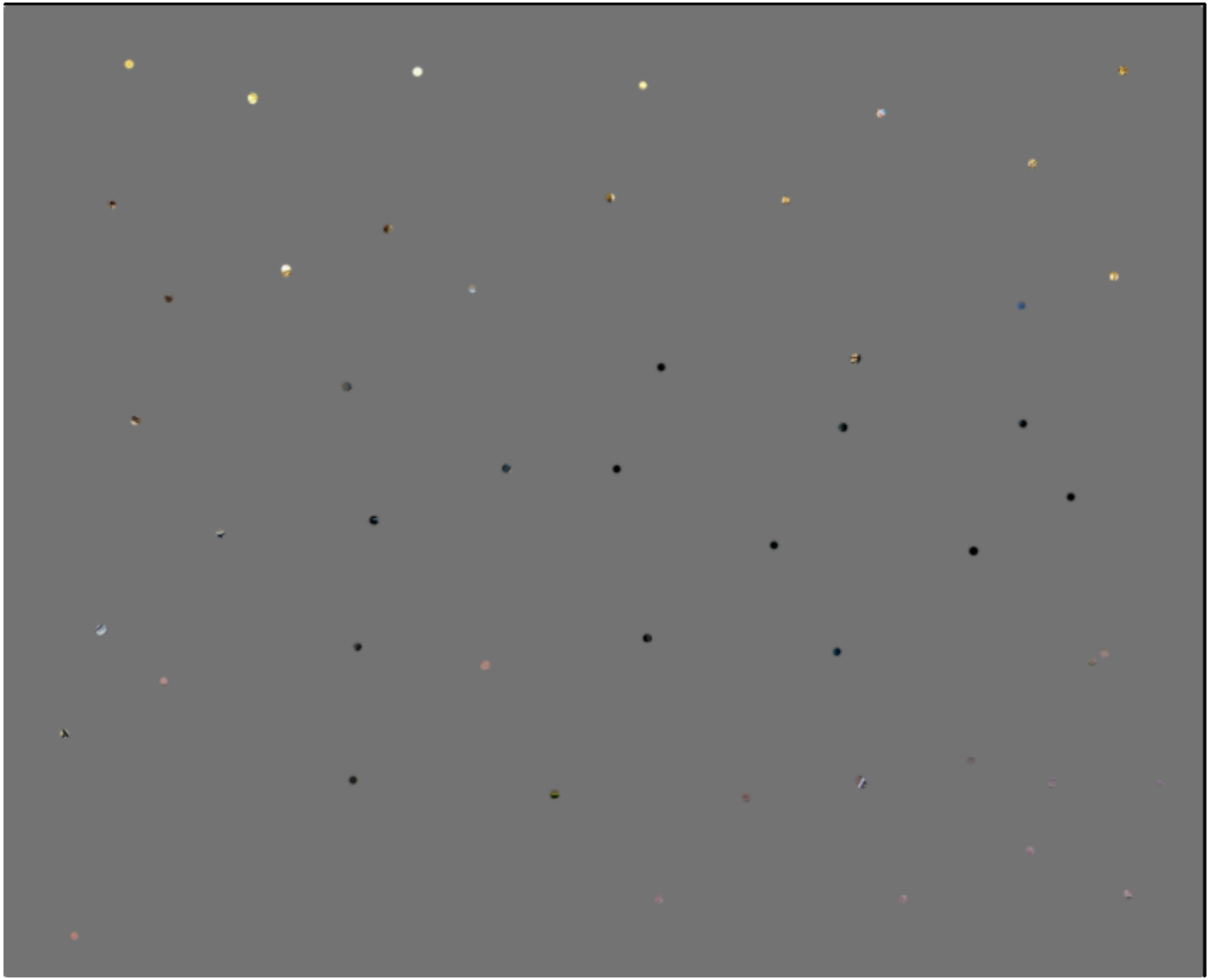


Úloha statistické indukce



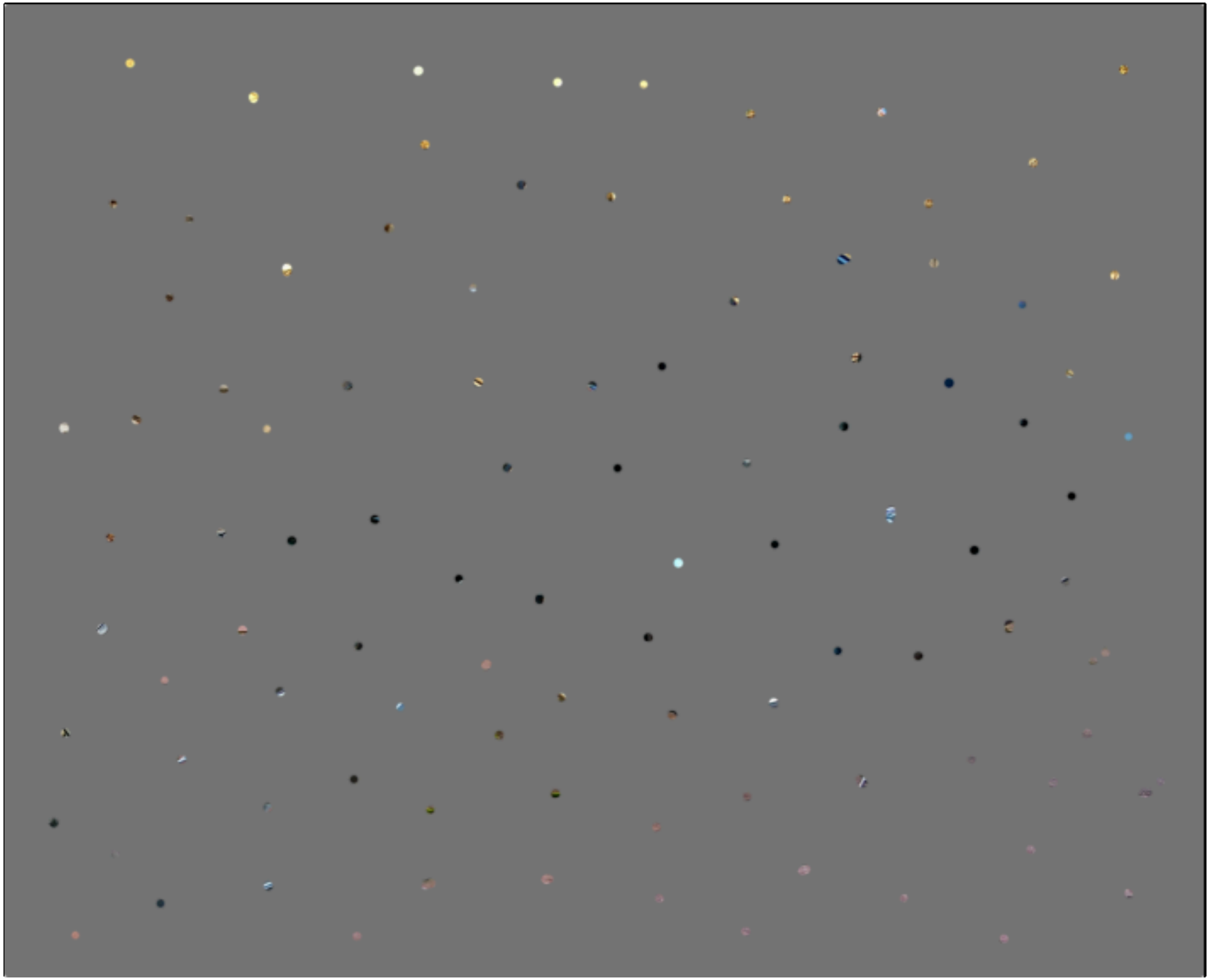
Kettlebell

Úloha statistické indukce



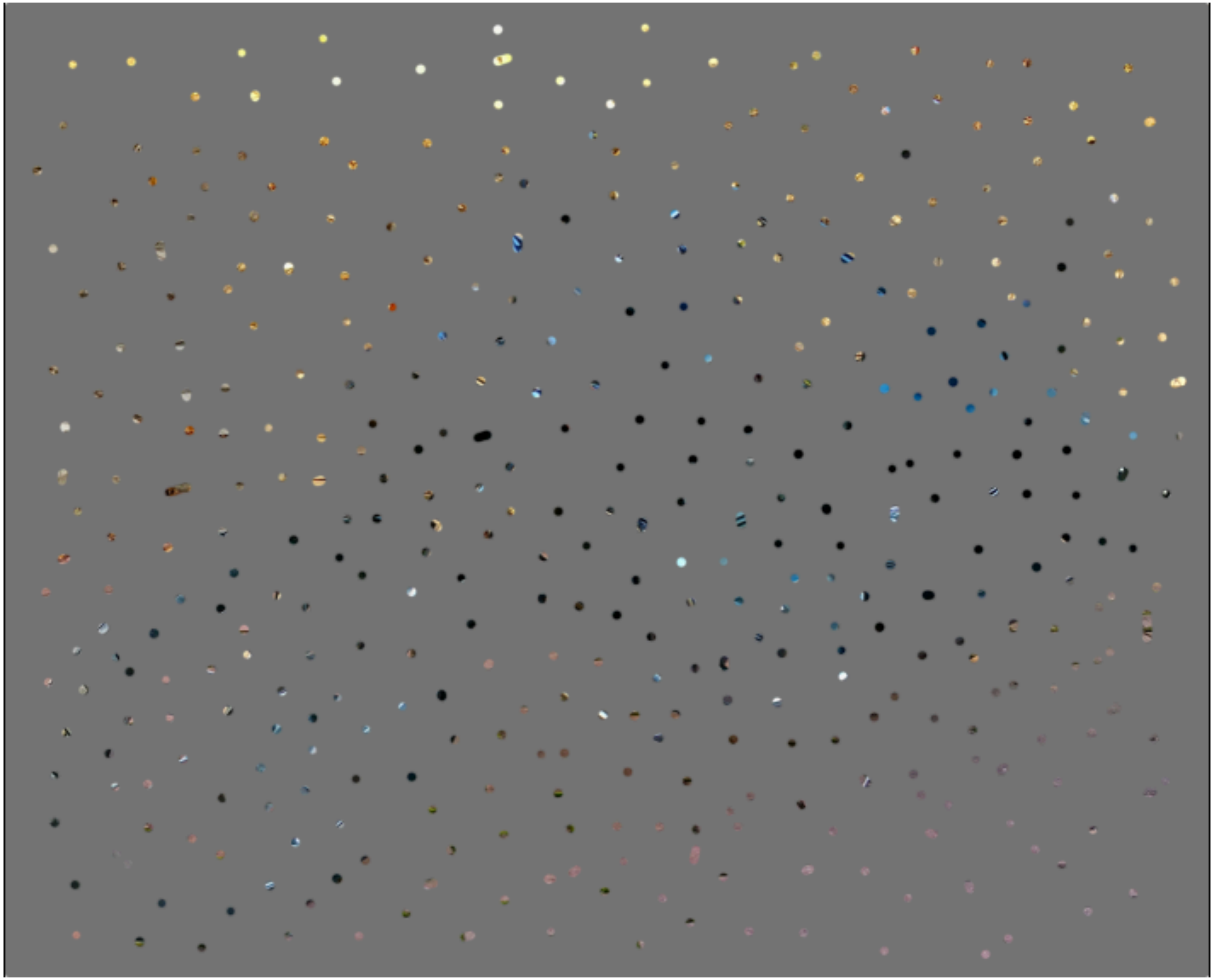
n=50

Úloha statistické indukce



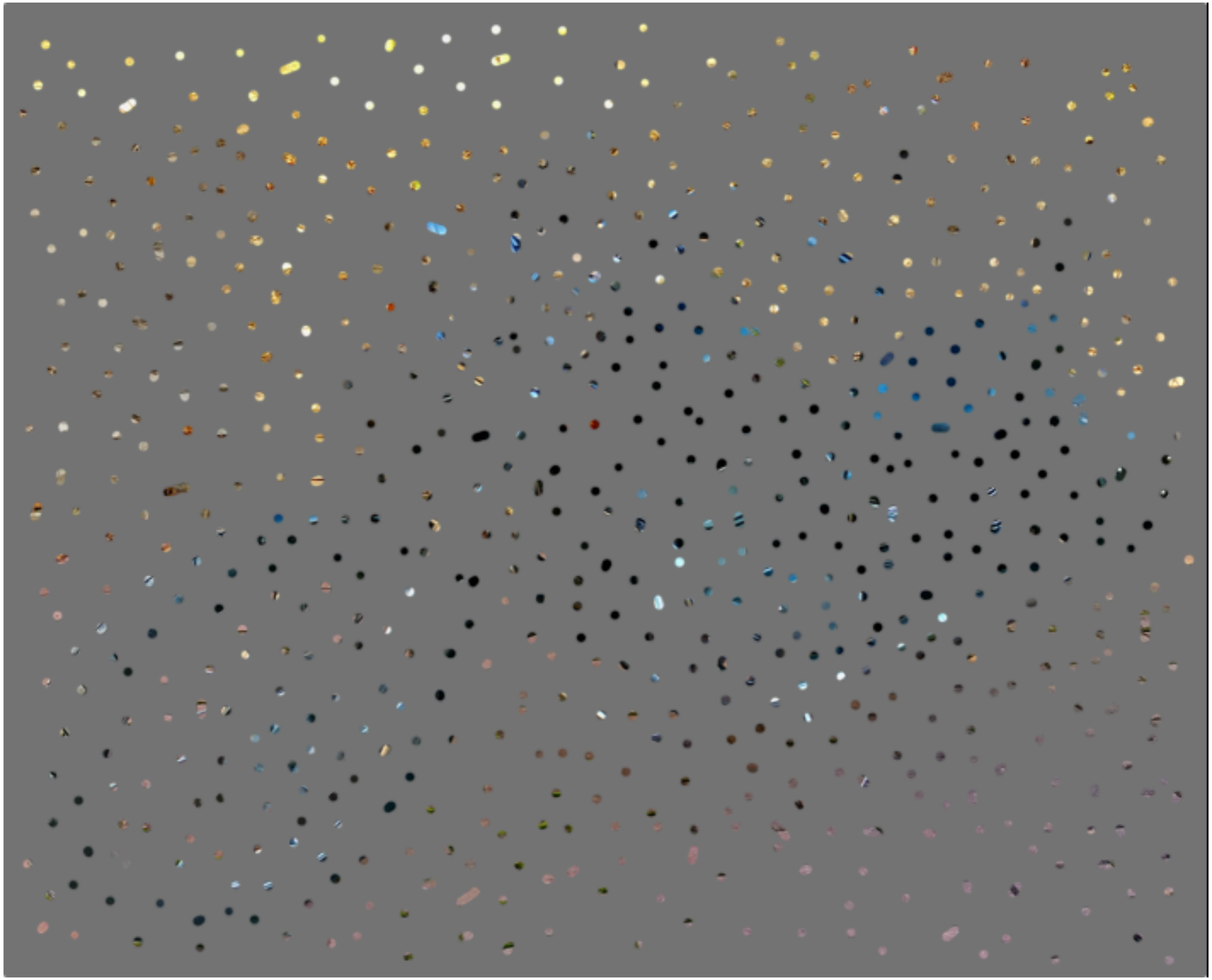
n=100

Úloha statistické indukce



n=300

Úloha statistické indukce



n=500

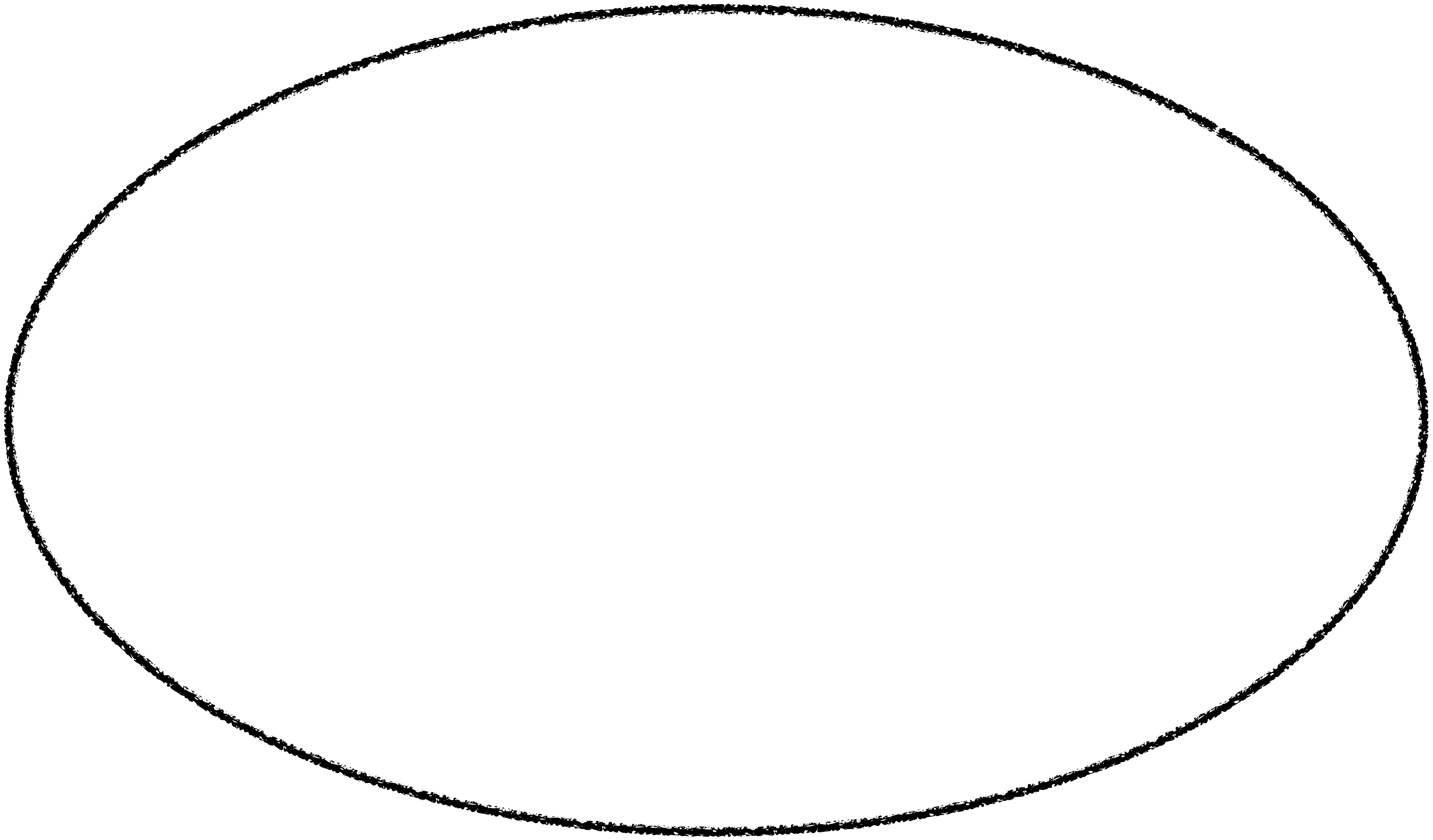
Úloha statistické indukce

Kawasaki
EN 500

Úloha statistické indukce

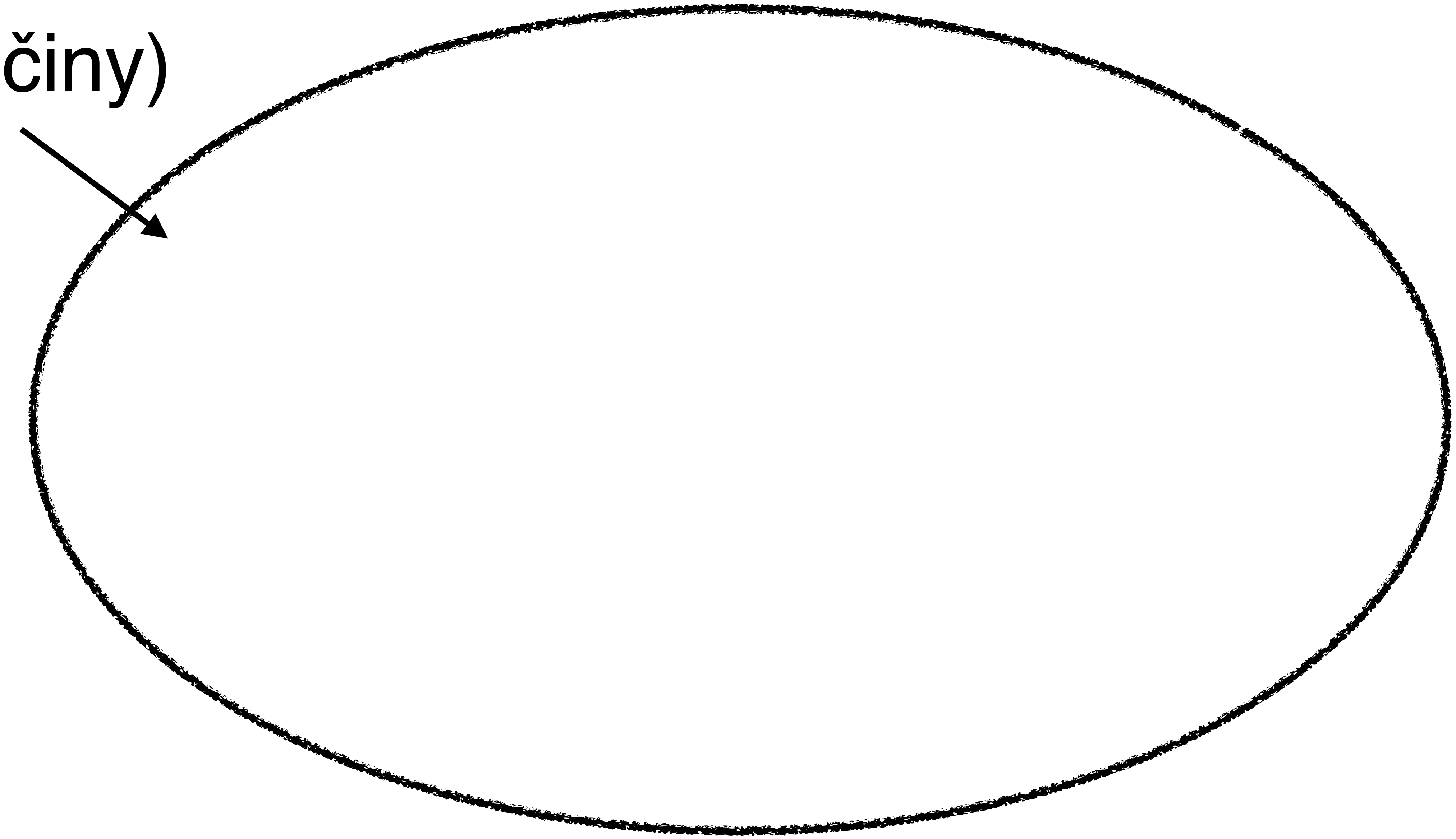
Kawasaki
EN 500

Úloha statistické indukce

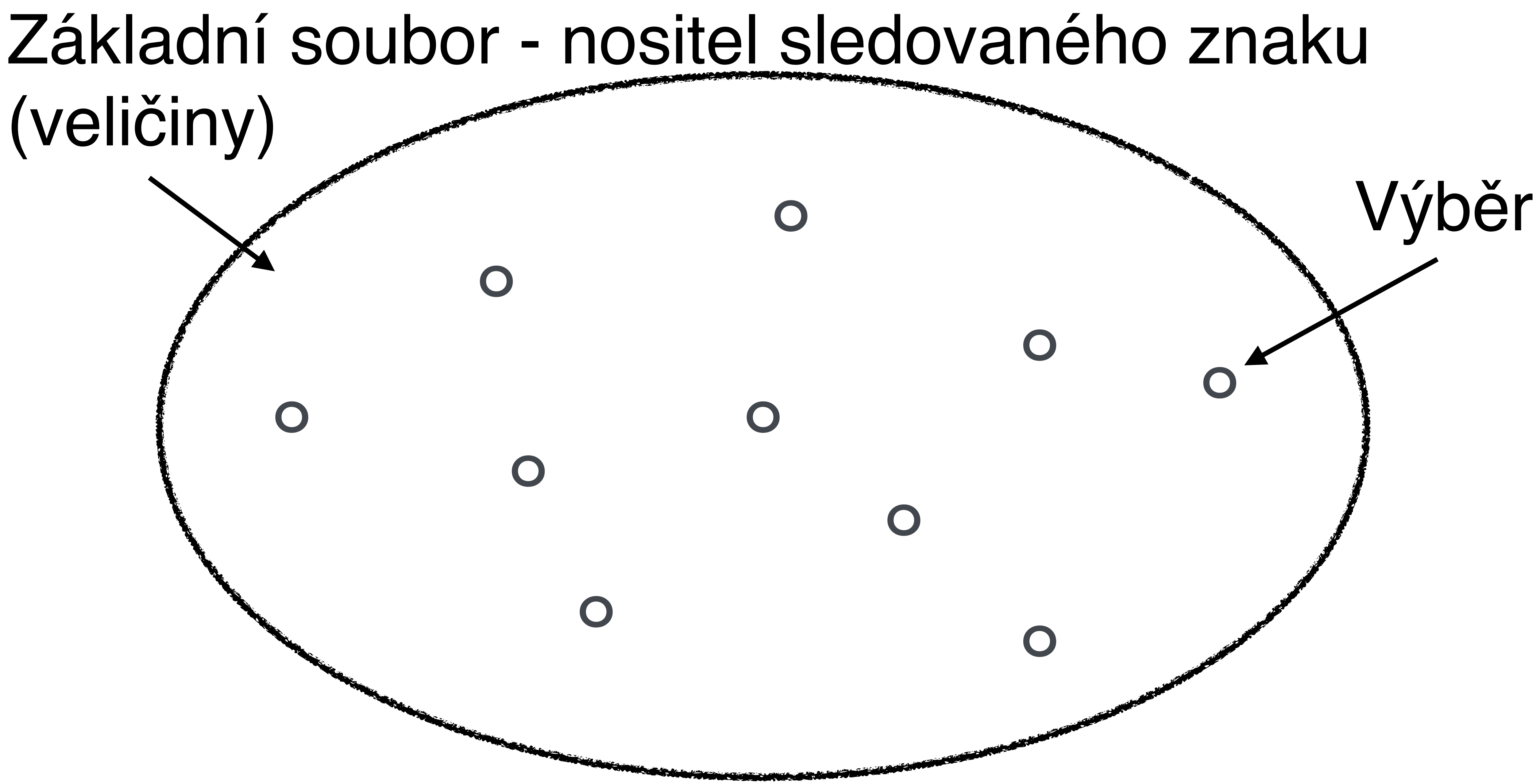


Úloha statistické indukce

Základní soubor - nositel sledovaného znaku (veličiny)



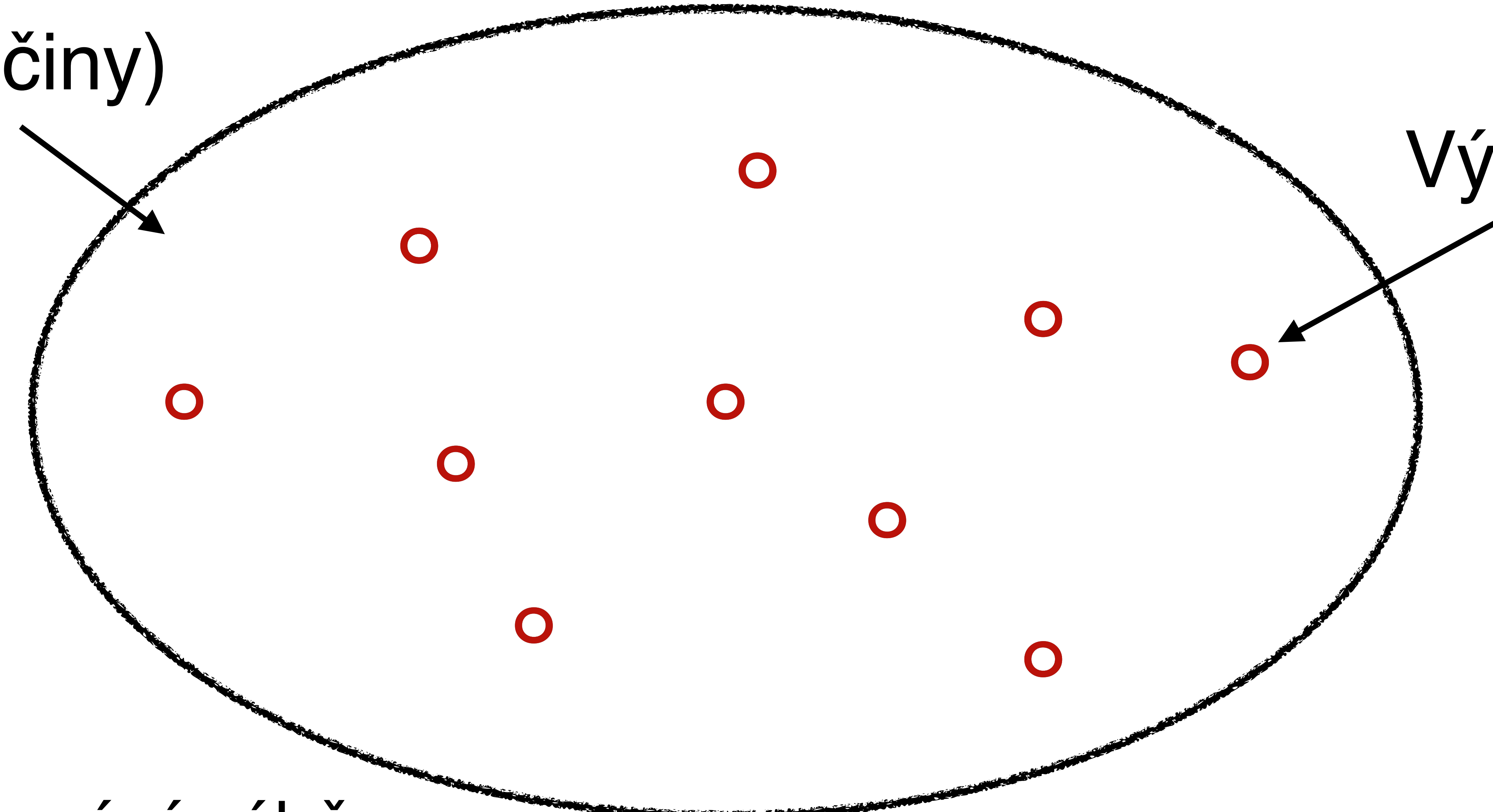
Úloha statistické indukce



Úloha statistické indukce

Základní soubor - nositel sledovaného znaku (veličiny)

Výběr

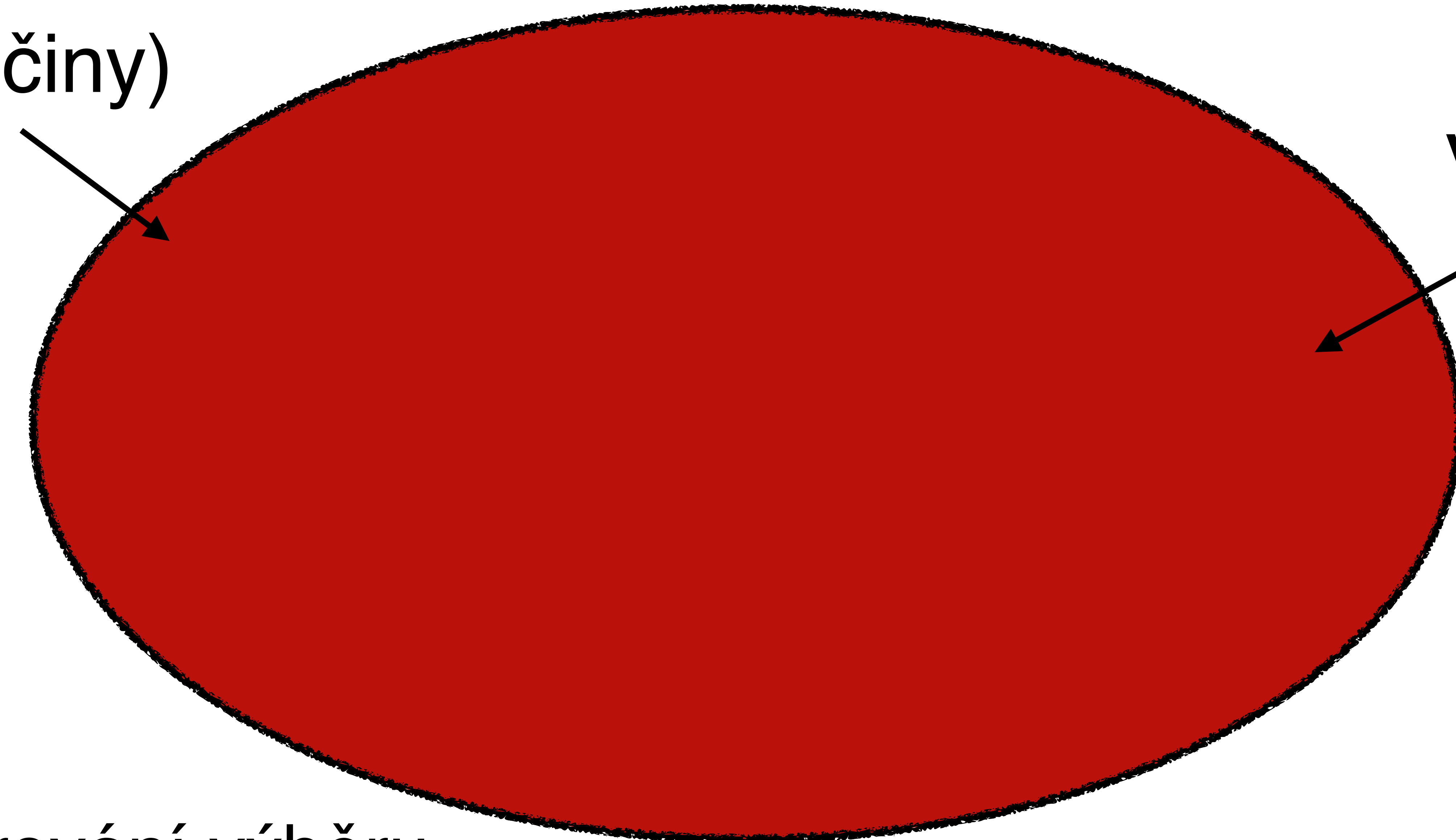


Pozorování výběru
(měření sledovaného znaku) => Zjištění vlastností výběru

Úloha statistické indukce

Základní soubor - nositel sledovaného znaku (veličiny)

Výběr



Pozorování výběru

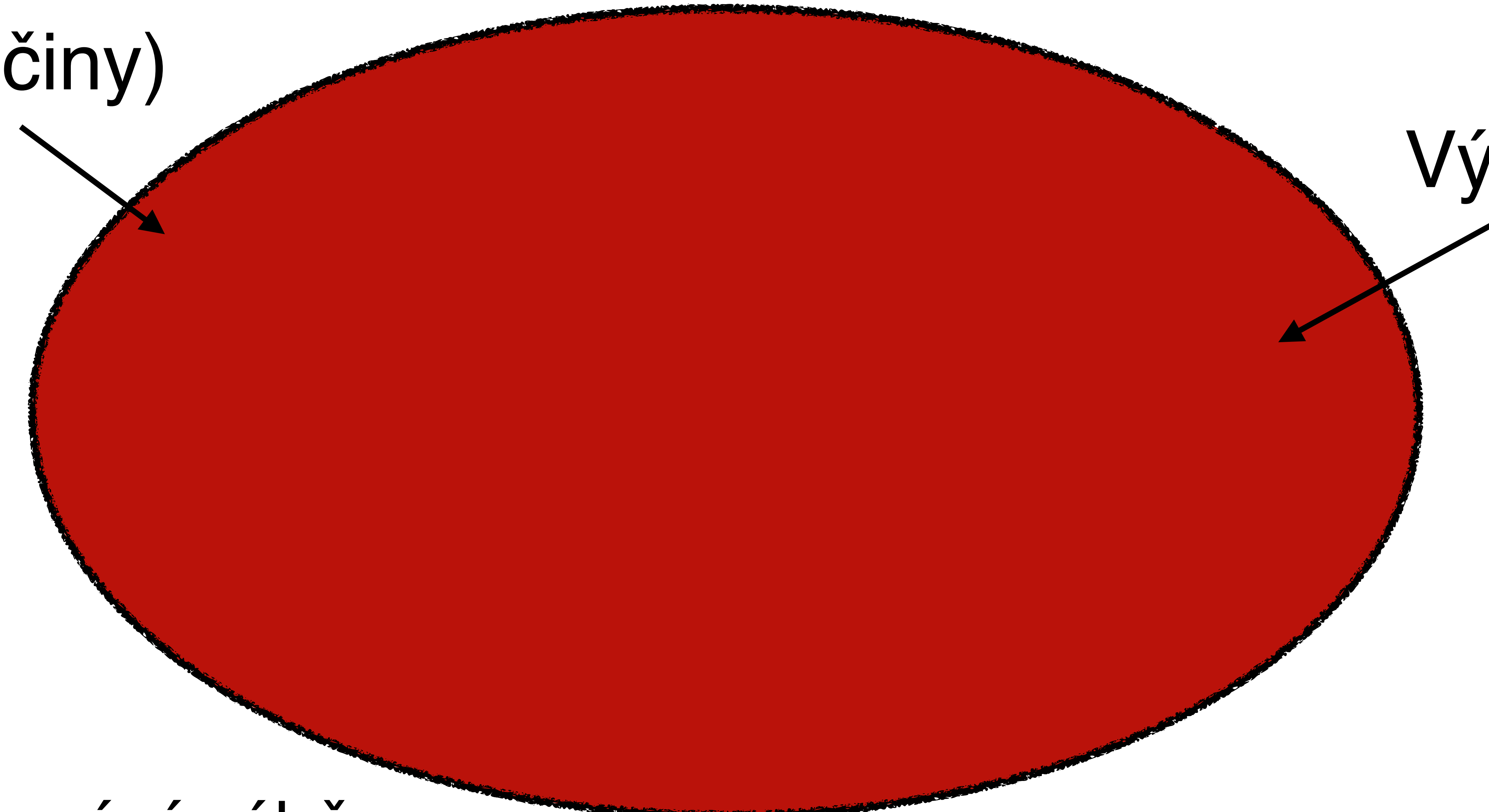
(měření sledovaného znaku) => Zjištění vlastností výběru

=> zobecnění na celý základní soubor

Úloha statistické indukce

Základní soubor - nositel sledovaného znaku (veličiny)

Výběr

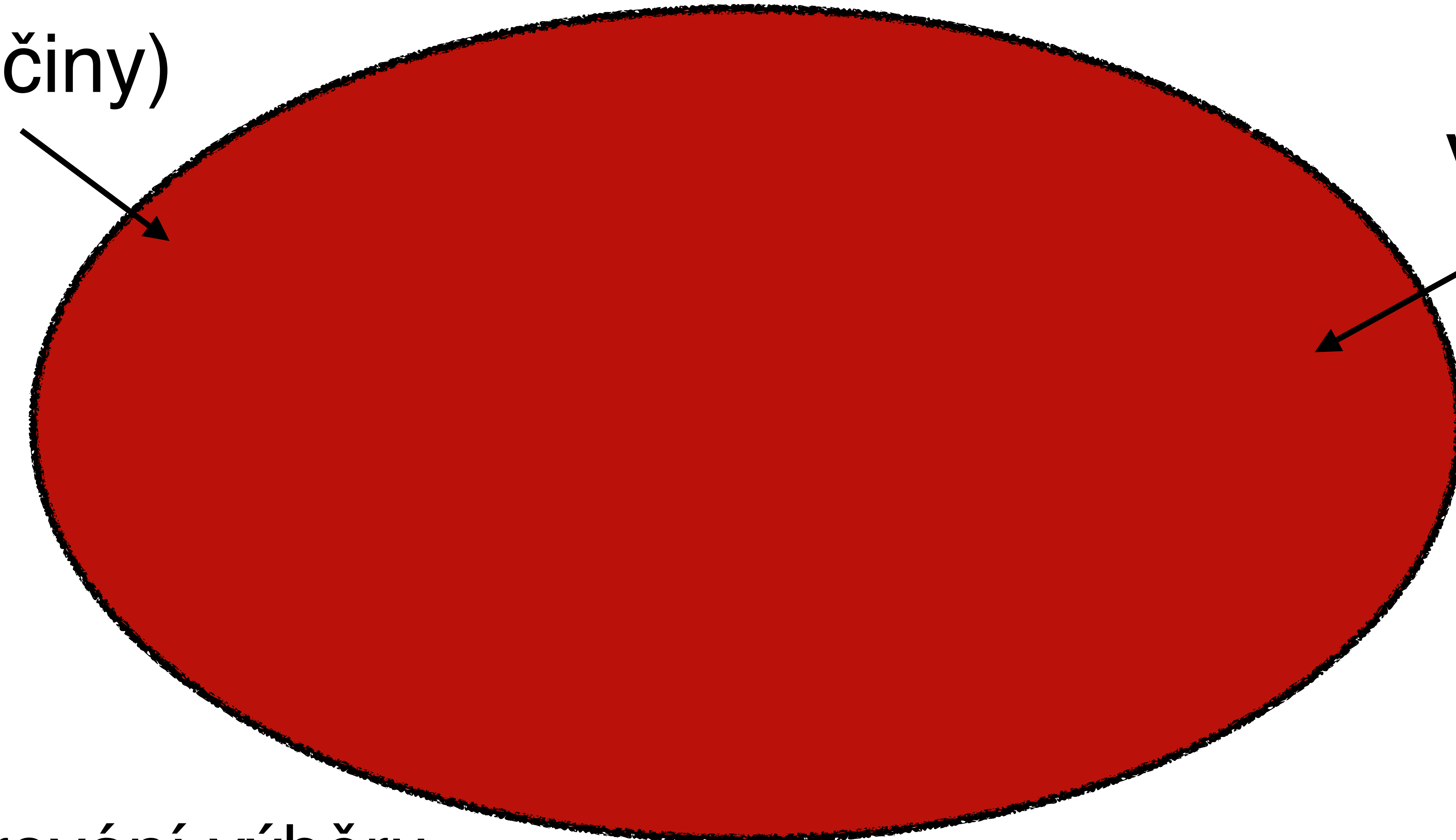


Pozorování výběru
(měření sledovaného znaku) => Zjištění vlastností výběru
=> zobecnění na celý základní soubor

Úloha statistické indukce

Základní soubor - nositel sledovaného znaku (veličiny)

Výběr

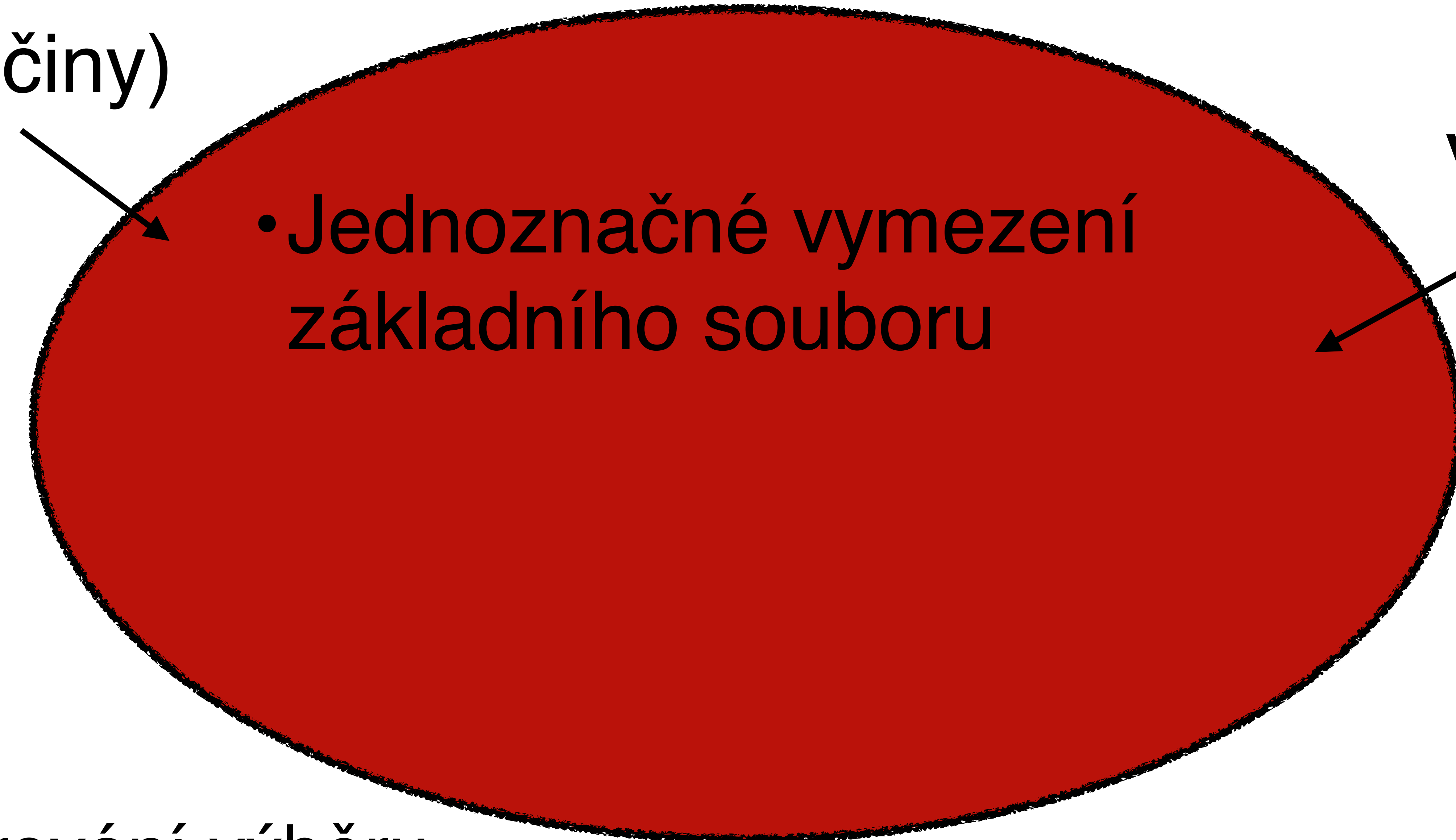


Pozorování výběru
(měření sledovaného znaku) => Zjištění vlastností výběru
=> zobecnění na celý základní soubor

Úloha statistické indukce

Základní soubor - nositel sledovaného znaku (veličiny)

Výběr



Pozorování výběru
(měření sledovaného znaku) => Zjištění vlastností výběru
=> zobecnění na celý základní soubor

Úloha statistické indukce

Základní soubor - nositel sledovaného znaku (veličiny)

Výběr

- Jednoznačné vymezení základního souboru
- Statistická povaha sledovaného znaku

Pozorování výběru
(měření sledovaného znaku) => Zjištění vlastností výběru
=> zobecnění na celý základní soubor

Úloha statistické indukce

Základní soubor - nositel sledovaného znaku (veličiny)

Výběr

- Jednoznačné vymezení základního souboru
- Statistická povaha sledovaného znaku
- Reprezentativnost výběru

Pozorování výběru
(měření sledovaného znaku) => Zjištění vlastností výběru
=> zobecnění na celý základní soubor

Úloha statistické indukce

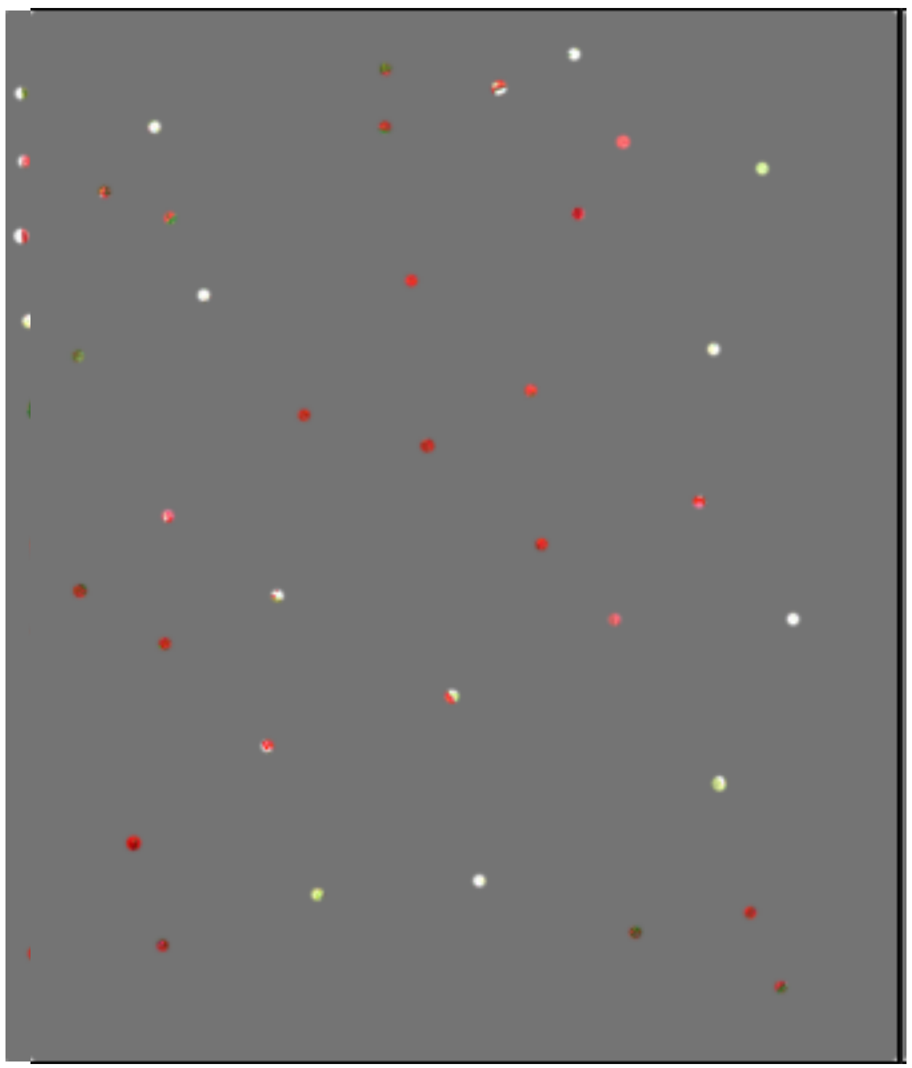
Základní soubor - nositel sledovaného znaku (veličiny)

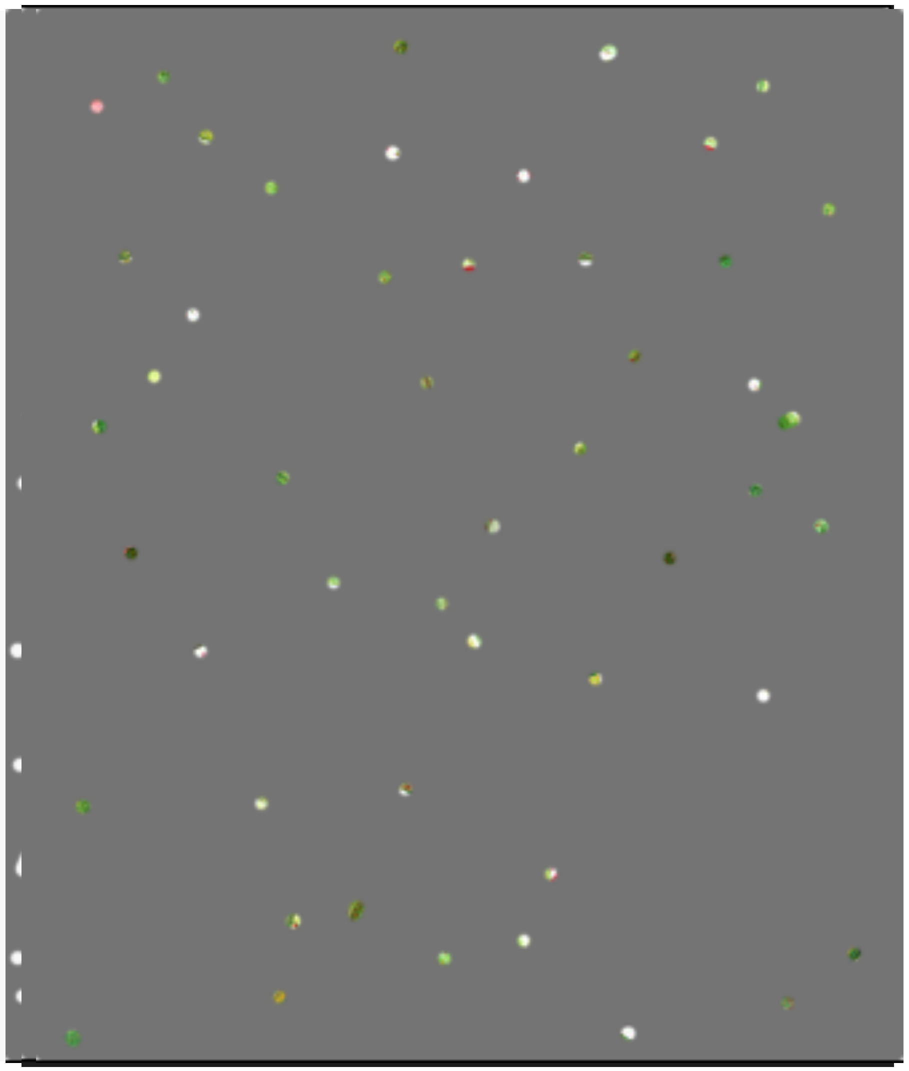
Výběr

- Jednoznačné vymezení základního souboru
- Statistická povaha sledovaného znaku
- Reprezentativnost výběru

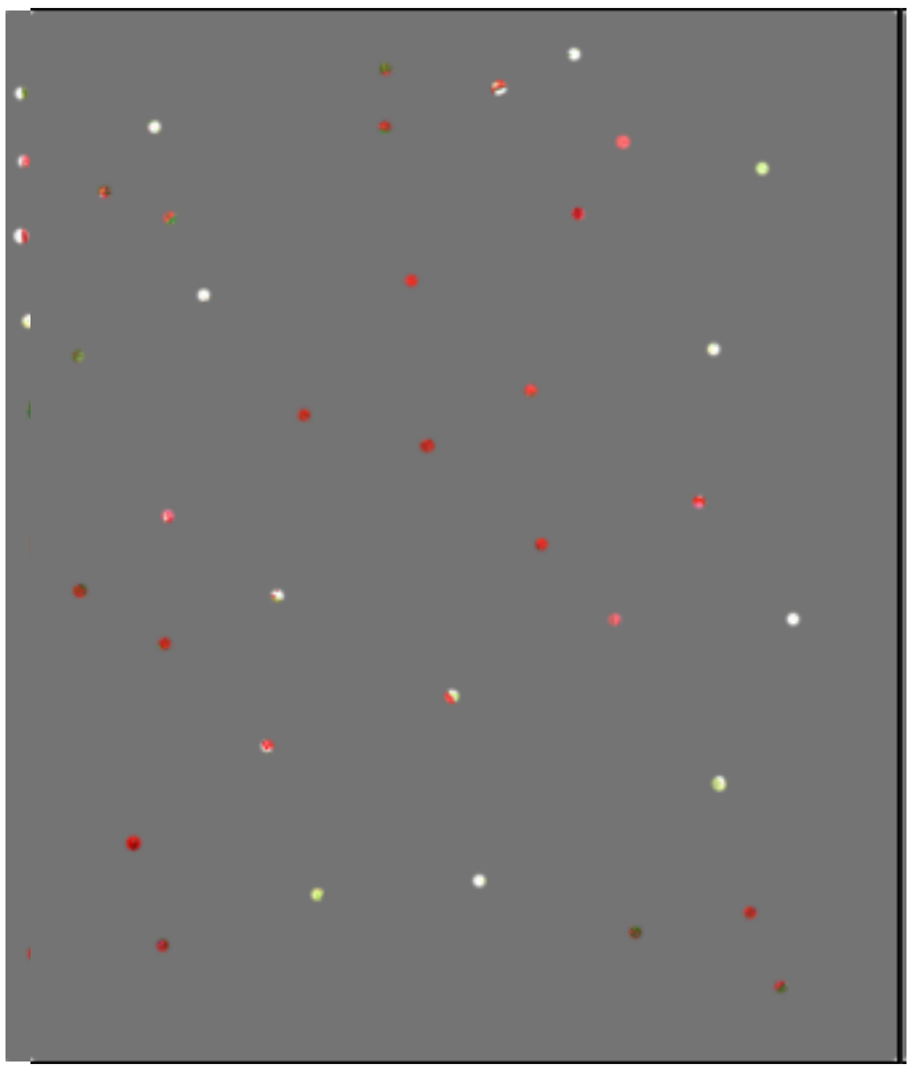
Pozorování výběru
(měření sledovaného znaku) => Zjištění vlastností výběru
=> zobecnění na celý základní soubor

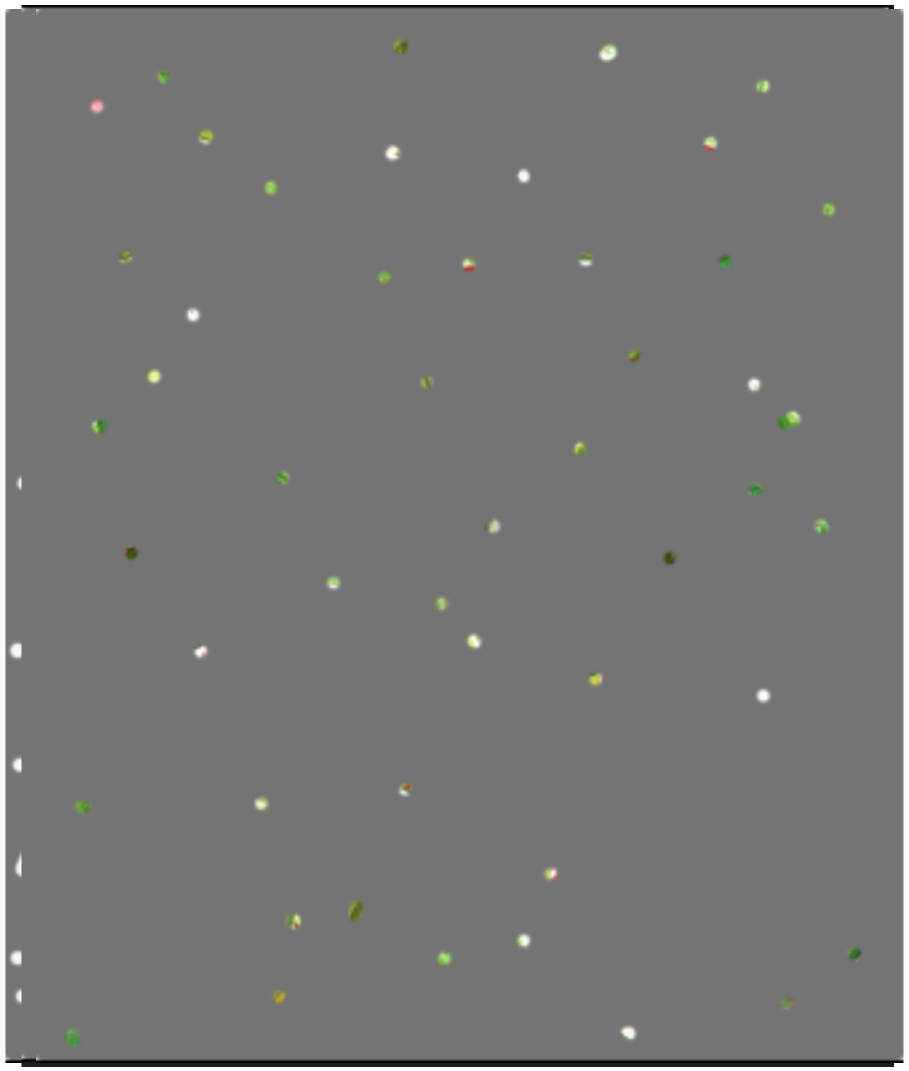
Úloha statistické indukce



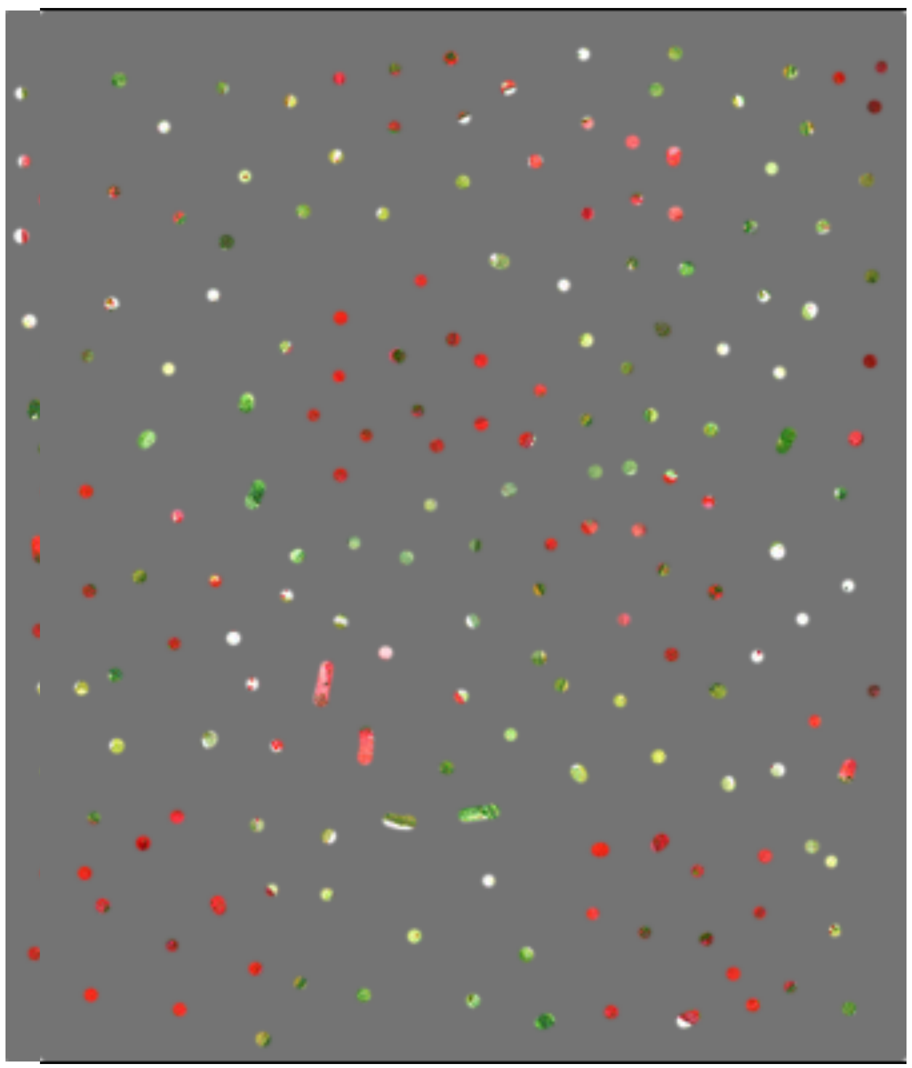


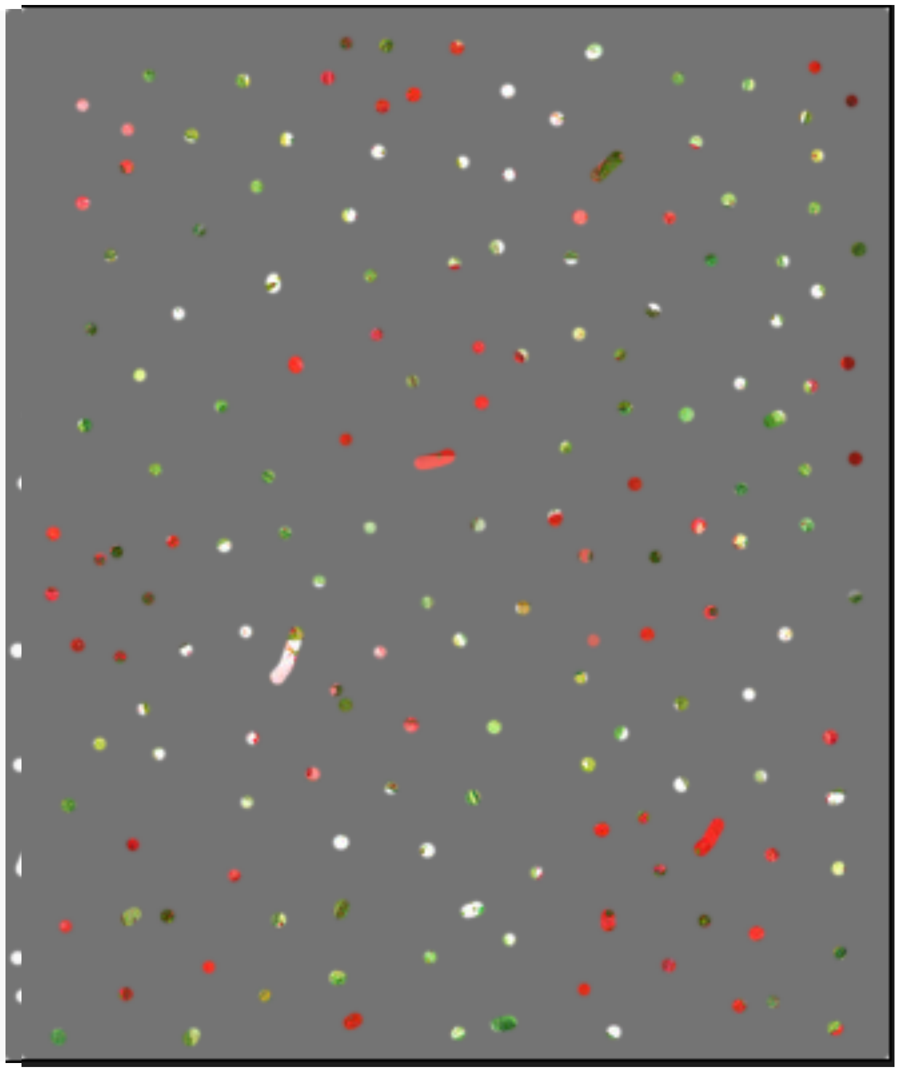
Úloha statistické indukce



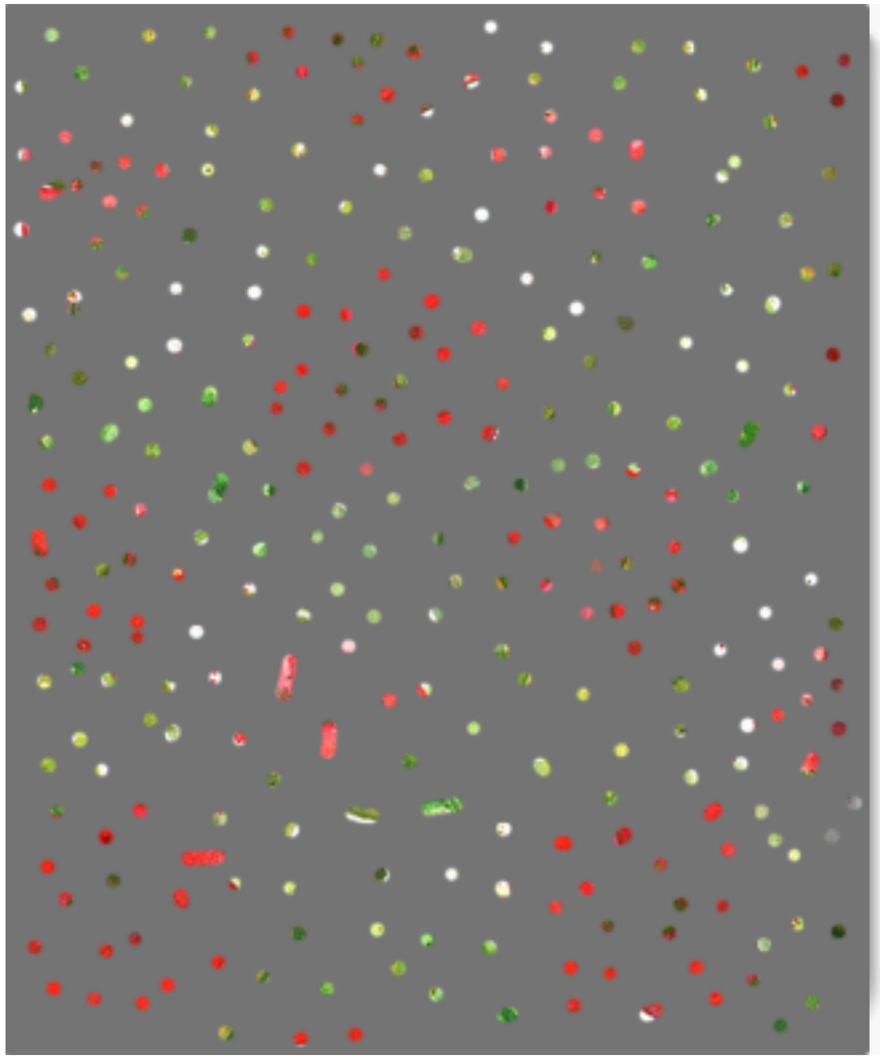


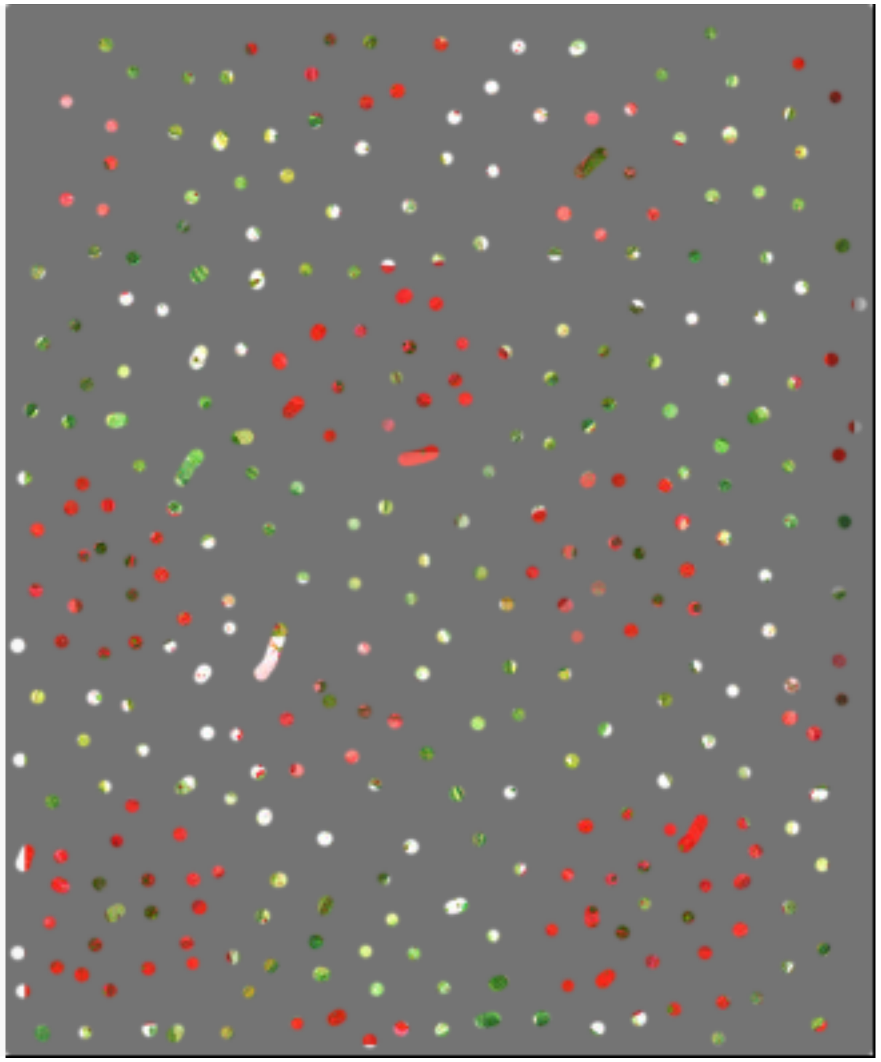
Úloha statistické indukce





Úloha statistické indukce





Úloha statistické indukce

Statistické charakteristiky

Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

Pravděpodobnostní charakteristiky	Výběrové charakteristiky
Střední hodnota $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$	Výběrový průměr $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$
Momenty $\mu_k(X) = E(X - E(X))^k$	Výběrové momenty $m_k(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{X})^k$
Rozptyl $var(X) = E(X - E(X))^2$	Výběrový rozptyl $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{X})^2$
Kvantily $\tilde{x}_{100\alpha}$	Výběrové kvantily $X_{([np]+1)}$

Statistické charakteristiky

Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

Pravděpodobnostní charakteristiky	Výběrové charakteristiky
Střední hodnota $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$	Výběrový průměr $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$
Momenty $\mu_k(X) = E(X - E(X))^k$	Výběrové momenty $m_k(X) = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^k$
Rozptyl $var(X) = E(X - E(X))^2$	Výběrový rozptyl $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^2$
Kvantily $\tilde{x}_{100\alpha}$	Výběrové kvantily $X_{([np]+1)}$

Statistické charakteristiky

Za předpokladu, že náhodný výběr je nezávislý a je z normálního rozdělení, t.j. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ jsou i.i.d. a $X_k \sim N(\mu,\sigma^2)$, $k = 1, 2, \ldots, n$, lze určit rozdělení pravděpodobnosti některých charakteristik:

Statistické charakteristiky

Za předpokladu, že náhodný výběr je nezávislý a je z normálního rozdělení, t.j. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ jsou i.i.d. a $X_k \sim N(\mu,\sigma^2)$, $k = 1, 2, \ldots, n$, lze určit rozdělení pravděpodobnosti některých charakteristik:

- Pokud je μ a σ^2 známé, má výběrový průměr $\bar{X}_n$ rozdělení $N(\mu,\sigma^2/n)$

Statistické charakteristiky

Za předpokladu, že náhodný výběr je nezávislý a je z normálního rozdělení, t.j. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ jsou i.i.d. a $X_k \sim N(\mu,\sigma^2)$, $k = 1, 2, \ldots, n$, lze určit rozdělení pravděpodobnosti některých charakteristik:

- Pokud je μ a σ^2 známé, má výběrový průměr $\bar{X}_n$ rozdělení $N(\mu,\sigma^2/n)$
- Pokud μ a σ^2 neznáme, má veličina $T = (X - \bar{X})/s$ tzv. Studentovo neboli t-rozdělení $t(n\text{-}1)$

Statistické charakteristiky

Za předpokladu, že náhodný výběr je nezávislý a je z normálního rozdělení, t.j. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ jsou i.i.d. a $X_k \sim N(\mu,\sigma^2)$, $k = 1, 2, \ldots, n$, lze určit rozdělení pravděpodobnosti některých charakteristik:

- Pokud je μ a σ^2 známé, má výběrový průměr $\bar{X}_n$ rozdělení $N(\mu,\sigma^2/n)$
- Pokud μ a σ^2 neznáme, má veličina $T=(X-\bar{X})/s$ tzv. Studentovo neboli t-rozdělení $t(n\text{-}1)$
- Veličina $S^2 = (n\text{-}1).s^2/\sigma^2$ má $\chi^2(n\text{-}1)$ rozdělení (o n-1 stupních volnosti)

Statistické charakteristiky

Za předpokladu, že náhodný výběr je nezávislý a je z normálního rozdělení, t.j. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ jsou i.i.d. a $X_k \sim \mathrm{N}(\mu,\sigma^2)$, $k = 1, 2, \ldots, n$, lze určit rozdělení pravděpodobnosti některých charakteristik:

- Pokud je μ a σ^2 známé, má výběrový průměr $\bar{X}_n$ rozdělení $\mathrm{N}(\mu,\sigma^2/n)$
- Pokud μ a σ^2 neznáme, má veličina $T = (X - \bar{X})/s$ tzv. Studentovo neboli t-rozdělení $t(n-1)$
- Veličina $S^2 = (n-1).s^2/\sigma^2$ má $\chi^2(n-1)$ rozdělení (o n-1 stupních volnosti)

Statistické charakteristiky

Další důležité výběrové charakteristiky:

- Výběrová šikmost (skewness): $$Skew(X) = \frac{m_3(X)}{m_2^{3/2}(X)}$$

Statistické charakteristiky

Další důležité výběrové charakteristiky:

- Výběrová šikmost (skewness): $Skew(X) = \dfrac{m_3(X)}{m_2^{3/2}(X)}$

  pro $X \sim \mathrm{N}(\mu,\sigma^2)$ je

$$E(Skew(X)) = 0 \qquad var(Skew(X)) = \frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}$$

Statistické charakteristiky

Další důležité výběrové charakteristiky:

- Výběrová šikmost (skewness): $$Skew(X) = \frac{m_3(X)}{m_2^{3/2}(X)}$$

  pro $X \sim \mathrm{N}(\mu,\sigma^2)$ je

$$E(Skew(X)) = 0 \qquad var(Skew(X)) = \frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}$$

- Výběrová špičatost (kurtosis): $$Kurt(X) = \frac{m_4(X)}{m_2^2(X)} - 3$$

Statistické charakteristiky

Další důležité výběrové charakteristiky:

- Výběrová šikmost (skewness): $$Skew(X) = \frac{m_3(X)}{m_2^{3/2}(X)}$$

  pro $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ je

$$E(Skew(X)) = 0 \qquad var(Skew(X)) = \frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}$$

- Výběrová špičatost (kurtosis): $$Kurt(X) = \frac{m_4(X)}{m_2^2(X)} - 3$$

  pro $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ je

$$E(Kurt(X)) = -\frac{6}{n+1} \qquad var(Kurt(X)) = \frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}$$

Statistické charakteristiky

Další důležité výběrové charakteristiky:

- Výběrová šikmost (skewness): $$Skew(X) = \frac{m_3(X)}{m_2^{3/2}(X)}$$

  pro $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ je

$$E(Skew(X)) = 0 \qquad var(Skew(X)) = \frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}$$

- Výběrová špičatost (kurtosis): $$Kurt(X) = \frac{m_4(X)}{m_2^2(X)} - 3$$

  pro $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ je

$$E(Kurt(X)) = -\frac{6}{n+1} \qquad var(Kurt(X)) = \frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}$$

Máme-li dostatečný počet pozorování (řádově stovky), mají statistiky

$$T_3 = \frac{S_{kew}^{norm}}{\sqrt{Var(S_{kew}^{norm})}} \qquad T_4 = \frac{K_{urt}^{norm} - E(K_{urt}^{norm})}{\sqrt{Var(K_{urt}^{norm})}}$$

přibližně standardní normální rozdělení pravděpodobnosti.

Statistické charakteristiky

Další důležité výběrové charakteristiky:

- Výběrová šikmost (skewness): $$Skew(X) = \frac{m_3(X)}{m_2^{3/2}(X)}$$

  pro $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ je

$$E(Skew(X)) = 0 \qquad var(Skew(X)) = \frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}$$

- Výběrová špičatost (kurtosis): $$Kurt(X) = \frac{m_4(X)}{m_2^2(X)} - 3$$

  pro $X \sim N(\mu,\sigma^2)$ je

$$E(Kurt(X)) = -\frac{6}{n+1} \qquad var(Kurt(X)) = \frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}$$

Máme-li dostatečný počet pozorování (řádově stovky), mají statistiky

$$T_3 = \frac{S_{kew}^{norm}}{\sqrt{Var(S_{kew}^{norm})}} \qquad T_4 = \frac{K_{urt}^{norm} - E(K_{urt}^{norm})}{\sqrt{Var(K_{urt}^{norm})}}$$

přibližně standardní normální rozdělení pravděpodobnosti.

Pořadové statistiky

Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

Pořadové statistiky

Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

- *Uspořádaný výběr*: $X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}$ vznikne z původního výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$ uspořádáním podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Pořadové statistiky

Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

- *Uspořádaný výběr*: $X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}$ vznikne z původního výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$ upořádáním podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$.
- *Pořadová statistika*: $X_{(k)}$ je náhodná veličina X_m, která je k-tá v po-řadí podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Index k nazýváme *pořadím veličiny* X_m a zapisujeme to $R_m = k$.

Pořadové statistiky

Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

- *Uspořádaný výběr*: $X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}$ vznikne z původního výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$ upořádáním podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$.
- *Pořadová statistika*: $X_{(k)}$ je náhodná veličina X_m, která je k-tá v po-řadí podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Index k nazýváme *pořadím veličiny* X_m a zapisujeme to $R_m = k$.
- Statistika $X_{(1)}$ se nazývá minimum, $X_{(n)}$ je maximum

Pořadové statistiky

Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

- *Uspořádaný výběr*: $X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}$ vznikne z původního výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$ upořádáním podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$.
- *Pořadová statistika*: $X_{(k)}$ je náhodná veličina X_m, která je k-tá v po-řadí podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Index k nazýváme *pořadím veličiny* X_m a zapisujeme to $R_m = k$.
- Statistika $X_{(1)}$ se nazývá minimum, $X_{(n)}$ je maximum
- medián $\tilde{x}_{50}$: je-li n liché, je roven $X_{([n/2]+1)}$
  pro n sudé je roven $(X_{(n/2)} + X_{(n/2+1)})/2$

Pořadové statistiky

Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

- *Uspořádaný výběr*: $X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}$ vznikne z původního výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$ upořádáním podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$.
- *Pořadová statistika*: $X_{(k)}$ je náhodná veličina X_m, která je k-tá v po-řadí podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Index k nazýváme *pořadím veličiny* X_m a zapisujeme to $R_m = k$.
- Statistika $X_{(1)}$ se nazývá minimum, $X_{(n)}$ je maximum
- medián $\tilde{x}_{50}$: je-li n liché, je roven $X_{([n/2]+1)}$
  pro n sudé je roven $(X_{(n/2)} + X_{(n/2+1)})/2$
- dolní kvartil $\tilde{x}_{25}$: $X_{([n/4]+1)}$ resp. $(X_{(n/4)} + X_{(n/4+1)})/2$

Pořadové statistiky

Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n.$

- *Uspořádaný výběr*: $X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}$ vznikne z původního výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$ upořádáním podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$.
- *Pořadová statistika*: $X_{(k)}$ je náhodná veličina X_m, která je k-tá v po-řadí podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Index k nazýváme *pořadím veličiny* X_m a zapisujeme to $R_m = k.$
- Statistika $X_{(1)}$ se nazývá minimum, $X_{(n)}$ je maximum
- medián $\tilde{x}_{50}$: je-li n liché, je roven $X_{([n/2]+1)}$
  pro n sudé je roven $(X_{(n/2)} + X_{(n/2+1)})/2$
- dolní kvartil $\tilde{x}_{25}$: $X_{([n/4]+1)}$ resp. $(X_{(n/4)} + X_{(n/4+1)})/2$
- horní kvartil $\tilde{x}_{75}$: $X_{([3n/4]+1)}$ resp. $(X_{(3n/4-1)} + X_{(3n/4)})/2$

Pořadové statistiky

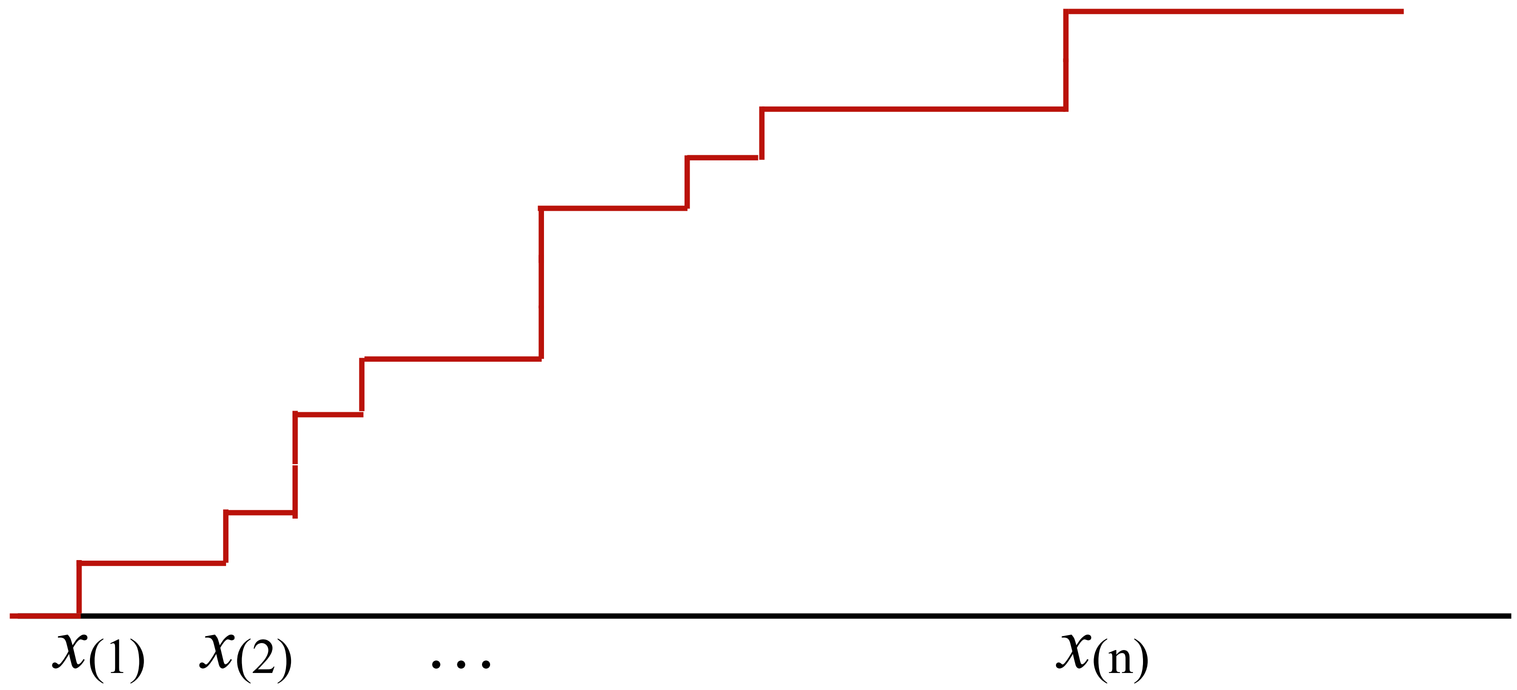
Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

- *Uspořádaný výběr*: $X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}$ vznikne z původního výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$ upořádáním podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$.
- *Pořadová statistika*: $X_{(k)}$ je náhodná veličina X_m, která je k-tá v po-řadí podle velikosti pozorovaných hodnot $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Index k nazýváme *pořadím veličiny* X_m a zapisujeme to $R_m = k$.
- Statistika $X_{(1)}$ se nazývá minimum, $X_{(n)}$ je maximum
- medián $\tilde{x}_{50}$: je-li n liché, je roven $X_{([n/2]+1)}$
pro n sudé je roven $(X_{(n/2)} + X_{(n/2+1)})/2$
- dolní kvartil $\tilde{x}_{25}$: $X_{([n/4]+1)}$ resp. $(X_{(n/4)} + X_{(n/4+1)})/2$
- horní kvartil $\tilde{x}_{75}$: $X_{([3n/4]+1)}$ resp. $(X_{(3n/4-1)} + X_{(3n/4)})/2$

Empirická distribuční funkce

Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

Empirická distribuční funkce:



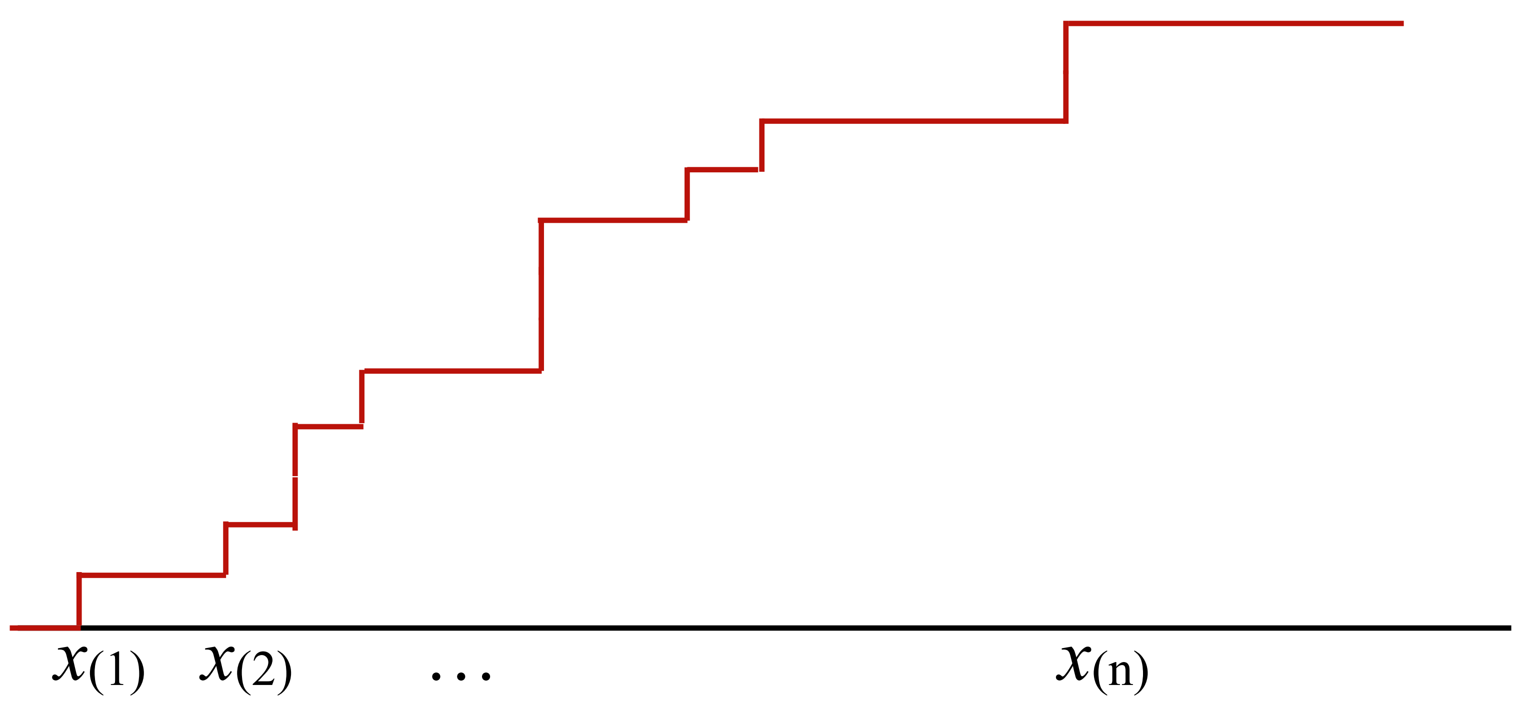
Empirická distribuční funkce

Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

Empirická distribuční funkce:

vycházíme z uspořádaného výběru: $X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}$. Potom

$F_n(x_{(i)}) = \frac{i}{n}$ a tedy $F_n(x) = \frac{\max\{k : X_{(k)} \leq x\}}{n}, \quad x \in \mathbf{R}$



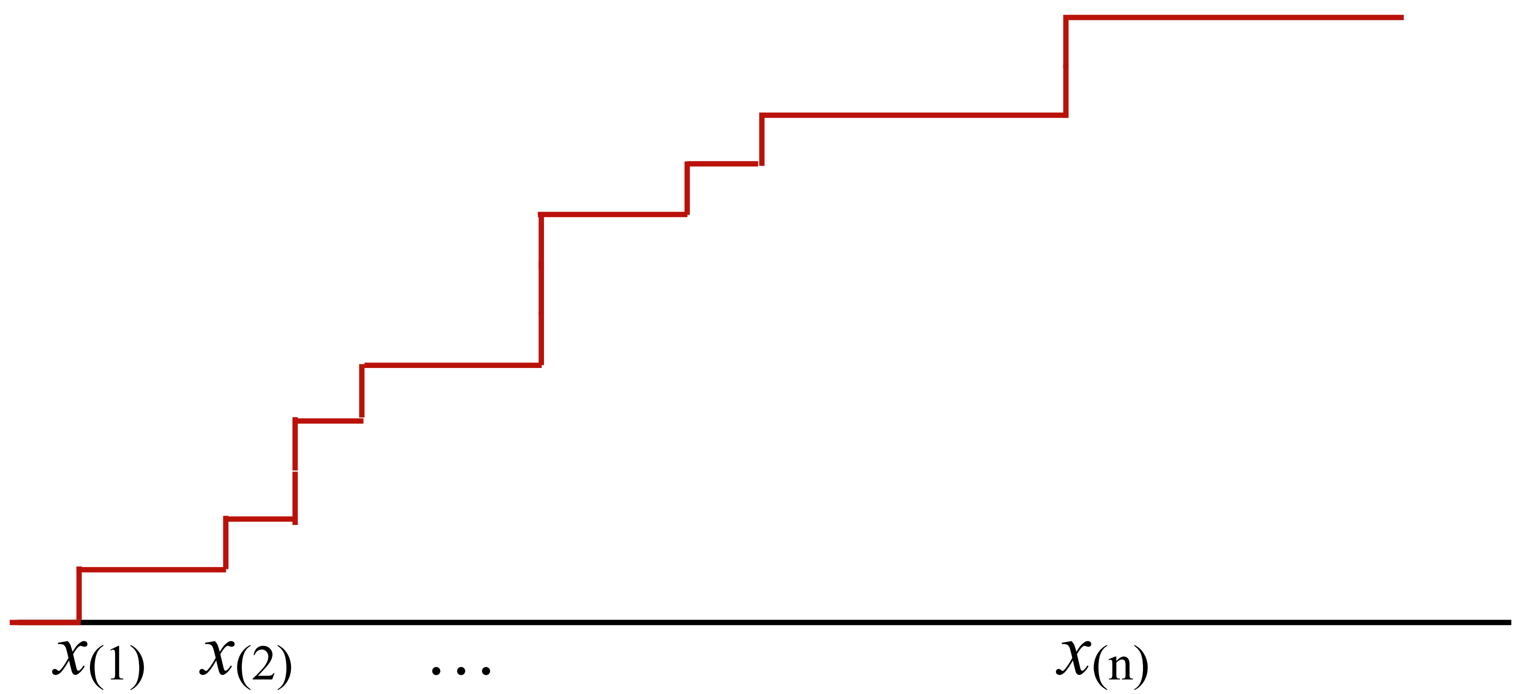
Empirická distribuční funkce

Statistické charakteristiky: jsou spočteny na základě pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ výběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

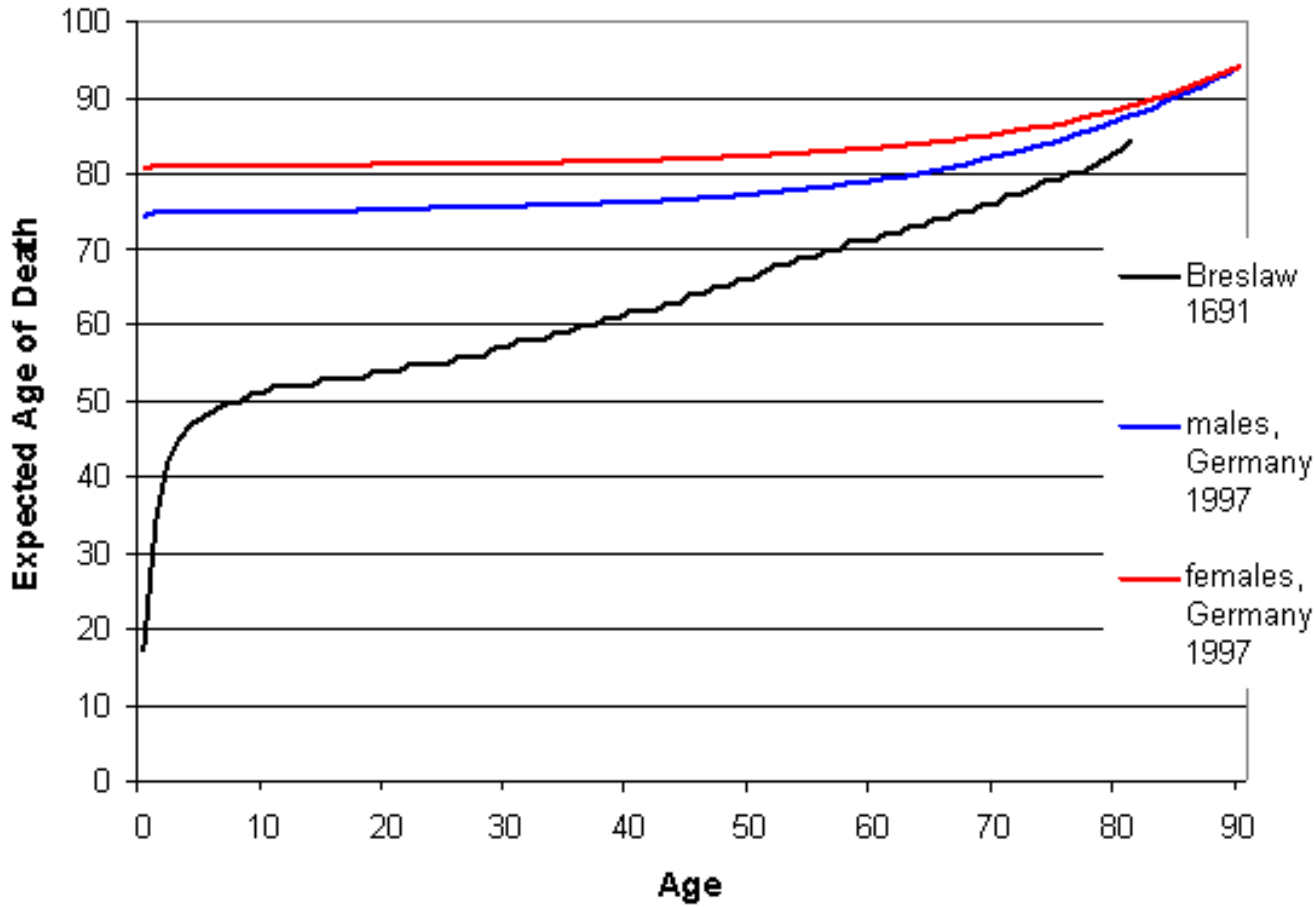
Empirická distribuční funkce:

vycházíme z uspořádaného výběru: $X_{(1)}, X_{(2)}, \ldots, X_{(n)}$. Potom

$$F_n(x_{(i)}) = \frac{i}{n} \quad \text{a tedy} \quad F_n(x) = \frac{\max\{k : X_{(k)} \leq x\}}{n}, \quad x \in \mathbf{R}$$

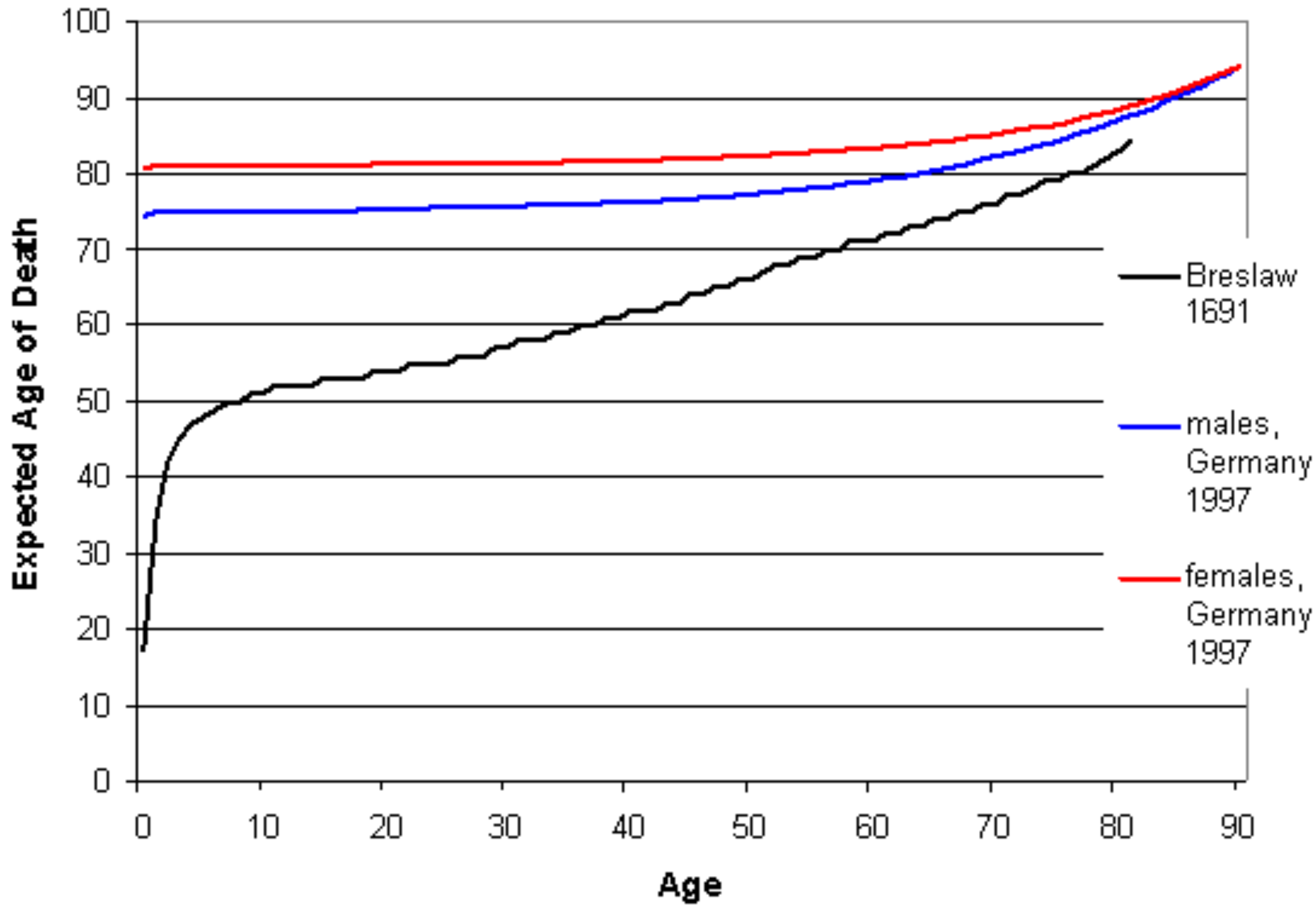


Empirická distribuční funkce



Data from Edmond Halley's table p.600 and "Durchschnittliche Lebenserwartung im Alter x in Jahren (ex) Deutschland, nach Geschlecht, Sterbetafel 1997/99" made available by Statistisches Informationssystem GeroStat.

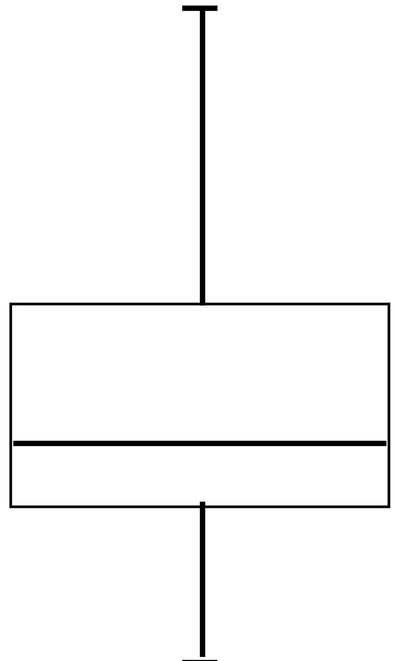
Empirická distribuční funkce



Data from Edmond Halley's table p.600 and "Durchschnittliche Lebenserwartung im Alter x in Jahren (ex) Deutschland, nach Geschlecht, Sterbetafel 1997/99" made available by Statistisches Informationssystem GeroStat.

Krabicový graf

krabicový graf (Box & Whiskers plot)

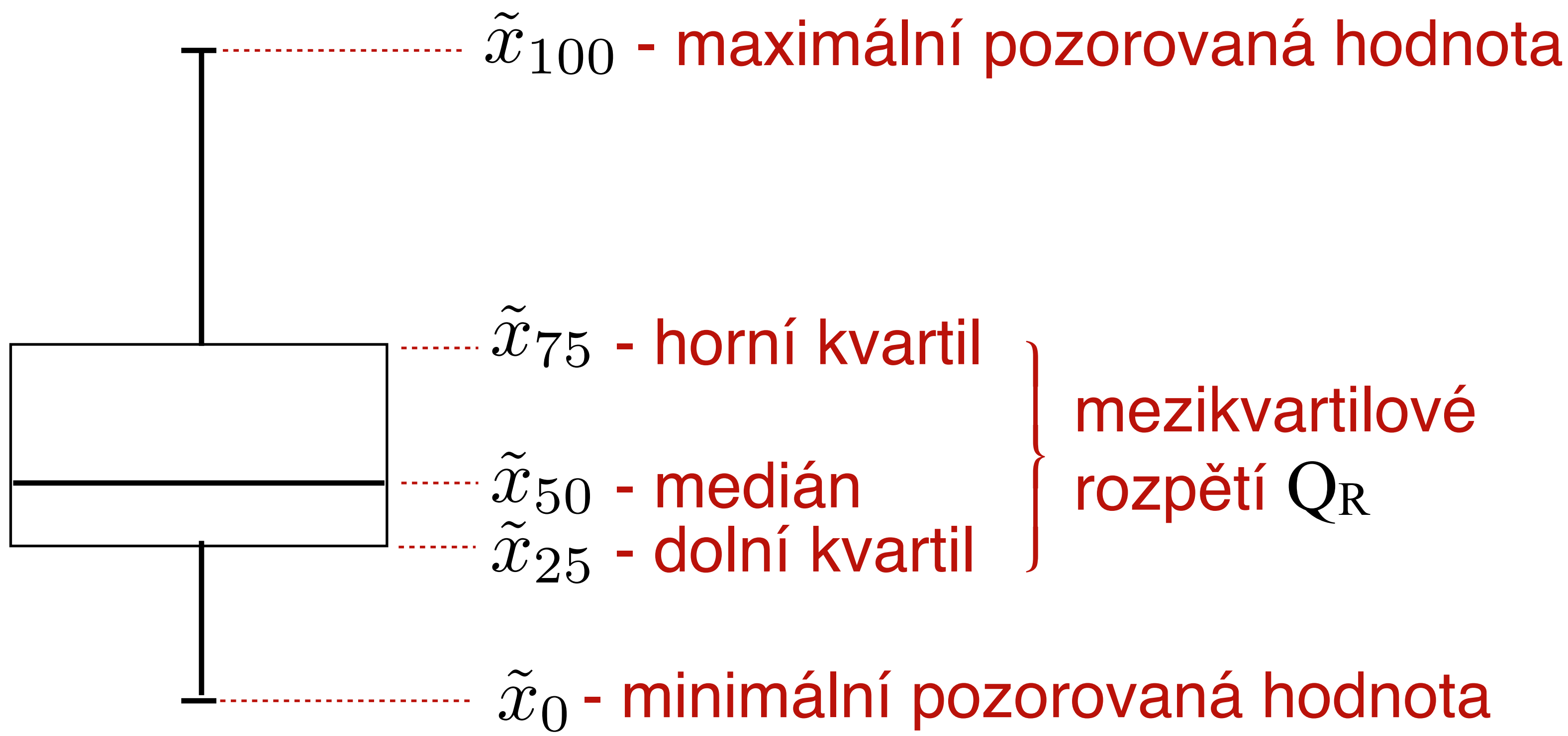


Krabicový graf

krabicový graf (Box & Whiskers plot)

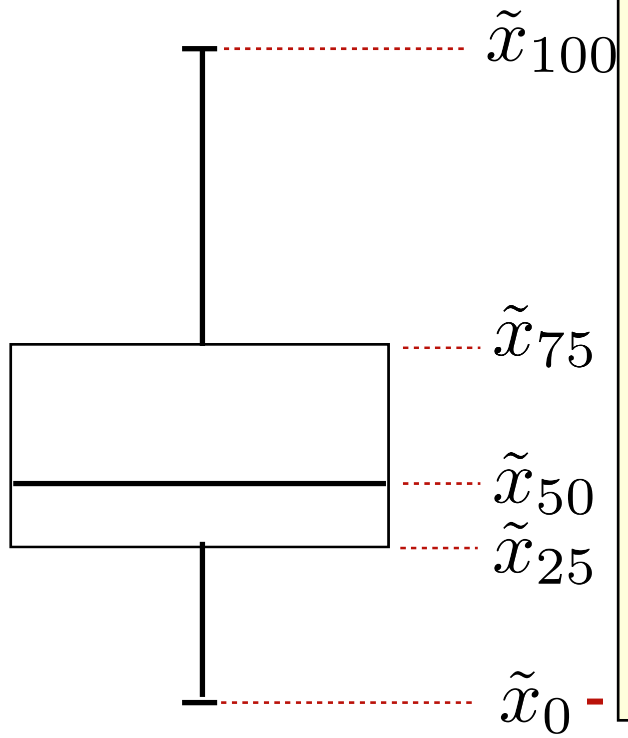
Krabicový graf

krabicový graf (Box & Whiskers plot)

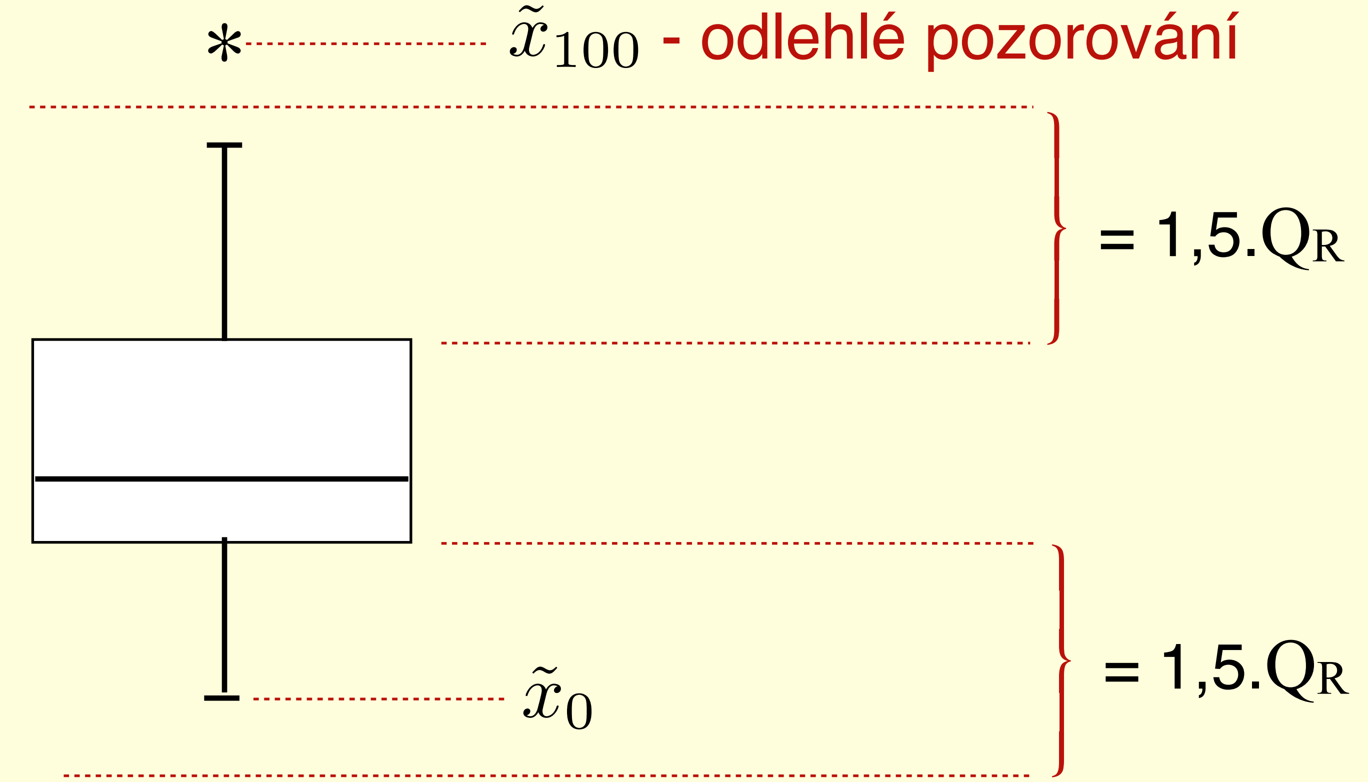


Krabicový graf

krabicový graf (Box

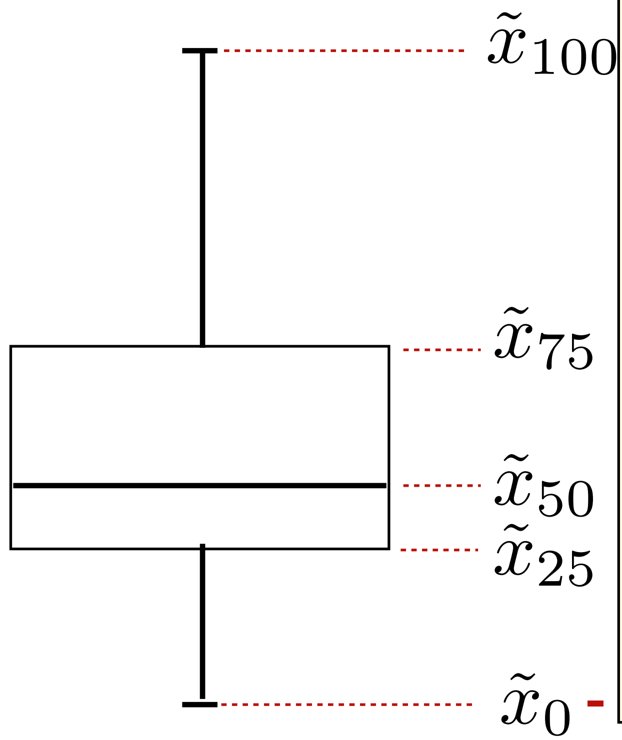


krabicový graf (Box & Whiskers plot)

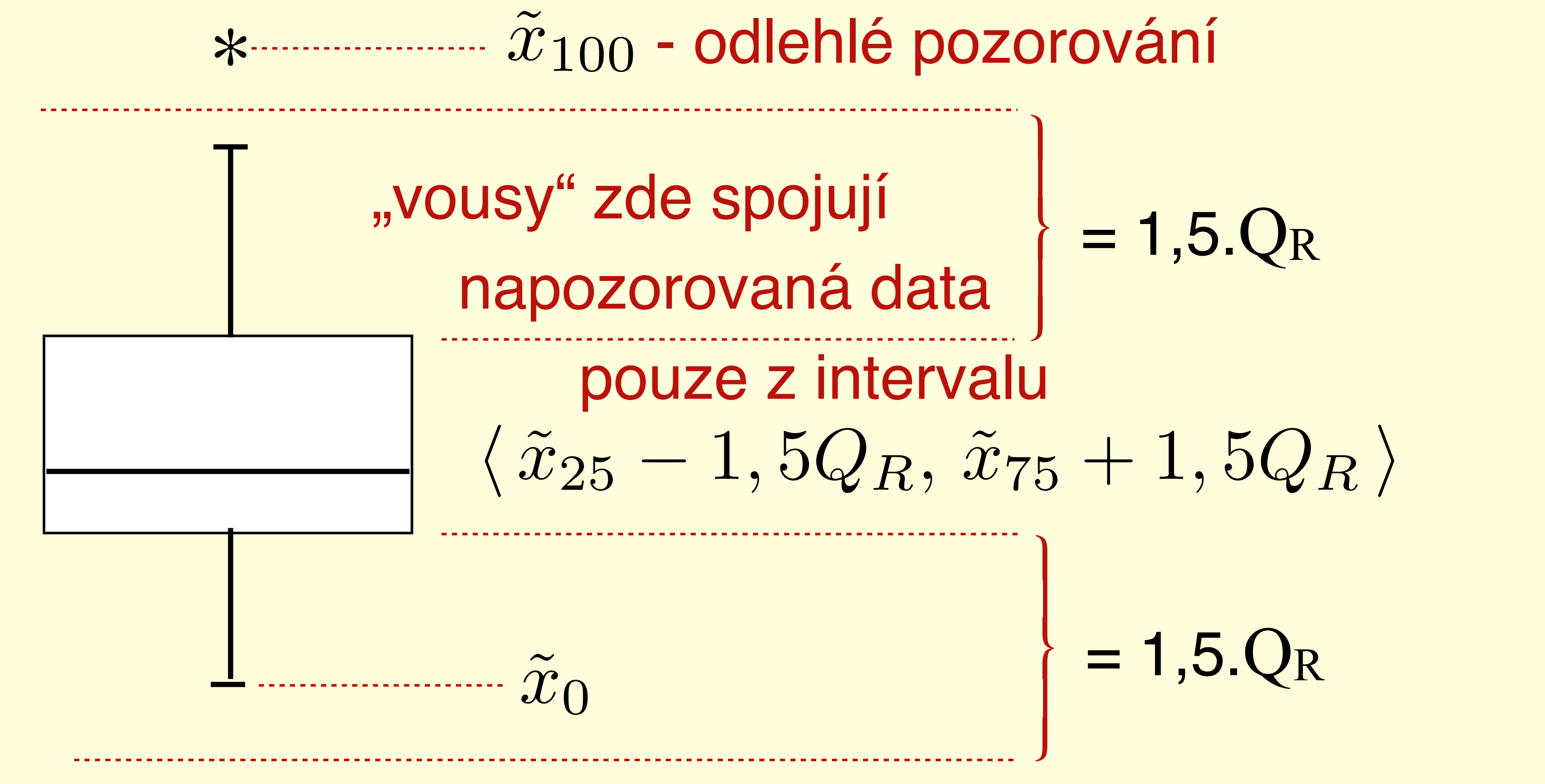


Krabicový graf

krabicový graf (Box

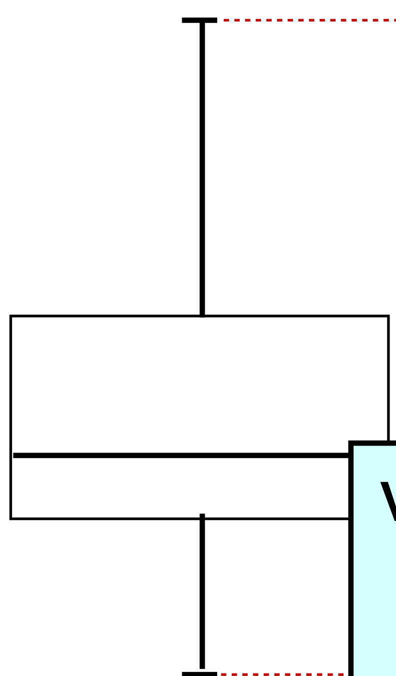


krabicový graf (Box & Whiskers plot)

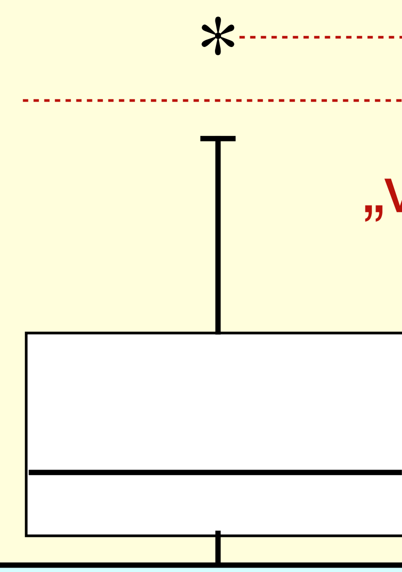


Krabicový graf

krabicový graf (Box



krabicový graf (Box & Whiskers plot)



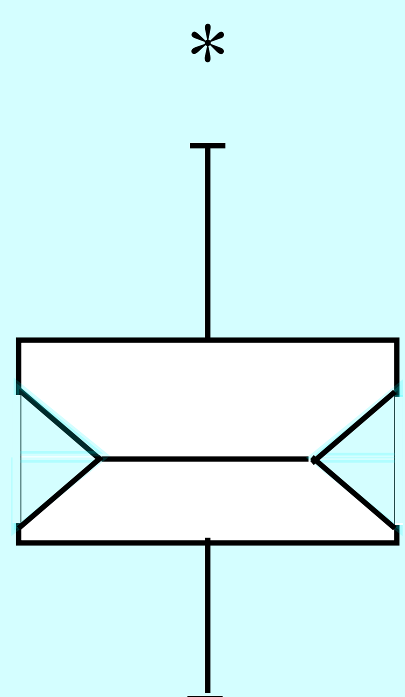
$\tilde{x}_{100}$ - odlehlé pozorování

„vousy“ zde spojují napozorovaná data pouze z intervalu

$$\langle\, \tilde{x}_{25} - 1,5Q_R,\ \tilde{x}_{75} + 1,5Q_R \,\rangle$$

= 1,5.Q_R

vrubový krabicový graf (notched Box & Whiskers plot)

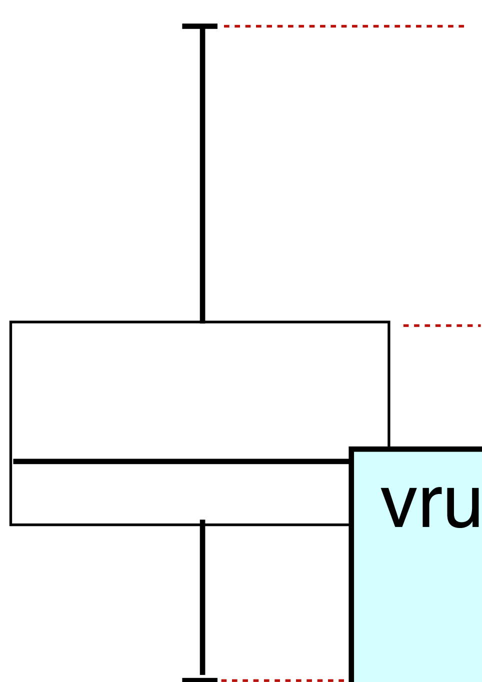


„vrub“ reprezentuje 95% interval spolehlivosti pro medián.

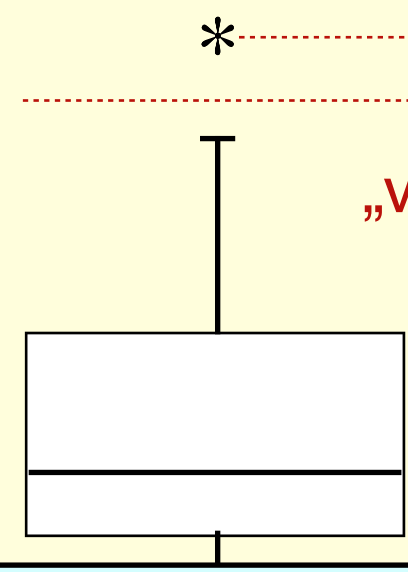
$$\tilde{x}_{50} \pm \frac{1,58Q_R}{\sqrt{n}}$$

Krabicový graf

krabicový graf (Box



krabicový graf (Box & Whiskers plot)

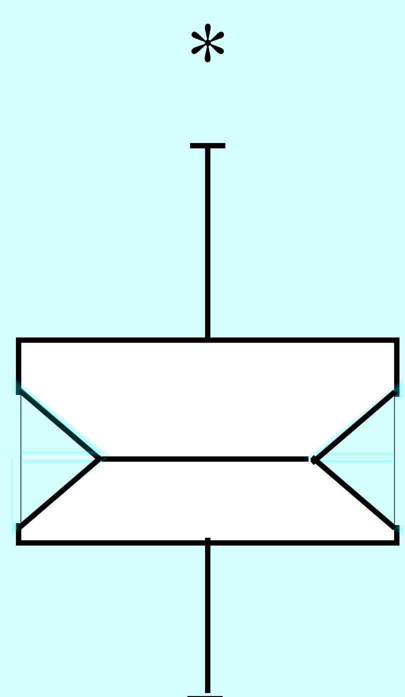


„vousy“ zde spojují napozorovaná data pouze z intervalu

$= 1{,}5.Q_R$

$$\langle\, \tilde{x}_{25} - 1,5Q_R,\ \tilde{x}_{75} + 1,5Q_R \,\rangle$$

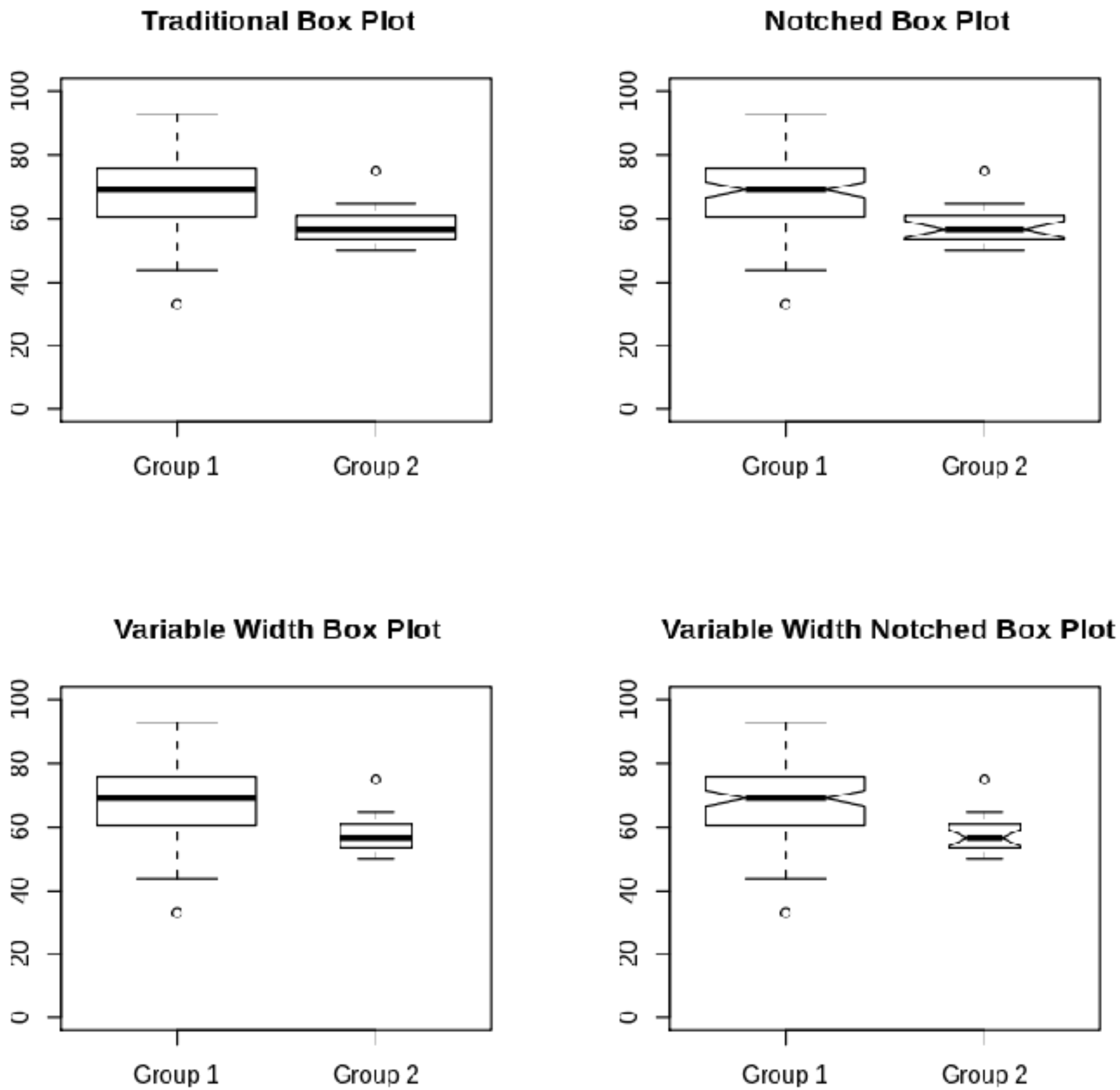
vrubový krabicový graf (notched Box & Whiskers plot)



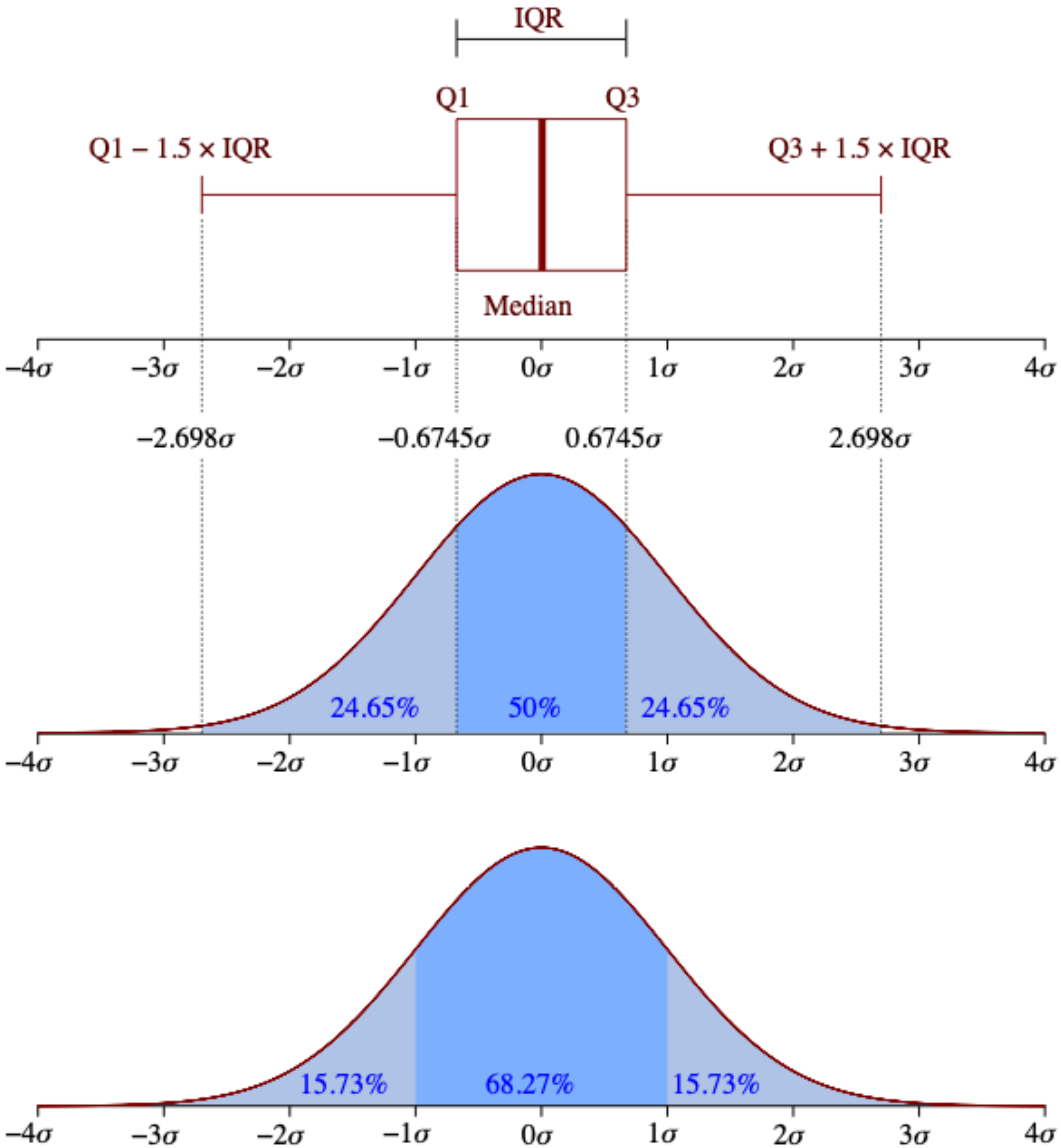
„vrub“ reprezentuje 95% interval spolehlivosti pro medián.

$$\tilde{x}_{50} \pm \frac{1,58Q_R}{\sqrt{n}}$$

Krabicový graf

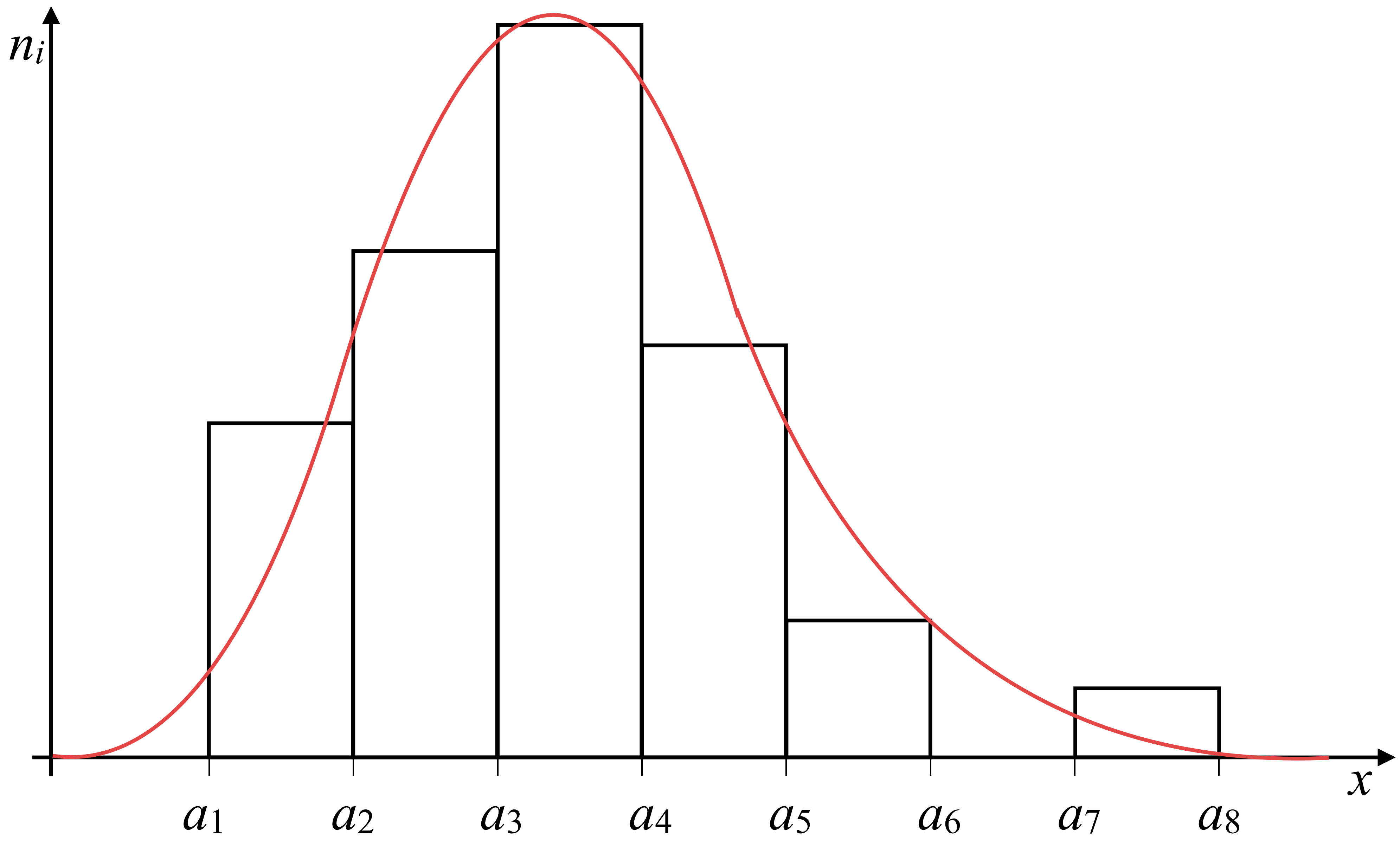


Krabicový graf



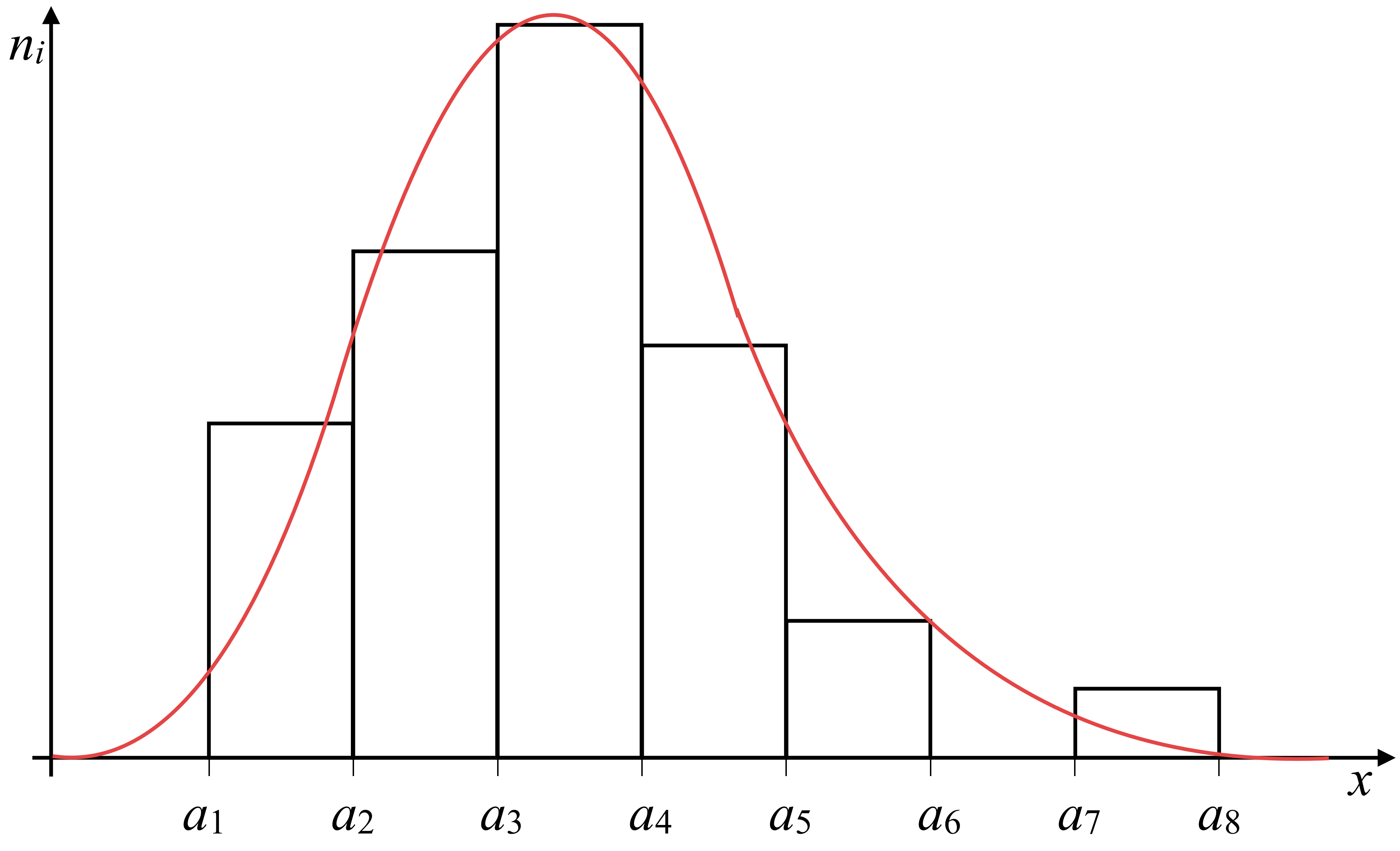
Frekvenční analýza

Máme pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ náhodného ýběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.



Frekvenční analýza

Máme pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ náhodného ýběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.



Frekvenční analýza

Máme pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ náhodného ýběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

pořadí třídy	třídní intervaly	(prosté) absolutní četnosti	(prosté) relativní četnosti	kumulativní četnosti	kumulativní relativní četnosti
1	$a_1 - b_1$	n_1	$f_1=n_1/n$	$c_1=n_1$	$d_1=c_1$
2	$a_2 - b_2$	n_2	$f_2=n_2/n$	$c_2=n_1+n_2$	$d_2=(c_1+c_2)/n$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$c_j = \sum_{i=1}^{j} n_i$	$\vdots$
k	$a_k - b_k$	n_k	$f_k=n_k/n$	$c_k=n$	$d_k=c_k/n=1$

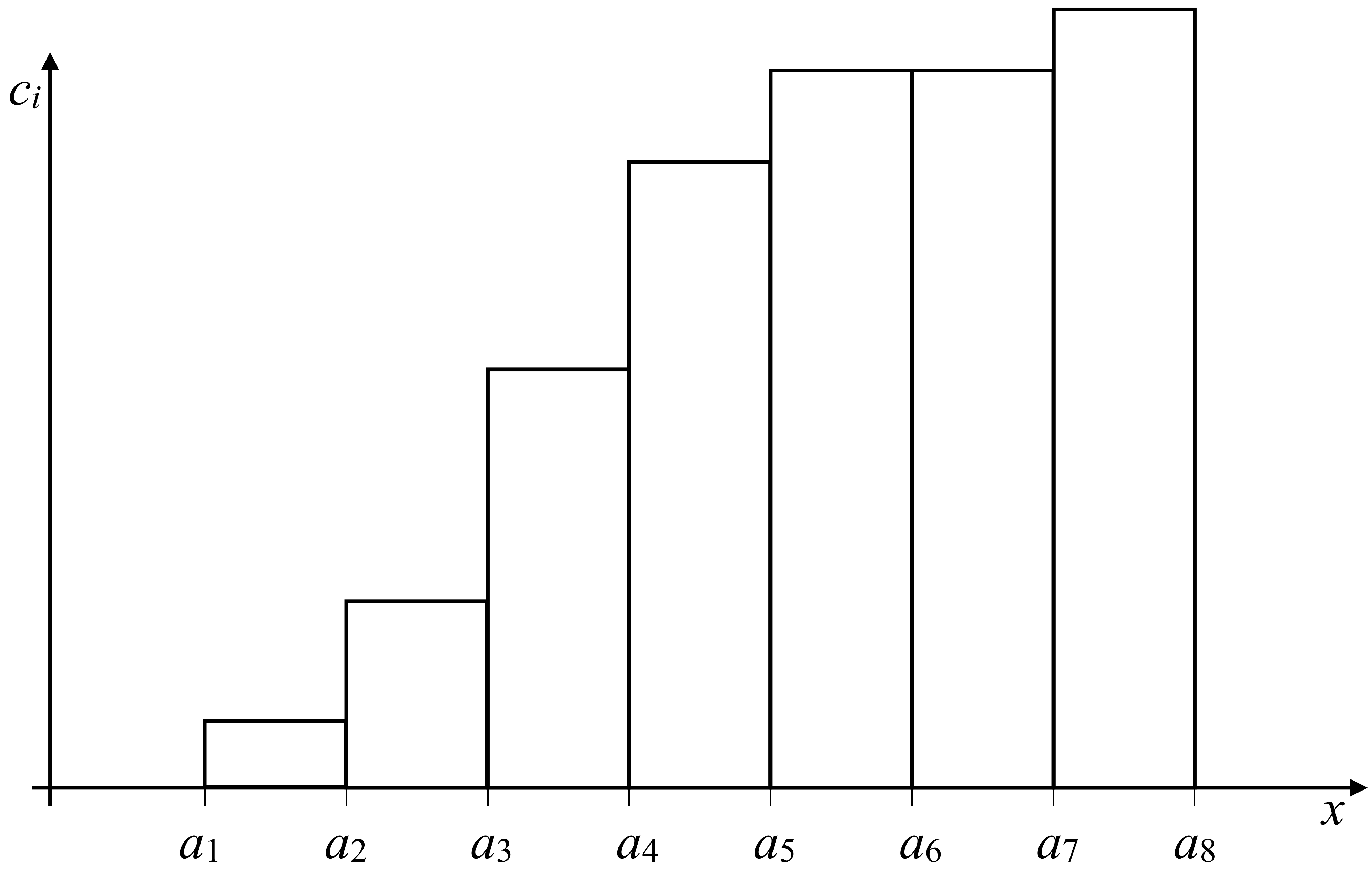
Frekvenční analýza

Máme pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ náhodného ýběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

pořadí třídy	třídní intervaly	(prosté) absolutní četnosti	(prosté) relativní četnosti	kumulativní četnosti	kumulativní relativní četnosti
1	$a_1 - b_1$	n_1	$f_1=n_1/n$	$c_1=n_1$	$d_1=c_1$
2	$a_2 - b_2$	n_2	$f_2=n_2/n$	$c_2=n_1+n_2$	$d_2=(c_1+c_2)/n$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$c_j = \sum_{i=1}^{j} n_i$	$\vdots$
k	$a_k - b_k$	n_k	$f_k=n_k/n$	$c_k=n$	$d_k=c_k/n=1$

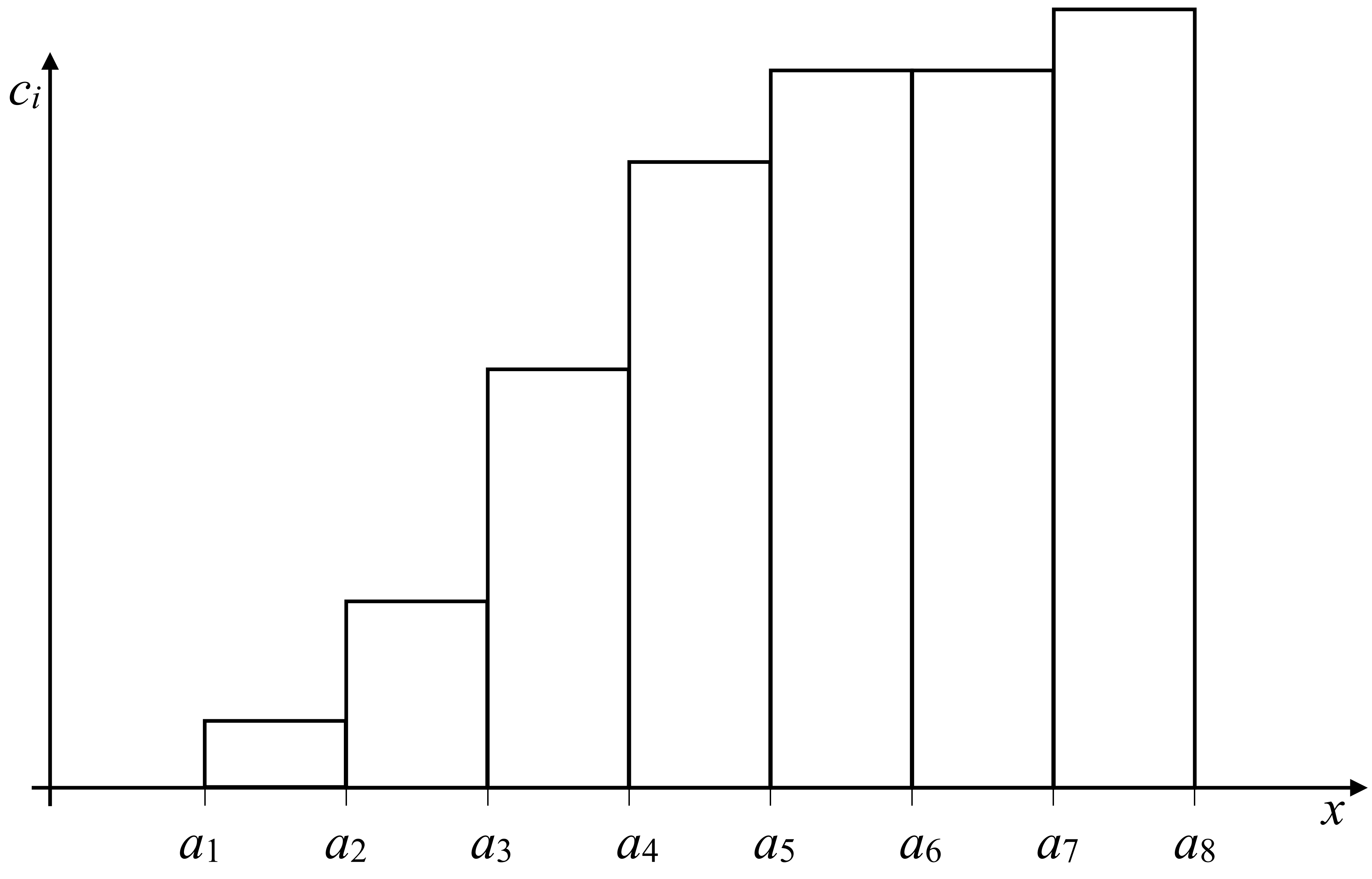
Frekvenční analýza

Máme pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ náhodného ýběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.



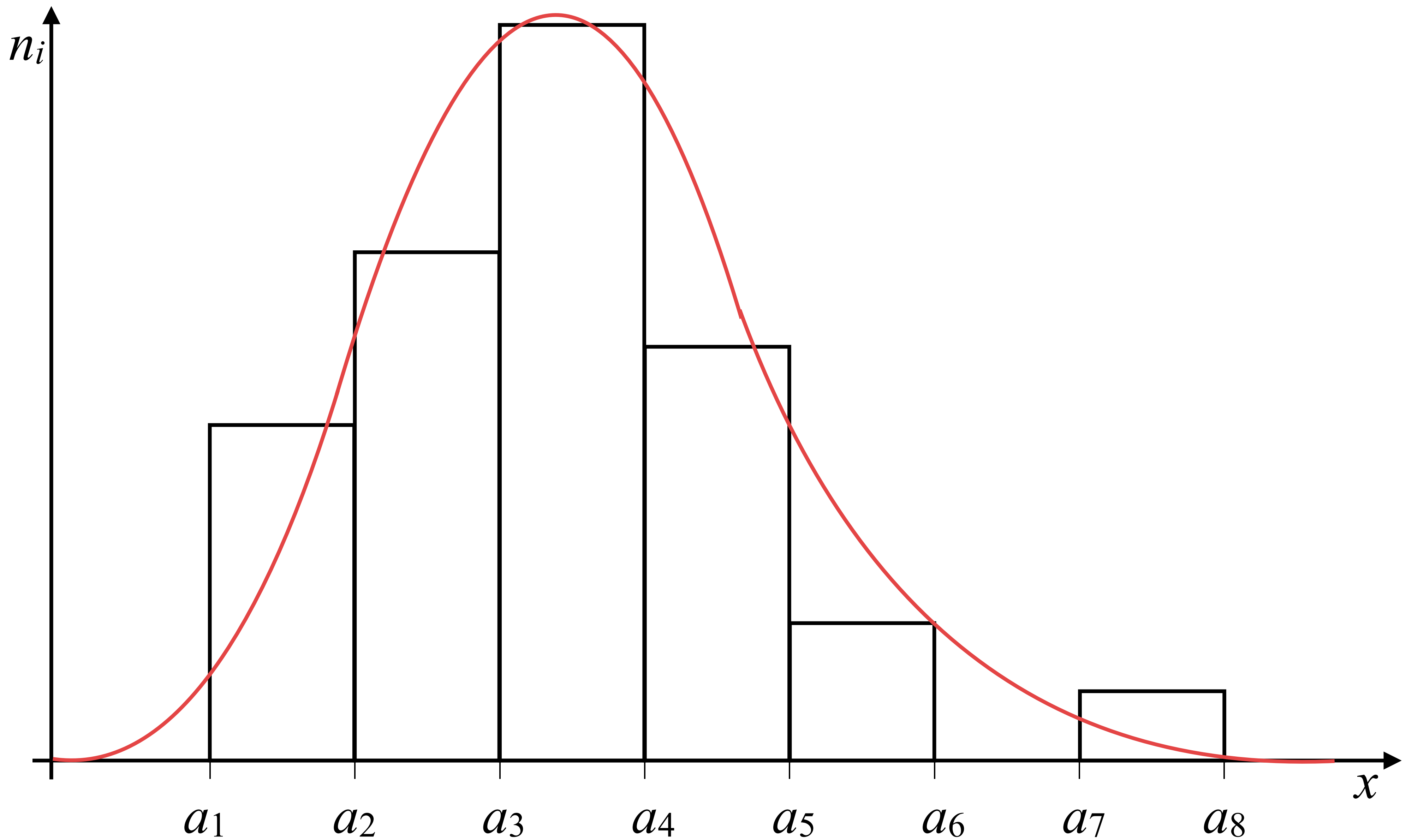
Frekvenční analýza

Máme pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ náhodného ýběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.



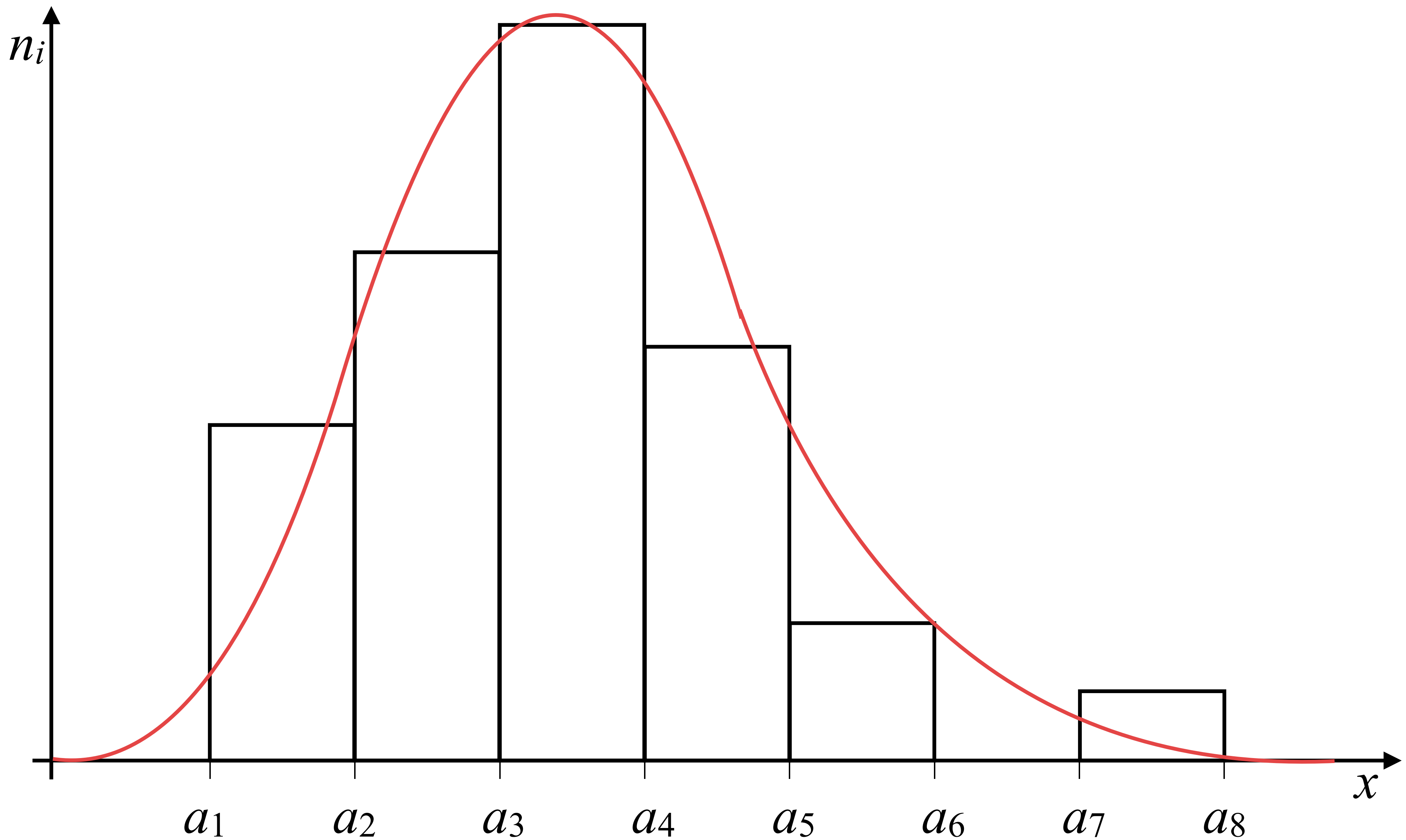
Frekvenční analýza

Máme pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ náhodného ýběru $X_1, X_2, \ldots, X_n.$



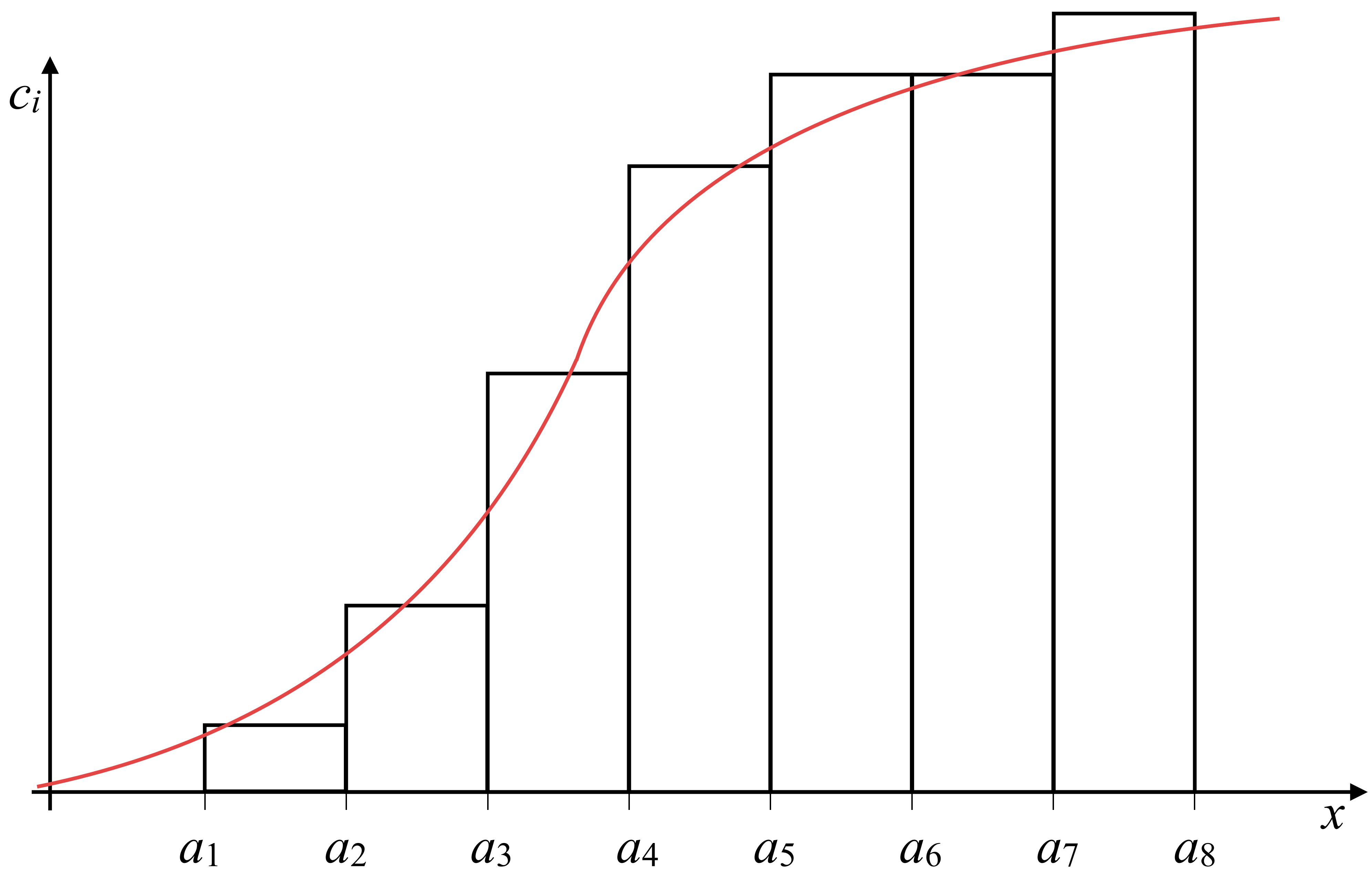
Frekvenční analýza

Máme pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ náhodného ýběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.



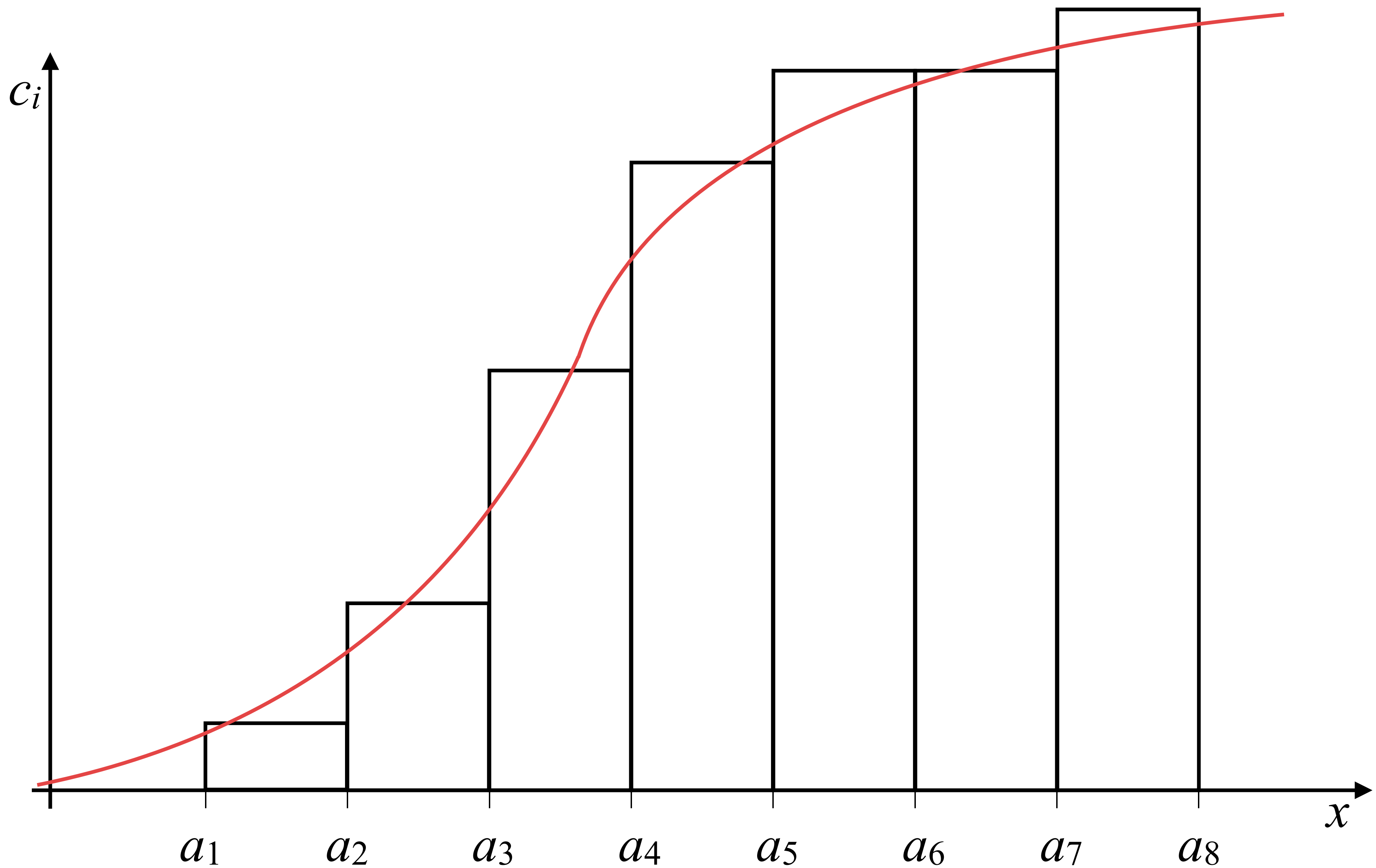
Frekvenční analýza

Máme pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ náhodného ýběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

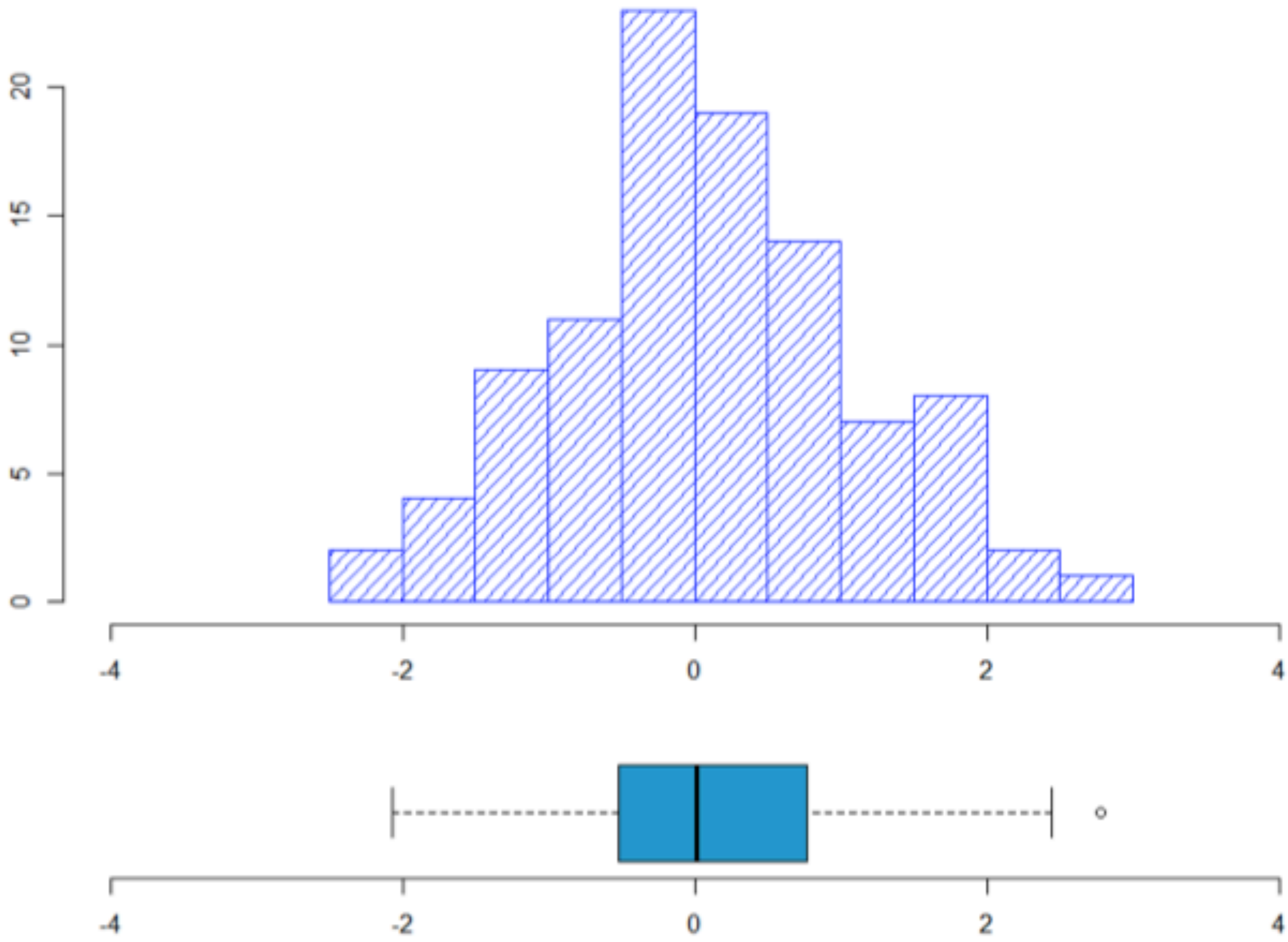


Frekvenční analýza

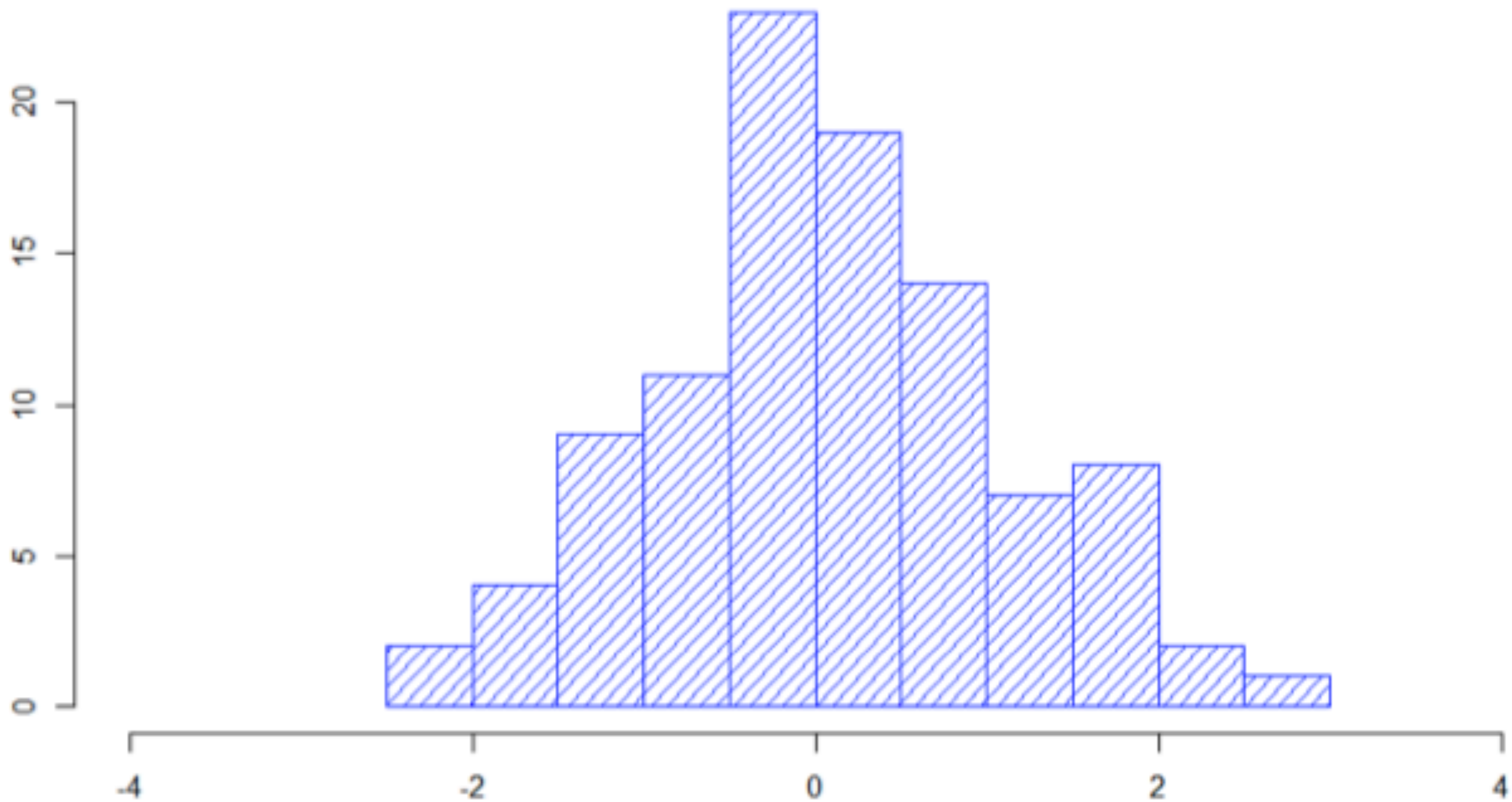
Máme pozorování $x_1, x_2, \ldots, x_n$ náhodného ýběru $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

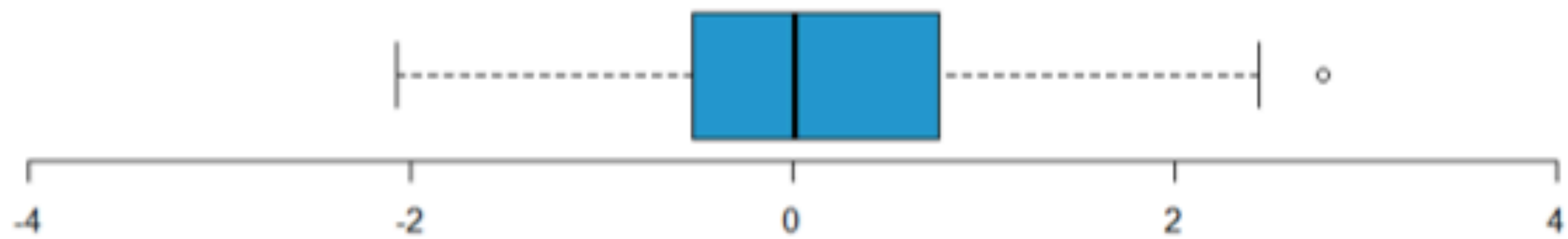


Histogram x boxplot

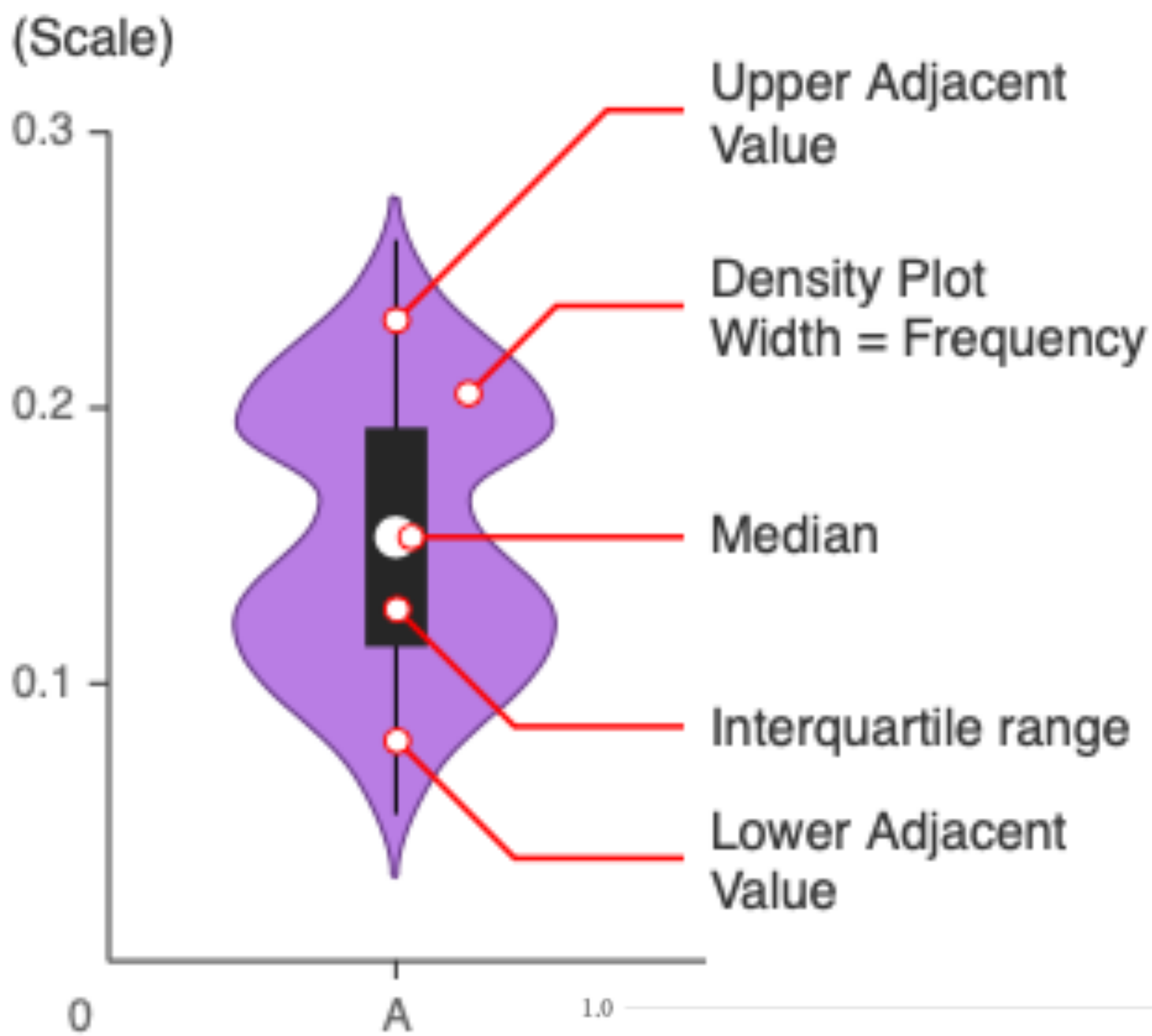


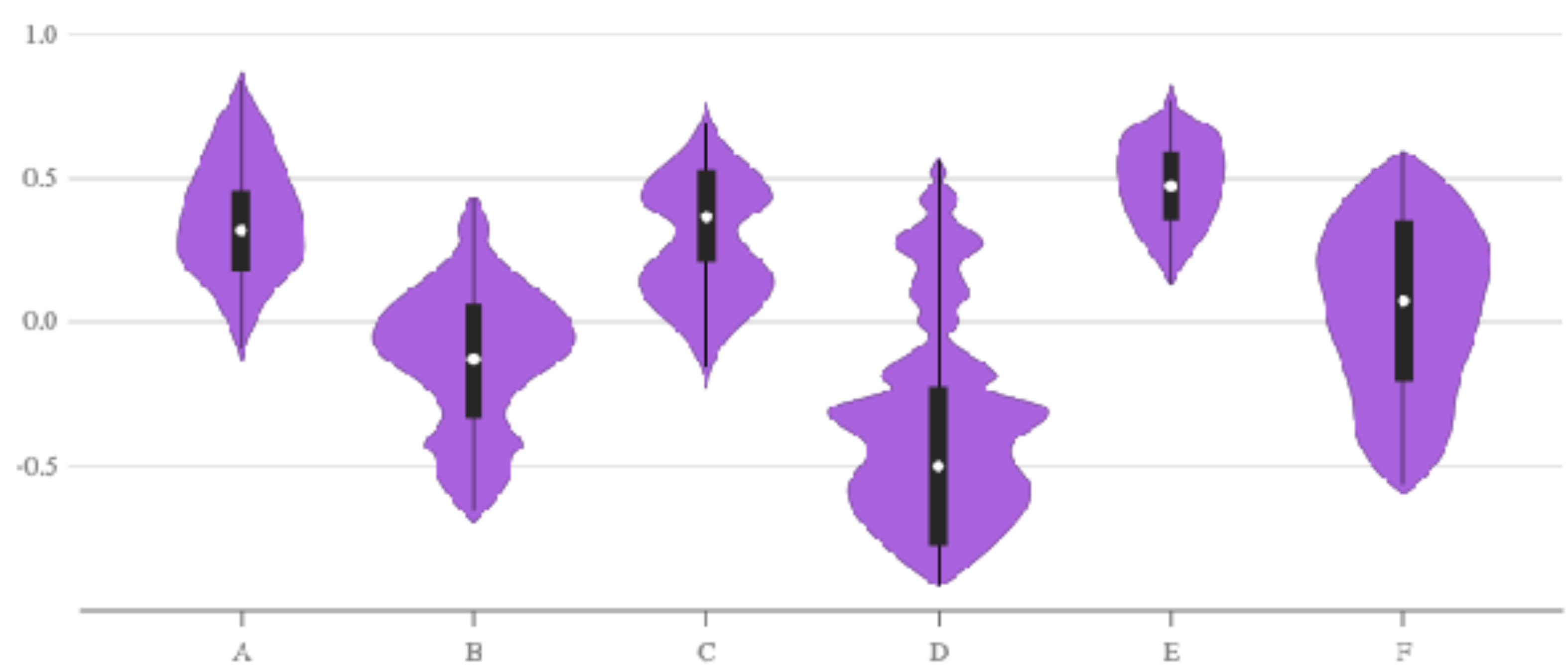
Histogram x boxplot



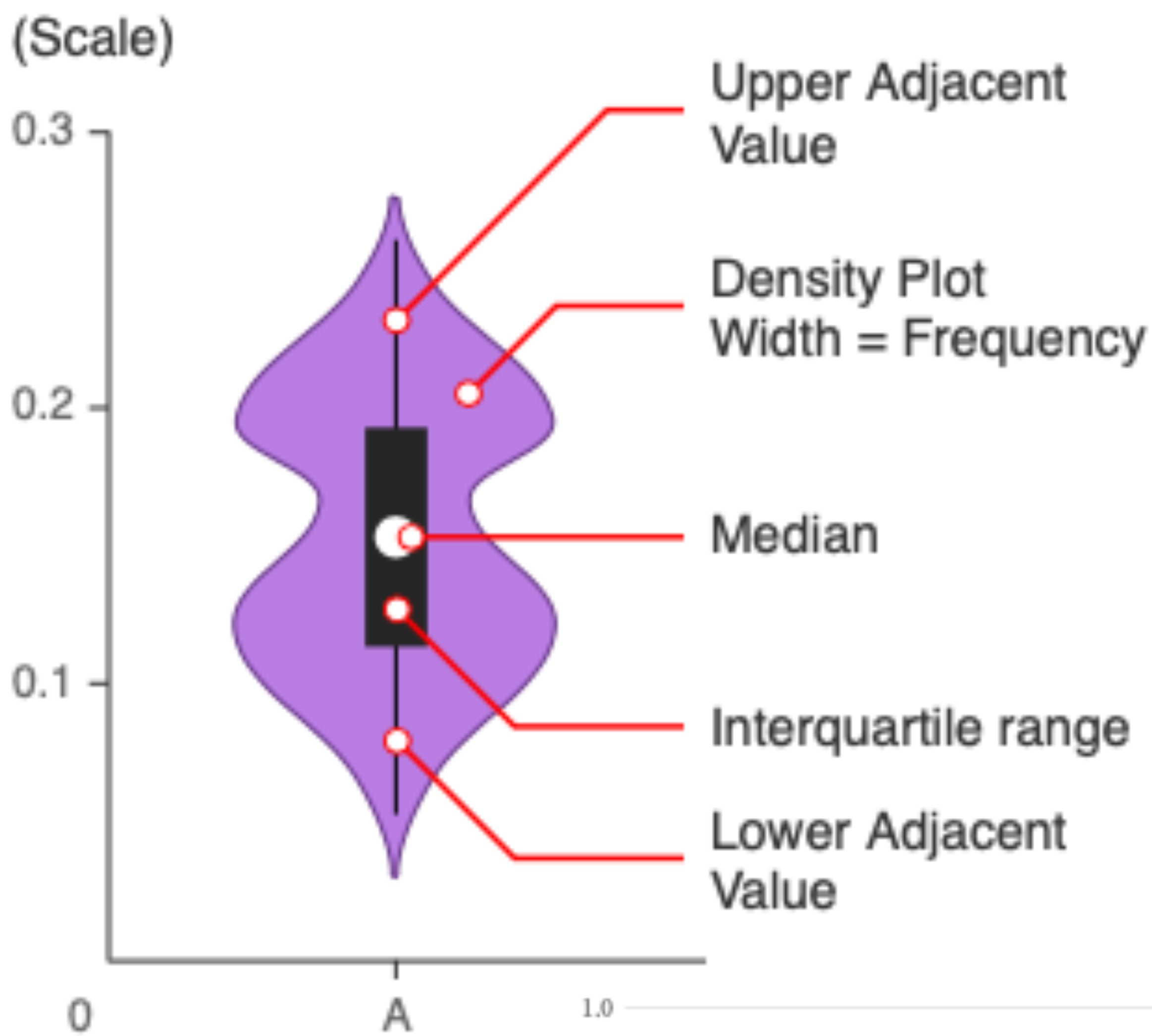


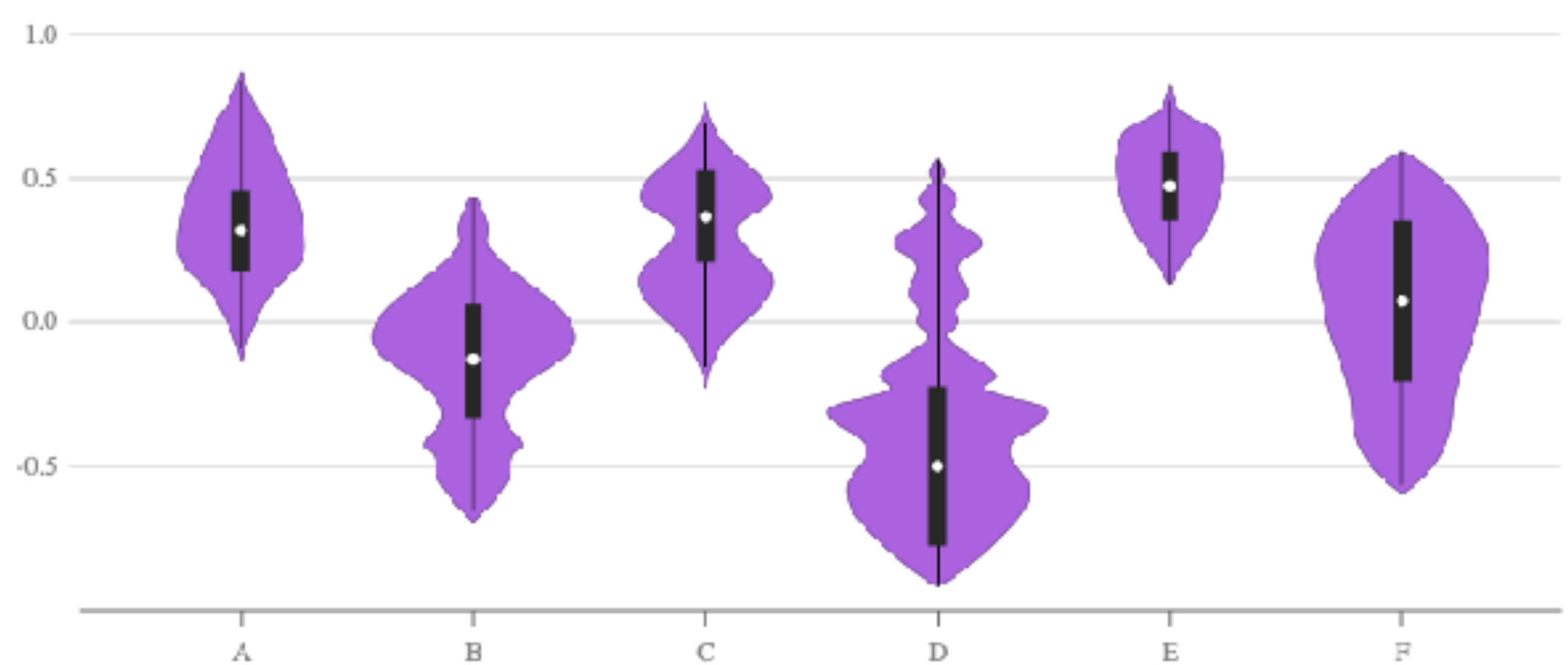
Houslový graf (Violin plot)





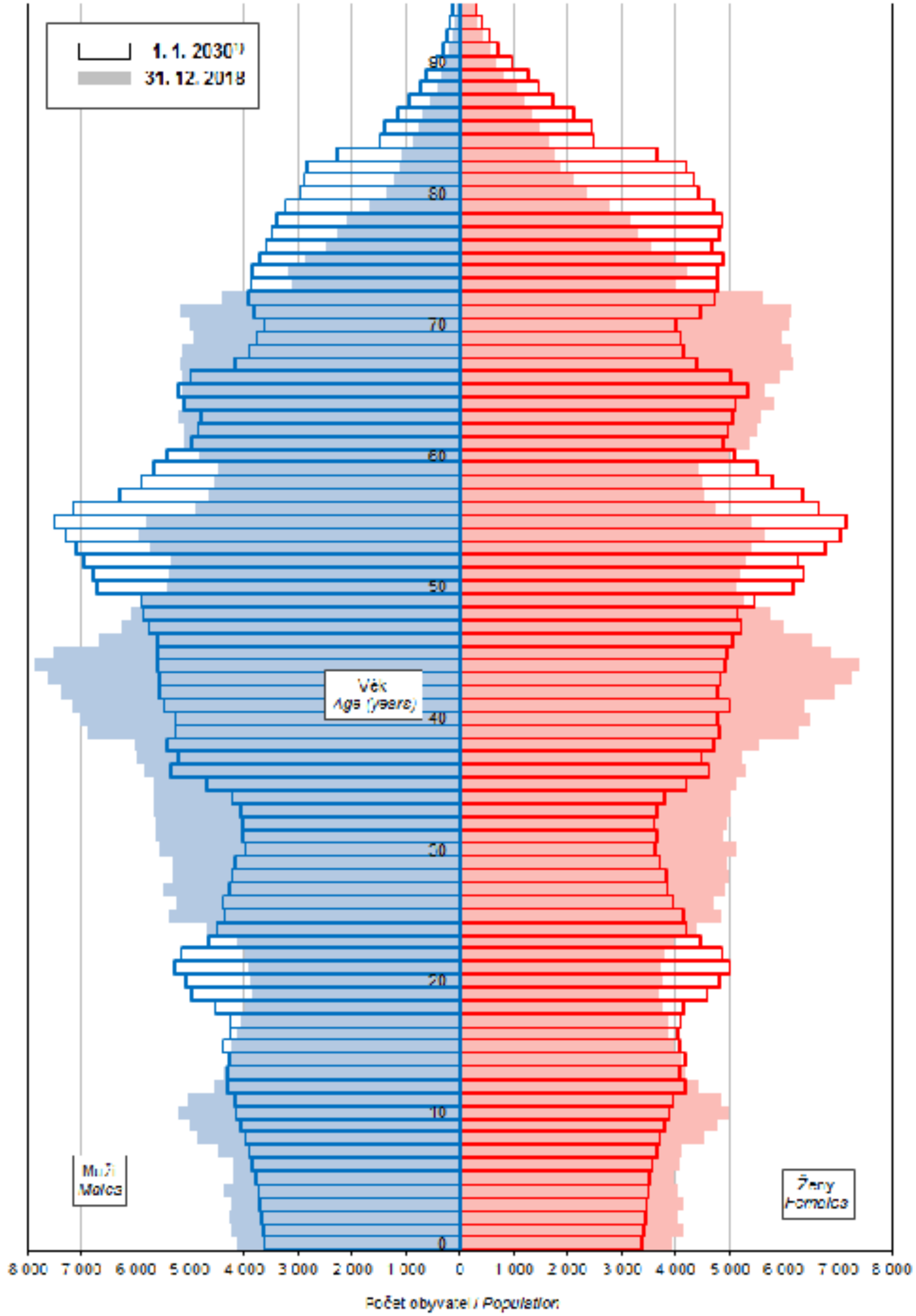
Houslový graf (Violin plot)





Věkové složení obyvatelstva Ústeckého kraje k 31. 12. 2018 a k 1. 1. 2030

Age distribution of the population in the Ústecký Region as at 31 December 2018 and 1 January 2030

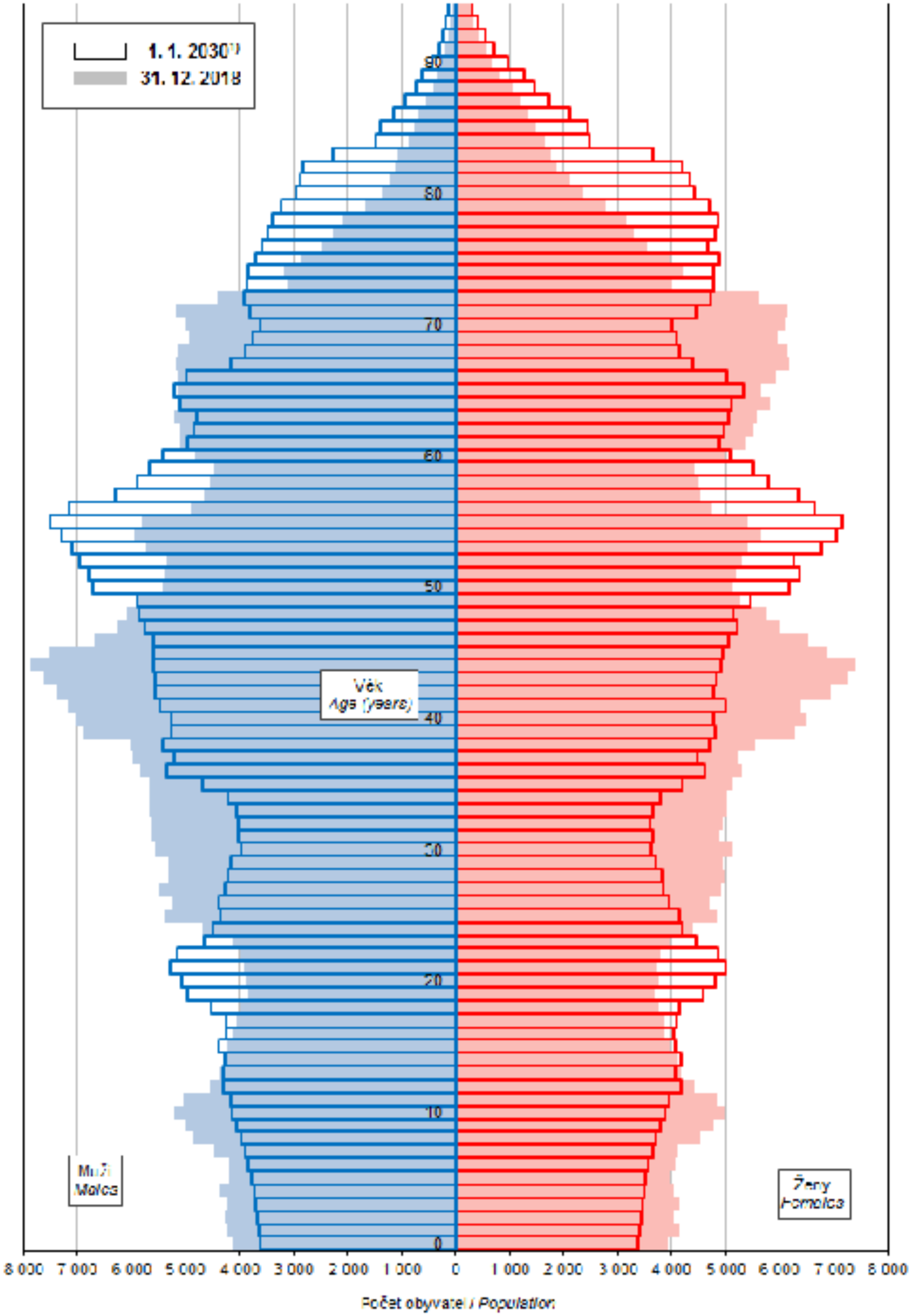


¹⁾ Zdroj: Projekce obyvatelstva v krajích ČR do roku 2070

¹⁾ Source: ČSÚ publication "Projekce obyvatelstva v krajích ČR do roku 2070" (Czech only)

Věkové složení obyvatelstva Ústeckého kraje k 31. 12. 2018 a k 1. 1. 2030

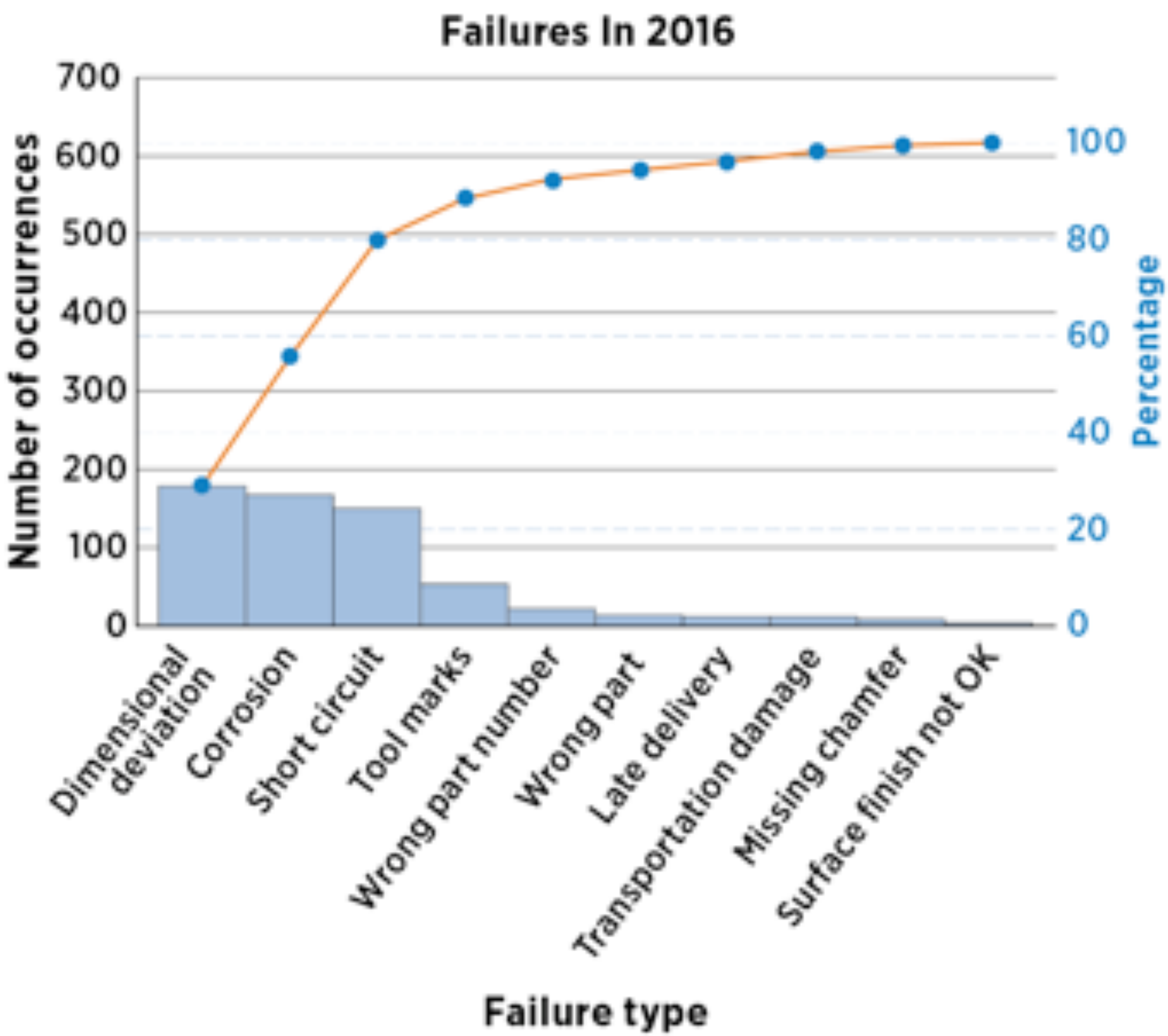
Age distribution of the population in the Ústecký Region as at 31 December 2018 and 1 January 2030



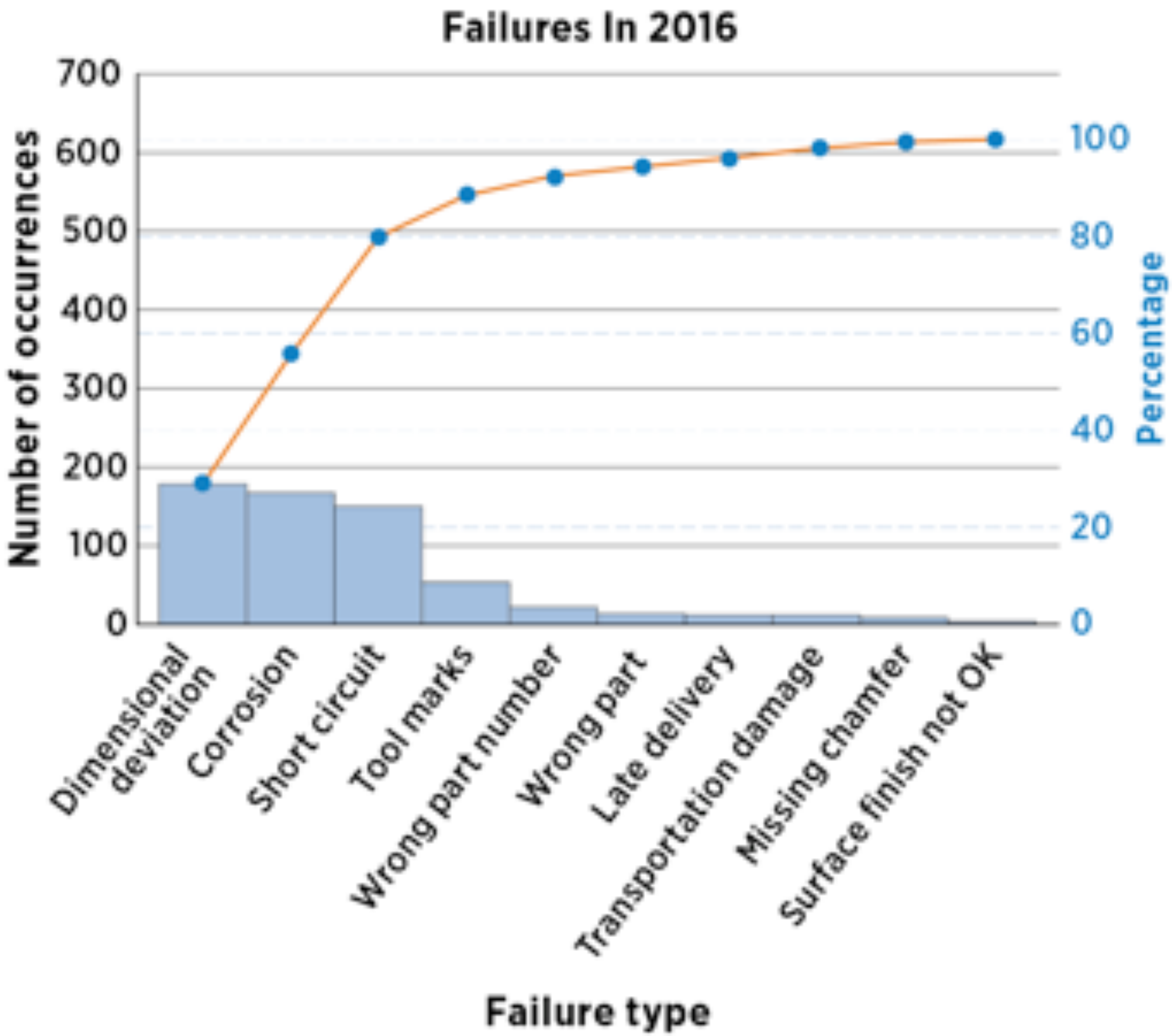
[1] Zdroj: Projekce obyvatelstva v krajích ČR do roku 2070

[1] Source: CZSO publication "Projekce obyvatelstva v krajích ČR do roku 2070" (Czech only)

Paretův graf



Paretův graf



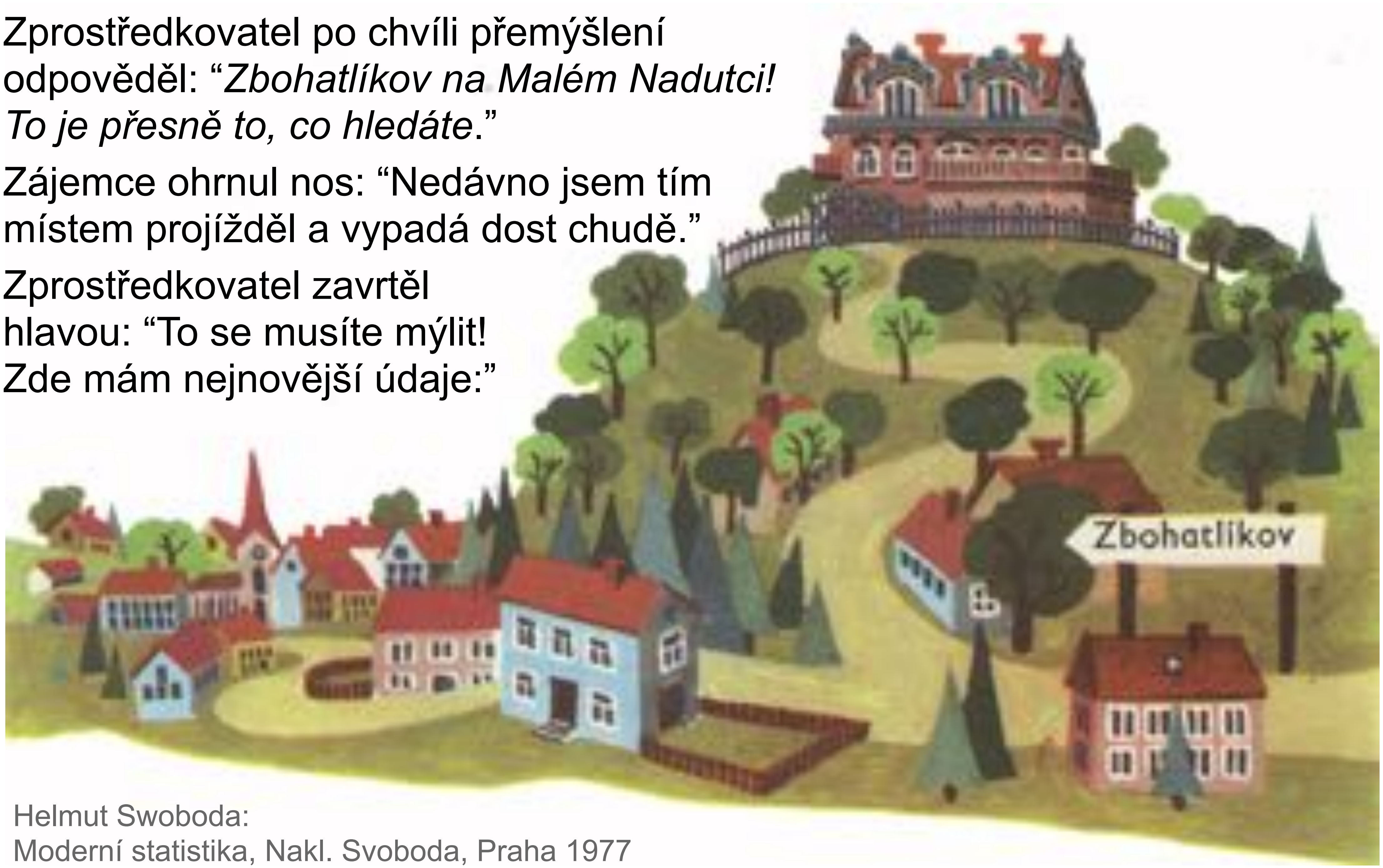
Pohádka o Zbohatlíkově

V jedné malé rozvinuté zemi, na kraji Evropské unie, přišel mladý podnikatel do realitní kanceláře a řekl: “*Chtěl bych pozemek na venkově, s lesem, loukami, ne příliš daleko od města, v pěkné krajině, za kterou by se člověk nemusel stydět. Samozřejmě že cenově výhodný*. ”

Zprostředkovatel po chvíli přemýšlení odpověděl: “*Zbohatlíkov na Malém Nadutci! To je přesně to, co hledáte*.”

Zájemce ohrnul nos: “Nedávno jsem tím místem projížděl a vypadá dost chudě.”

Zprostředkovatel zavrtěl hlavou: “To se musíte mýlit! Zde mám nejnovější údaje:”



Helmut Swoboda:
Moderní statistika, Nakl. Svoboda, Praha 1977

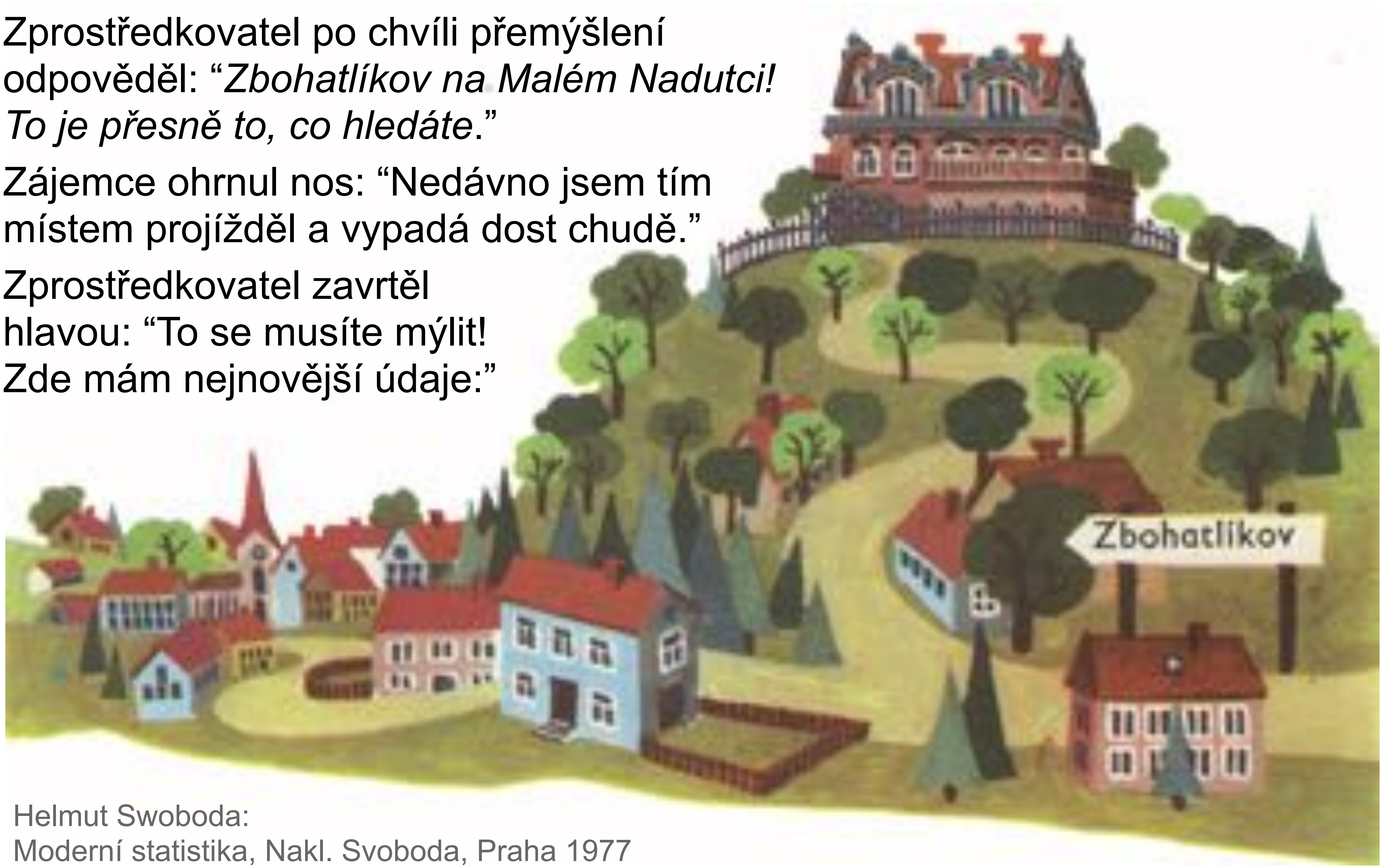
Pohádka o Zbohatlíkově

V jedné malé rozvinuté zemi, na kraji Evropské unie, přišel mladý podnikatel do realitní kanceláře a řekl: “*Chtěl bych pozemek na venkově, s lesem, loukami, ne příliš daleko od města, v pěkné krajině, za kterou by se člověk nemusel stydět. Samozřejmě že cenově výhodný*. ”

Zprostředkovatel po chvíli přemýšlení odpověděl: “*Zbohatlíkov na Malém Nadutci! To je přesně to, co hledáte*.”

Zájemce ohrnul nos: “Nedávno jsem tím místem projížděl a vypadá dost chudě.”

Zprostředkovatel zavrtěl hlavou: “To se musíte mýlit! Zde mám nejnovější údaje:”



Helmut Swoboda:
Moderní statistika, Nakl. Svoboda, Praha 1977

Pohádka o Zbohatlíkově

- Zprostředkovatel tvrdí:

Pohádka o Zbohatlíkově

- Zprostředkovatel tvrdí:

  ***Průměrný roční příjem ve Zbohatlíkově činí* 82.320 *tolarů*.**

Pohádka o Zbohatlíkově

- Zprostředkovatel tvrdí:

  ***Průměrný roční příjem ve Zbohatlíkově činí* 82.320 *tolarů*.**

- Kupec zašel za známým ředitelem banky:

  roční příjem více než poloviny obyvatel je **29.000** *tolarů a více*.

Pohádka o Zbohatlíkově

- Zprostředkovatel tvrdí:

  ***Průměrný roční příjem ve Zbohatlíkově činí* 82.320 *tolarů*.**

- Kupec zašel za známým ředitelem banky:

  roční příjem více než poloviny obyvatel je **29.000** *tolarů a více*.

- To je podivné! Co řekne okresní úřad?:

  Dosti chudé místo, průměrný příjem je kolem **29.000** *tolarů.*

Pohádka o Zbohatlíkově

- Zprostředkovatel tvrdí:

  ***Průměrný roční příjem ve Zbohatlíkově činí* 82.320 *tolarů*.**

- Kupec zašel za známým ředitelem banky:

  roční příjem více než poloviny obyvatel je **29.000** *tolarů a více*.

- To je podivné! Co řekne okresní úřad?:

  Dosti chudé místo, průměrný příjem je kolem **29.000** *tolarů.*

- Vrátil se k řediteli banky pro nové informace:

  Nejsilněji zastoupená příjmová kategorie je od **12.000** *do* **24.000** *tolarů*

  Nejčetnější příjem je poměrně přesně **18.000** *tolarů.*

Pohádka o Zbohatlíkově

- Zprostředkovatel tvrdí:

  ***Průměrný roční příjem ve Zbohatlíkově činí* 82.320 *tolarů*.**

- Kupec zašel za známým ředitelem banky:

  roční příjem více než poloviny obyvatel je **29.000** *tolarů a více*.

- To je podivné! Co řekne okresní úřad?:

  Dosti chudé místo, průměrný příjem je kolem **29.000** *tolarů.*

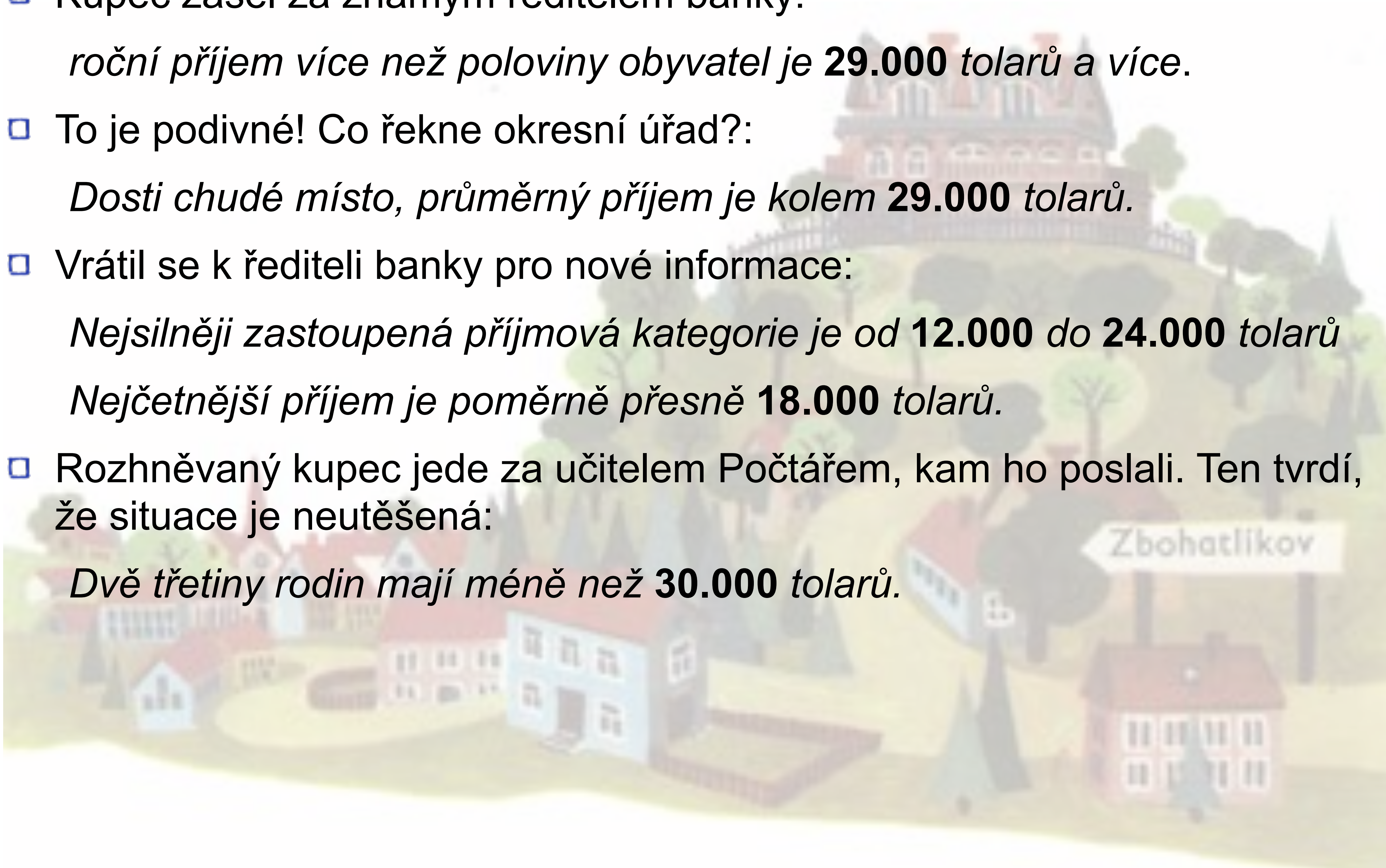
- Vrátil se k řediteli banky pro nové informace:

  Nejsilněji zastoupená příjmová kategorie je od **12.000** *do* **24.000** *tolarů*

  Nejčetnější příjem je poměrně přesně **18.000** *tolarů.*

- Rozhněvaný kupec jede za učitelem Počtářem, kam ho poslali. Ten tvrdí, že situace je neutěšená:

  Dvě třetiny rodin mají méně než **30.000** *tolarů.*



Pohádka o Zbohatlíkově

- Zprostředkovatel tvrdí:

  Průměrný roční příjem ve Zbohatlíkově činí **82.320** ***tolarů*****.**

- Kupec zašel za známým ředitelem banky:

  roční příjem více než poloviny obyvatel je **29.000** *tolarů a více*.

- To je podivné! Co řekne okresní úřad?:

  Dosti chudé místo, průměrný příjem je kolem **29.000** *tolarů.*

- Vrátil se k řediteli banky pro nové informace:

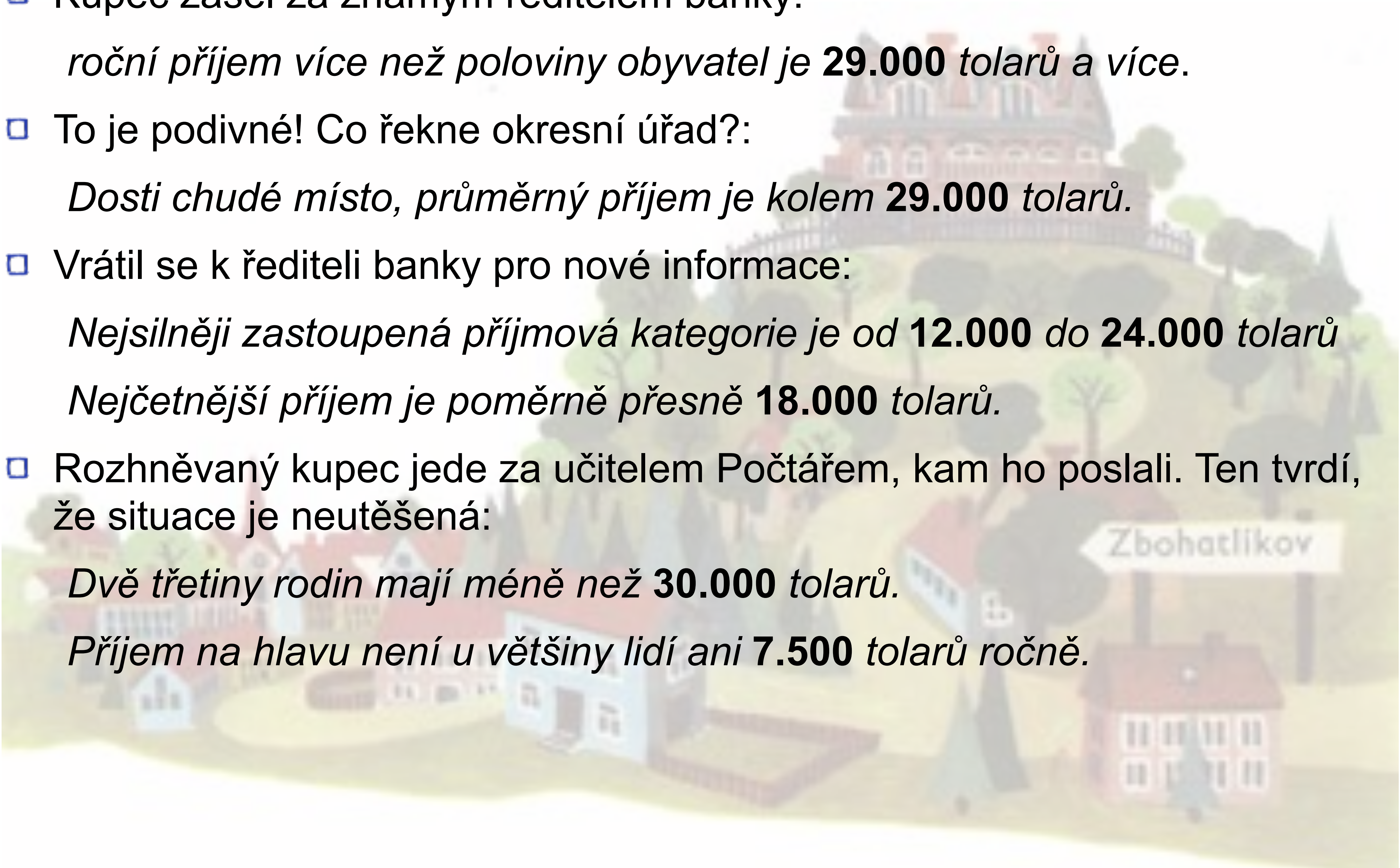
  Nejsilněji zastoupená příjmová kategorie je od **12.000** *do* **24.000** *tolarů*

  Nejčetnější příjem je poměrně přesně **18.000** *tolarů.*

- Rozhněvaný kupec jede za učitelem Počtářem, kam ho poslali. Ten tvrdí, že situace je neutěšená:

  Dvě třetiny rodin mají méně než **30.000** *tolarů.*

  Příjem na hlavu není u většiny lidí ani **7.500** *tolarů ročně.*



Pohádka o Zbohatlíkově

- Zprostředkovatel tvrdí:

  ***Průměrný roční příjem ve Zbohatlíkově činí* 82.320 *tolarů*.**

- Kupec zašel za známým ředitelem banky:

  roční příjem více než poloviny obyvatel je **29.000** *tolarů a více*.

- To je podivné! Co řekne okresní úřad?:

  Dosti chudé místo, průměrný příjem je kolem **29.000** *tolarů.*

- Vrátil se k řediteli banky pro nové informace:

  Nejsilněji zastoupená příjmová kategorie je od **12.000** *do* **24.000** *tolarů*

  Nejčetnější příjem je poměrně přesně **18.000** *tolarů.*

- Rozhněvaný kupec jede za učitelem Počtářem, kam ho poslali. Ten tvrdí, že situace je neutěšená:

  Dvě třetiny rodin mají méně než **30.000** *tolarů.*

  Příjem na hlavu není u většiny lidí ani **7.500** *tolarů ročně.*

  80% obyvatel má ročně méně než **25.000** *tolarů*

Pohádka o Zbohatlíkově

- Zprostředkovatel tvrdí:

  ***Průměrný roční příjem ve Zbohatlíkově činí* 82.320 *tolarů*.**

- Kupec zašel za známým ředitelem banky:

  roční příjem více než poloviny obyvatel je **29.000** *tolarů a více*.

- To je podivné! Co řekne okresní úřad?:

  Dosti chudé místo, průměrný příjem je kolem **29.000** *tolarů.*

- Vrátil se k řediteli banky pro nové informace:

  Nejsilněji zastoupená příjmová kategorie je od **12.000** *do* **24.000** *tolarů*

  Nejčetnější příjem je poměrně přesně **18.000** *tolarů.*

- Rozhněvaný kupec jede za učitelem Počtářem, kam ho poslali. Ten tvrdí, že situace je neutěšená:

  Dvě třetiny rodin mají méně než **30.000** *tolarů.*

  Příjem na hlavu není u většiny lidí ani **7.500** *tolarů ročně.*

  80% obyvatel má ročně méně než **25.000** *tolarů*

Kdo z nich lže?

Pohádka o Zbohatlíkově

- Zprostředkovatel tvrdí:

  Průměrný roční příjem ve Zbohatlíkově činí 82.320 tolarů.

- Kupec zašel za známým ředitelem banky:

  roční příjem více než poloviny obyvatel je **29.000** *tolarů a více*.

- To je podivné! Co řekne okresní úřad?:

  Dosti chudé místo, průměrný příjem je kolem **29.000** *tolarů.*

- Vrátil se k řediteli banky pro nové informace:

  Nejsilněji zastoupená příjmová kategorie je od **12.000** *do* **24.000** *tolarů*

  Nejčetnější příjem je poměrně přesně **18.000** *tolarů.*

- Rozhněvaný kupec jede za učitelem Počtářem, kam ho poslali. Ten tvrdí, že situace je neutěšená:

  Dvě třetiny rodin mají méně než **30.000** *tolarů.*

  Příjem na hlavu není u většiny lidí ani **7.500** *tolarů ročně.*

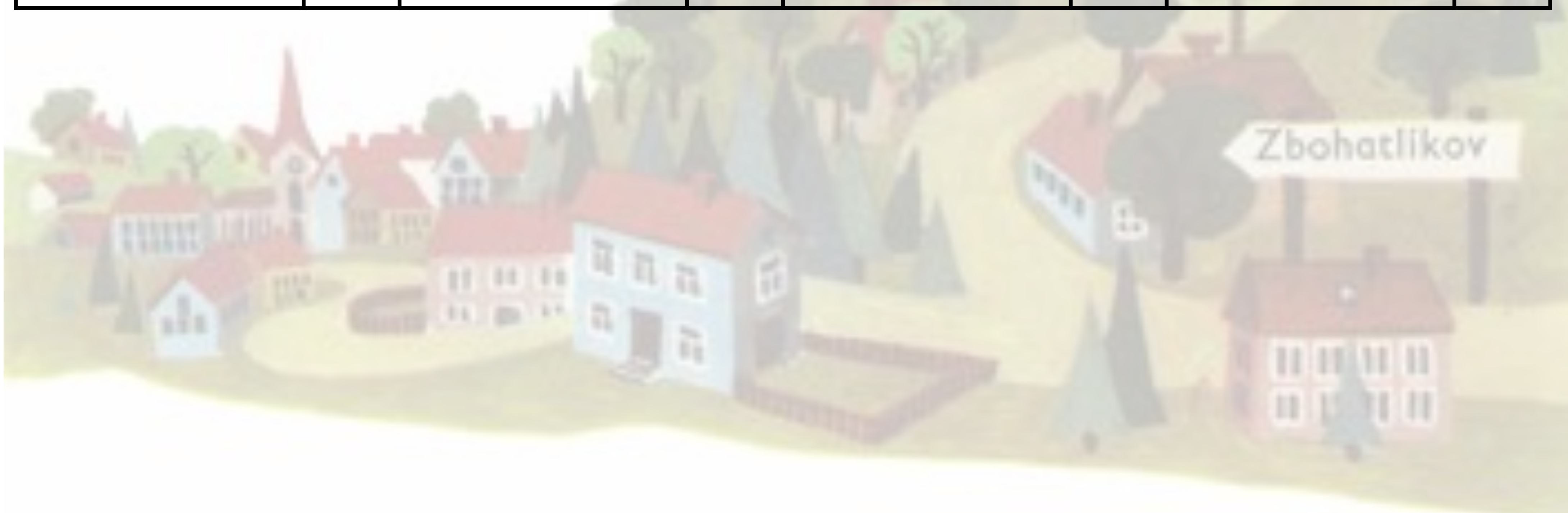
  80% obyvatel má ročně méně než **25.000** *tolarů*

Kdo z nich lže?

Pohádka o Zbohatlíkově

Údaje o ročním příjmu 25 rodin ze Zbohatlíkova, n je počet členů domácnosti:

roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n
1,200.000	3	60.000	1	45.000	2	29.000	3
150.000	5	51.000	3	42.000	2	26.000	4
86.000	4	49.000	4	38.000	4	24.000	4
37.000	3	20.000	7	14.000	1	18.000	4
35.000	5	18.000	3	13.000	4	16.000	3
32.000	3	18.000	8	11.000	1	16.000	2
						10.000	2



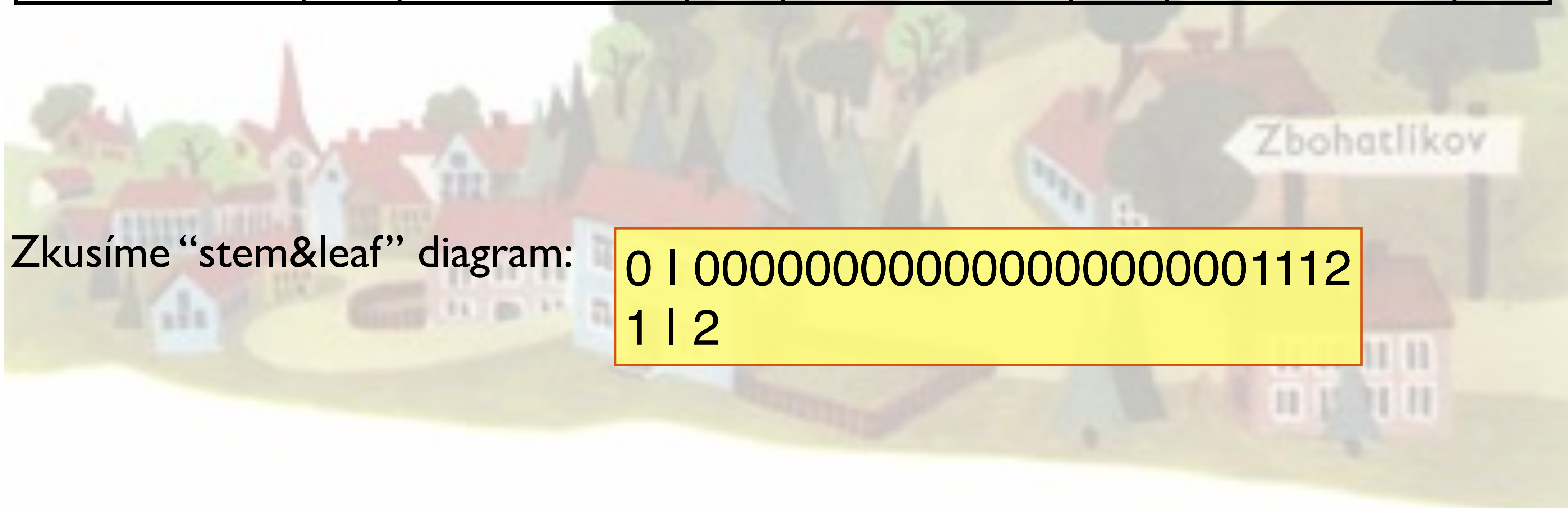
Pohádka o Zbohatlíkově

Údaje o ročním příjmu 25 rodin ze Zbohatlíkova, n je počet členů domácnosti:

roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n
1,200.000	3	60.000	1	45.000	2	29.000	3
150.000	5	51.000	3	42.000	2	26.000	4
86.000	4	49.000	4	38.000	4	24.000	4
37.000	3	20.000	7	14.000	1	18.000	4
35.000	5	18.000	3	13.000	4	16.000	3
32.000	3	18.000	8	11.000	1	16.000	2
						10.000	2

Zkusíme "stem&leaf" diagram:

0 I 000000000000000000001112
1 I 2



Pohádka o Zbohatlíkově

Údaje o ročním příjmu 25 rodin ze Zbohatlíkova, n je počet členů domácnosti:

roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n
1,200.000	3	60.000	1	45.000	2	29.000	3
150.000	5	51.000	3	42.000	2	26.000	4
86.000	4	49.000	4	38.000	4	24.000	4
37.000	3	20.000	7	14.000	1	18.000	4
35.000	5	18.000	3	13.000	4	16.000	3
32.000	3	18.000	8	11.000	1	16.000	2
						10.000	2

Zkusíme “stem&leaf” diagram:

0 l 000000000000000000001112
1 l 2

Nic moc!

Pohádka o Zbohatlíkově

Údaje o ročním příjmu 25 rodin ze Zbohatlíkova, n je počet členů domácnosti:

roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n
1,200.000	3	60.000	1	45.000	2	29.000	3
150.000	5	51.000	3	42.000	2	26.000	4
86.000	4	49.000	4	38.000	4	24.000	4
37.000	3	20.000	7	14.000	1	18.000	4
35.000	5	18.000	3	13.000	4	16.000	3
32.000	3	18.000	8	11.000	1	16.000	2
						10.000	2

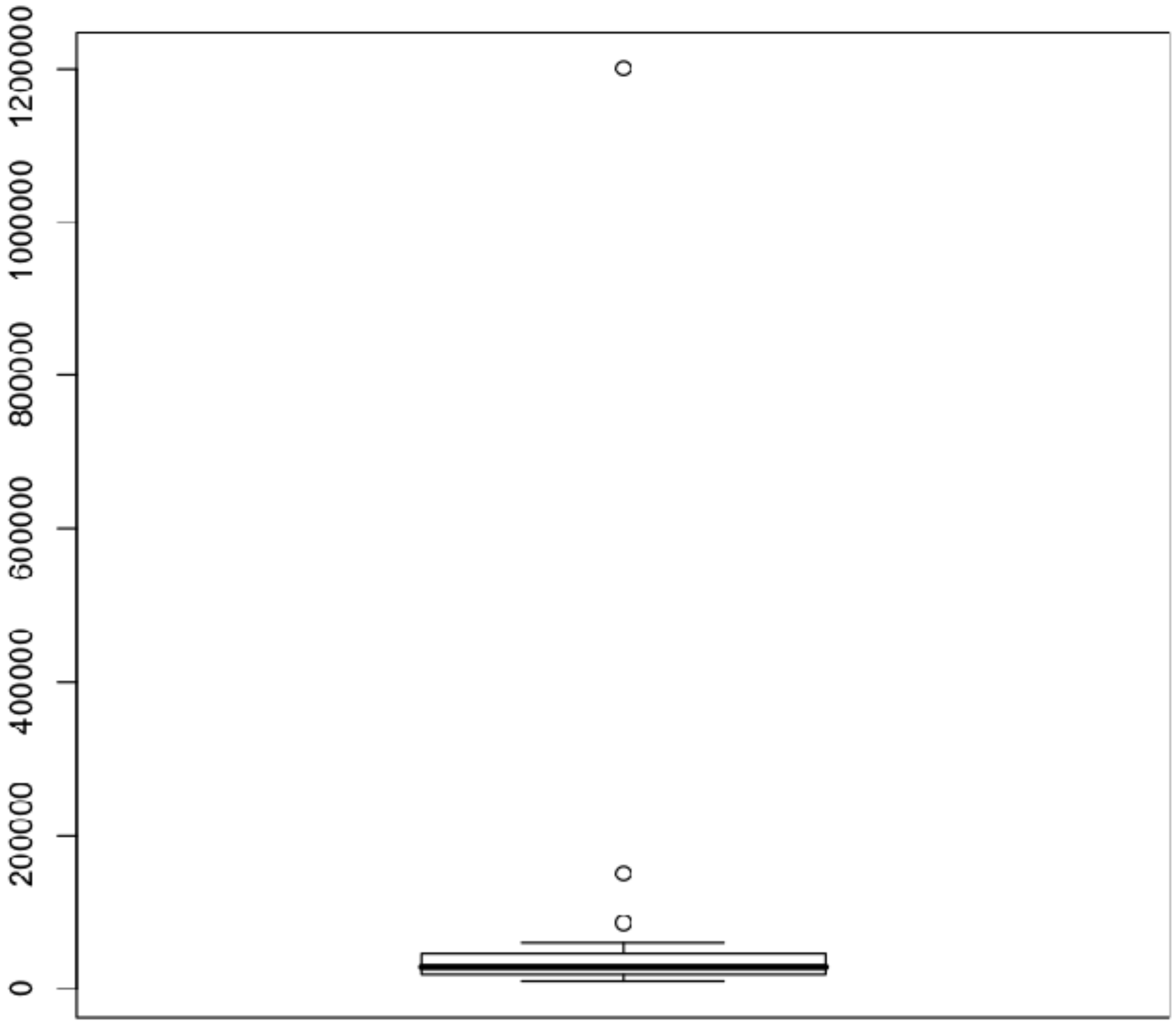
Zkusíme "stem&leaf" diagram:

0 I 000000000000000000001112
1 I 2

Nic moc!

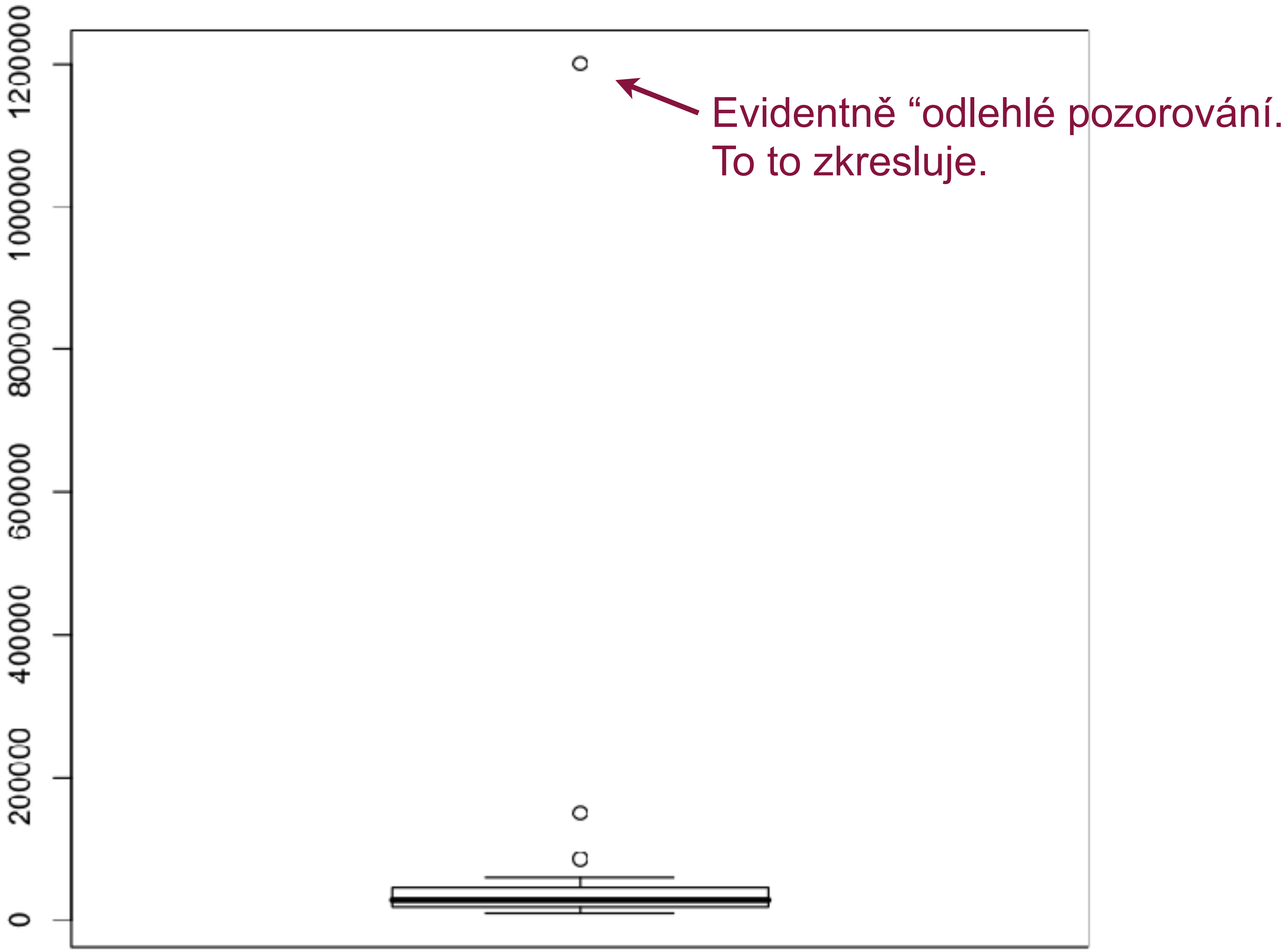
Pohádka o Zbohatlíkově

… a co "Box&Whiskers" diagram?



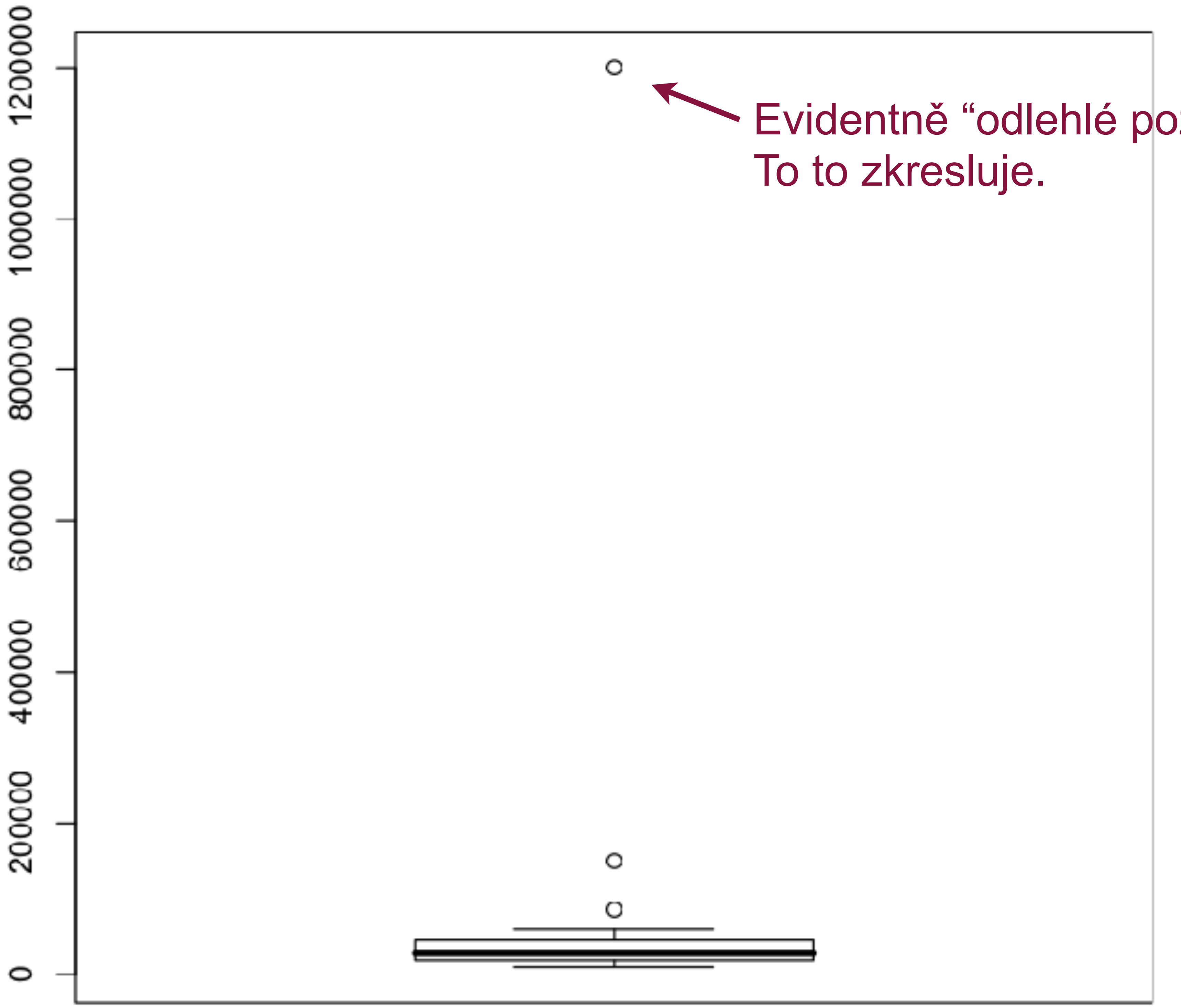
Pohádka o Zbohatlíkově

... a co "Box&Whiskers" diagram?



Pohádka o Zbohatlíkově

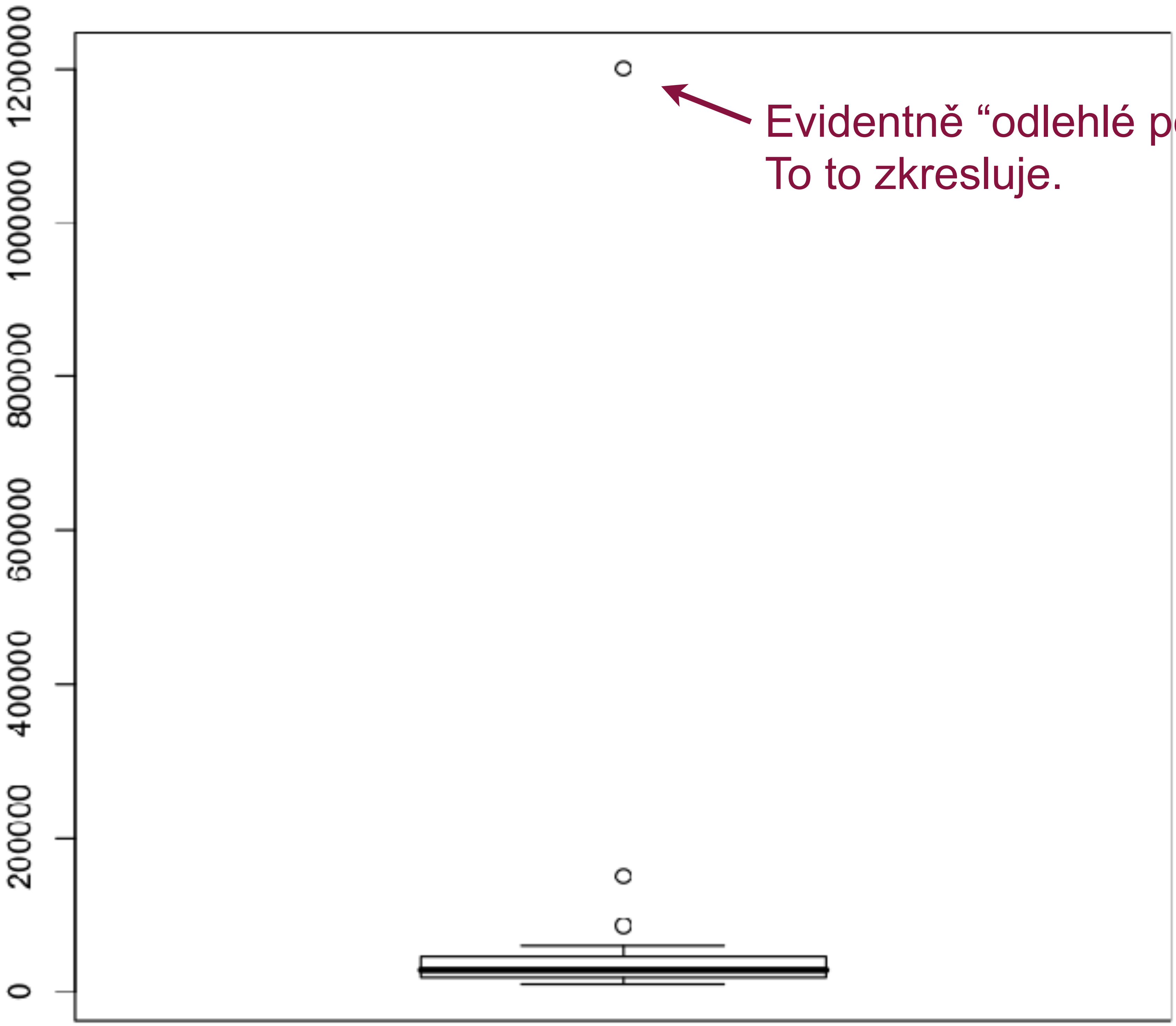
... a co “Box&Whiskers” diagram?



Nicméně, medián
je opravdu 29.000

Pohádka o Zbohatlíkově

... a co "Box&Whiskers" diagram?

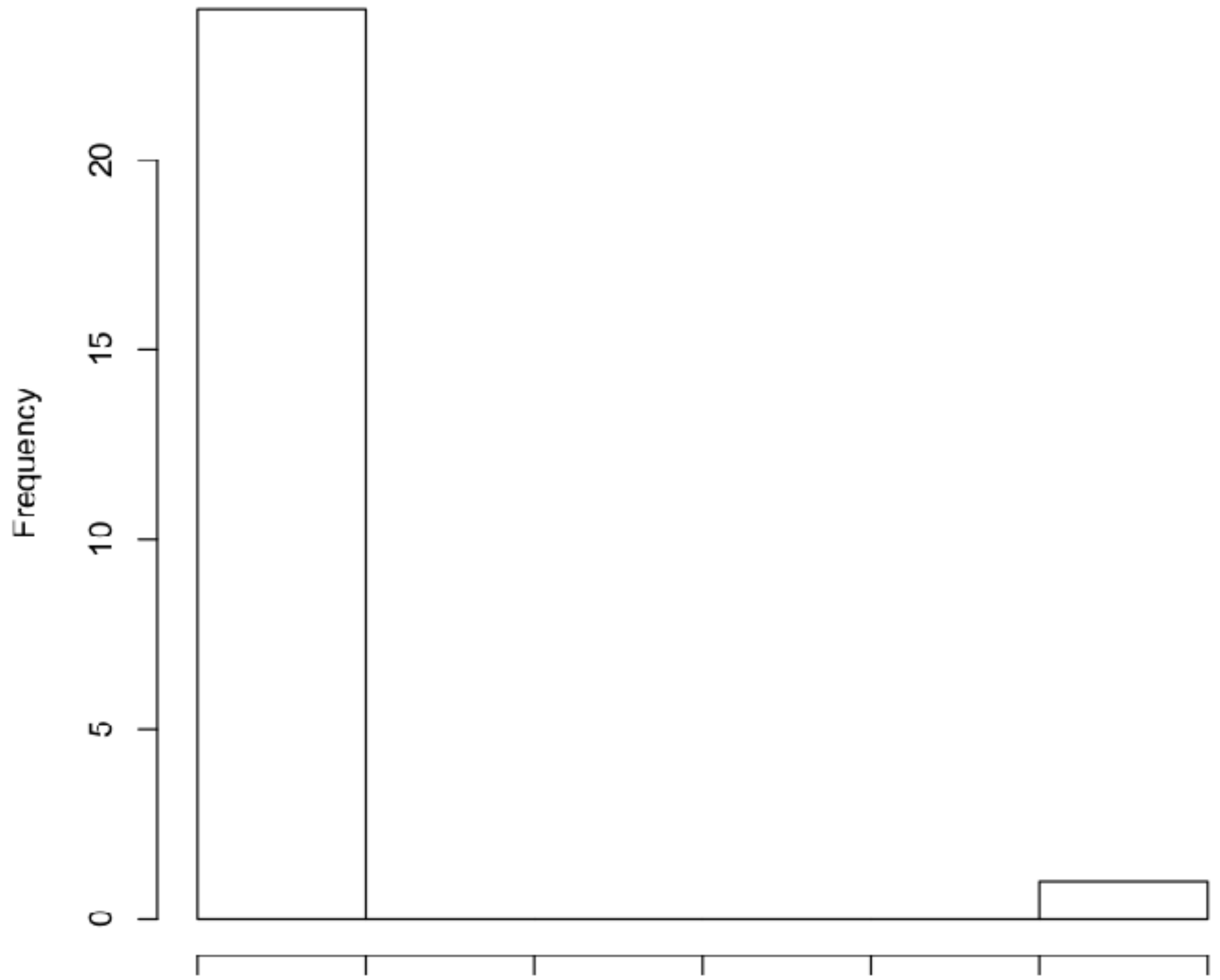


Evidentně "odlehlé pozorování.
To to zkresluje.

Nicméně, medián je opravdu 29.000

Pohádka o Zbohatlíkově

stejně dopadne i histogram:

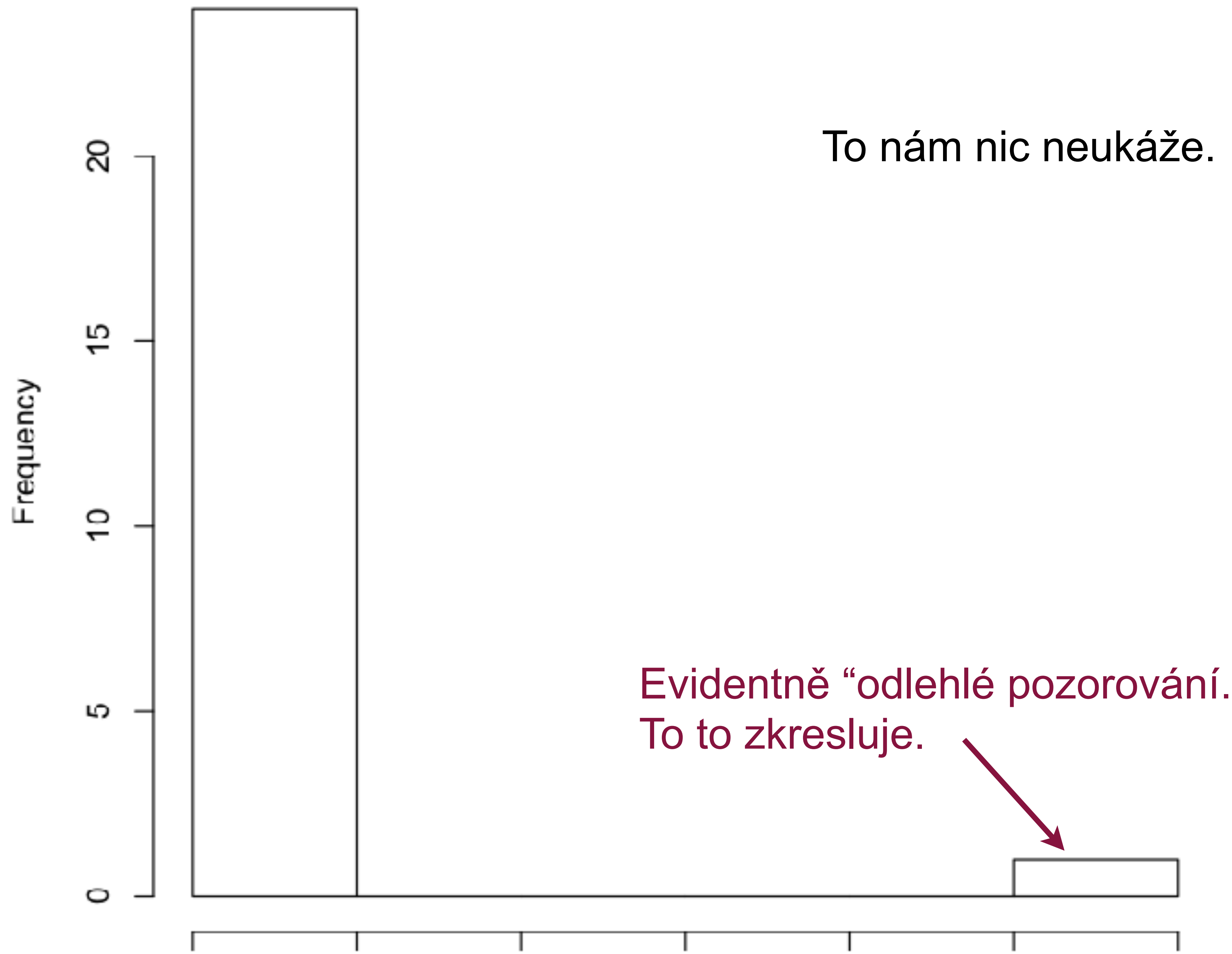


Pohádka o Zbohatlíkově

stejně dopadne i histogram:

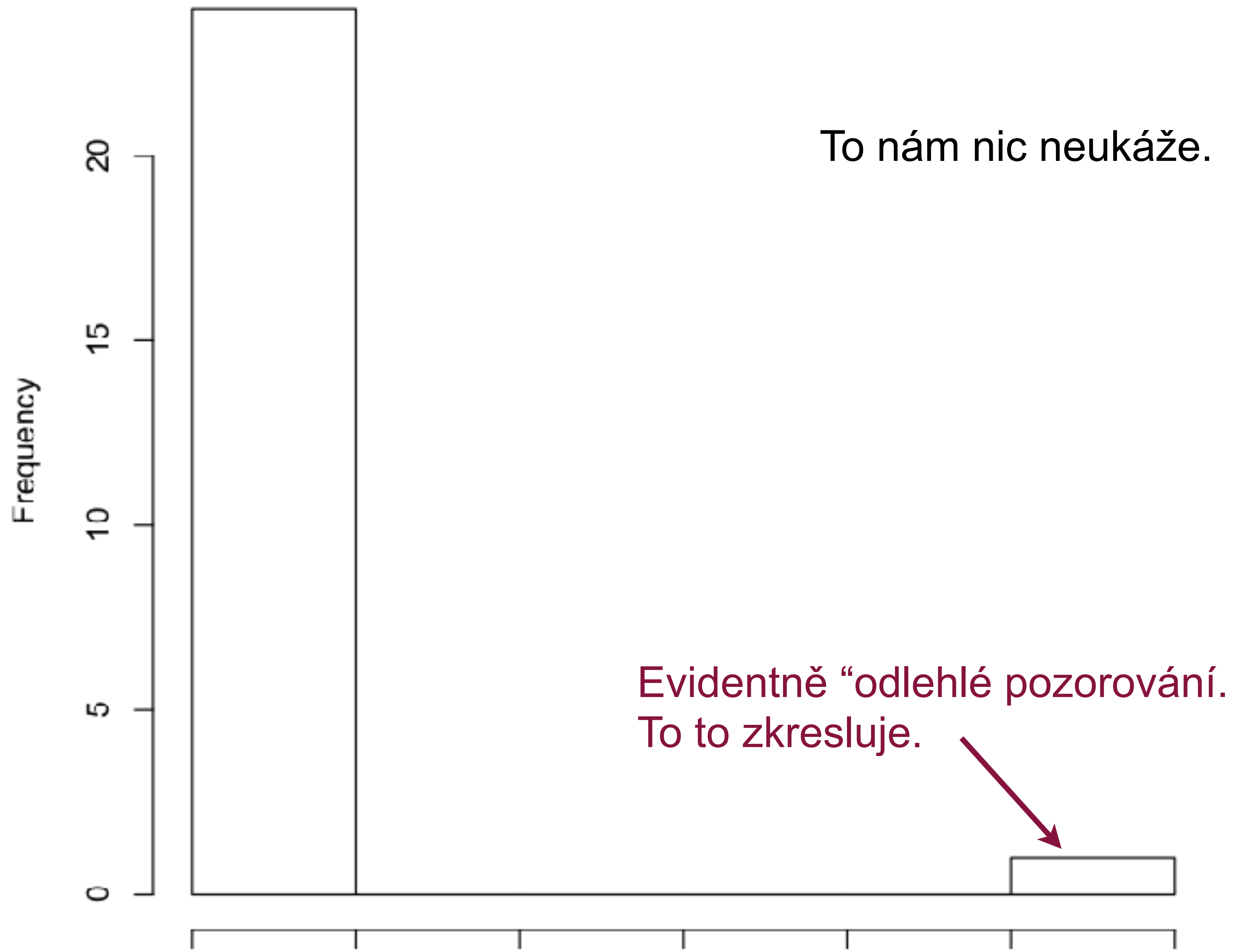
Pohádka o Zbohatlíkově

stejně dopadne i histogram:



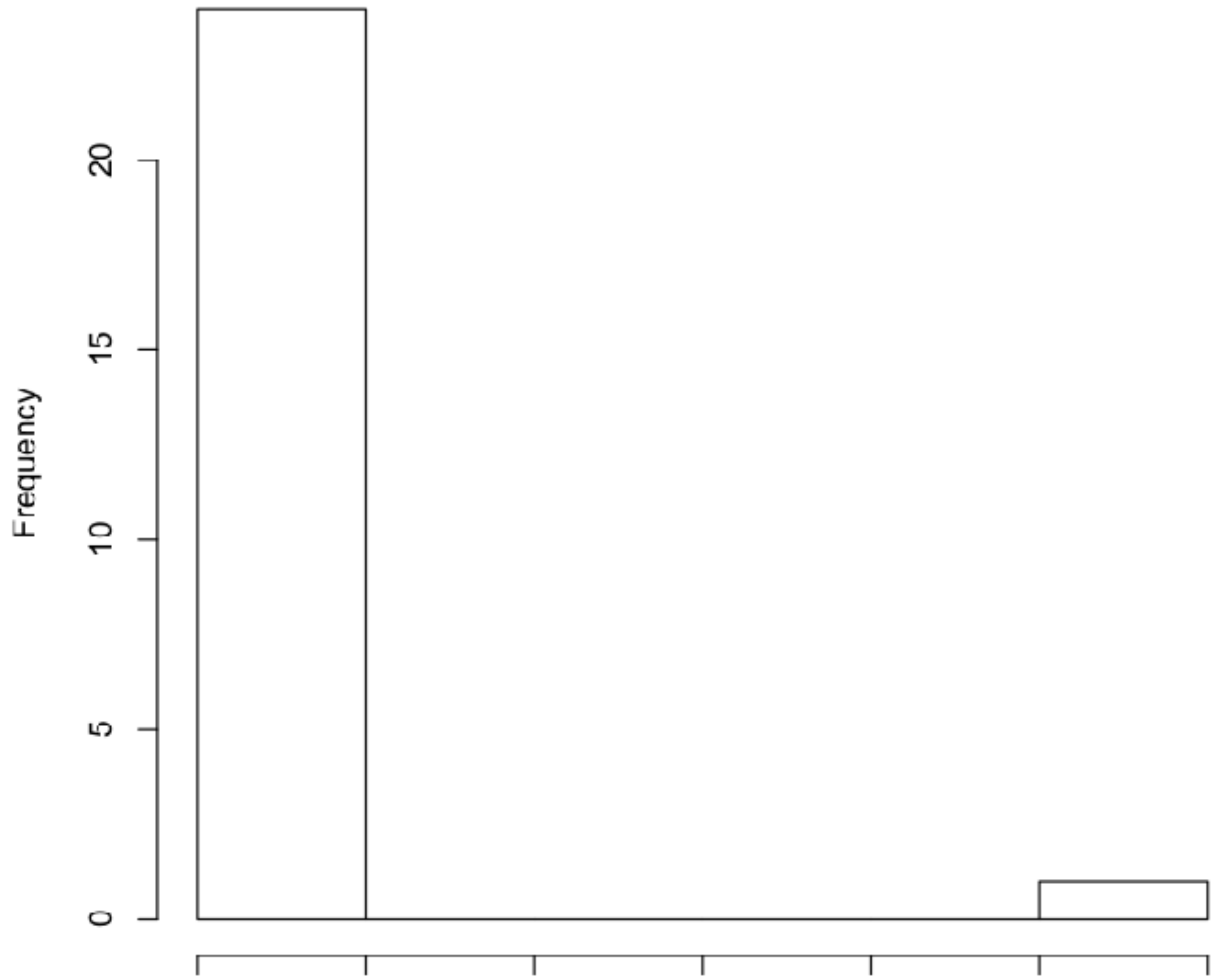
Pohádka o Zbohatlíkově

stejně dopadne i histogram:



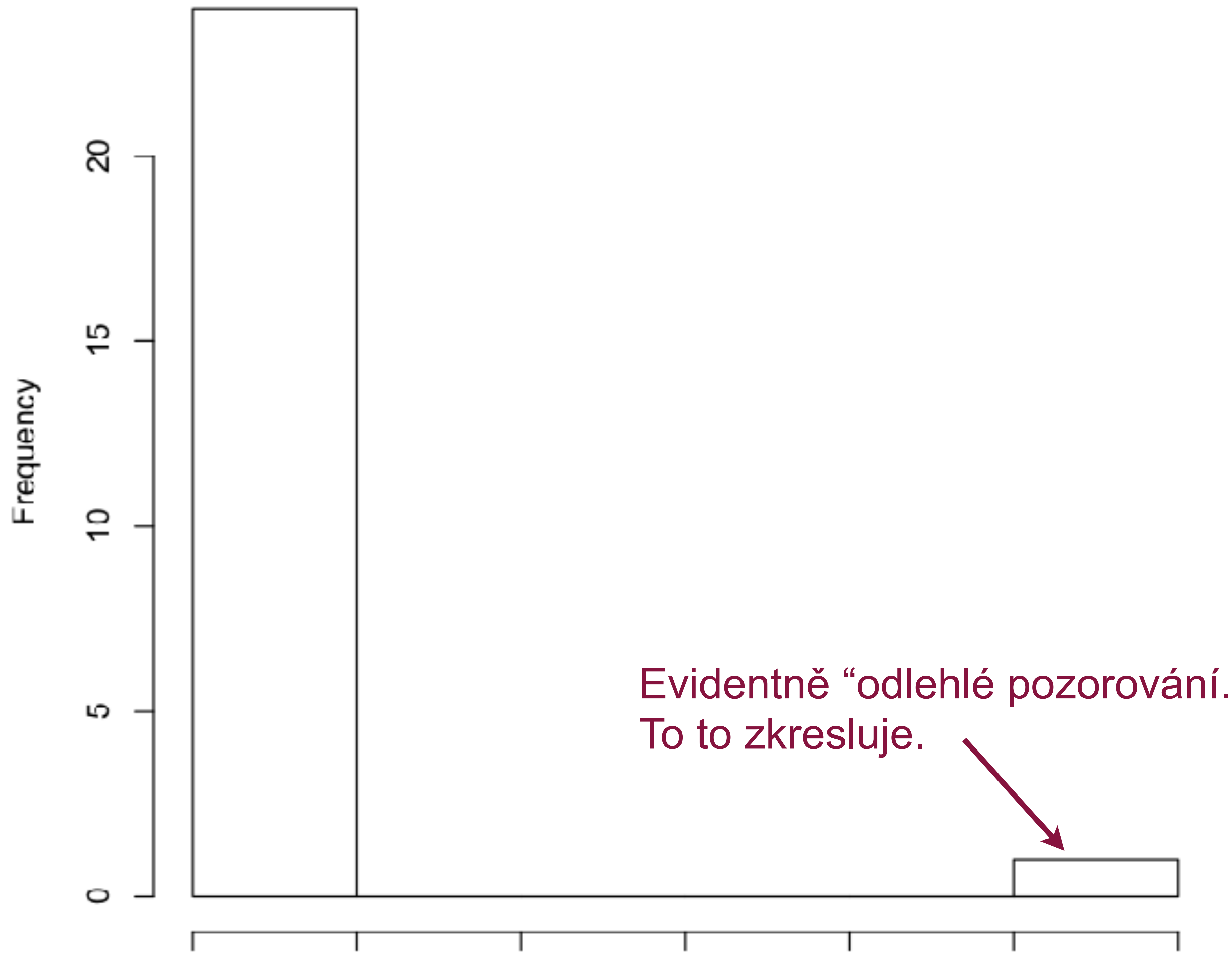
Pohádka o Zbohatlíkově

stejně dopadne i histogram:



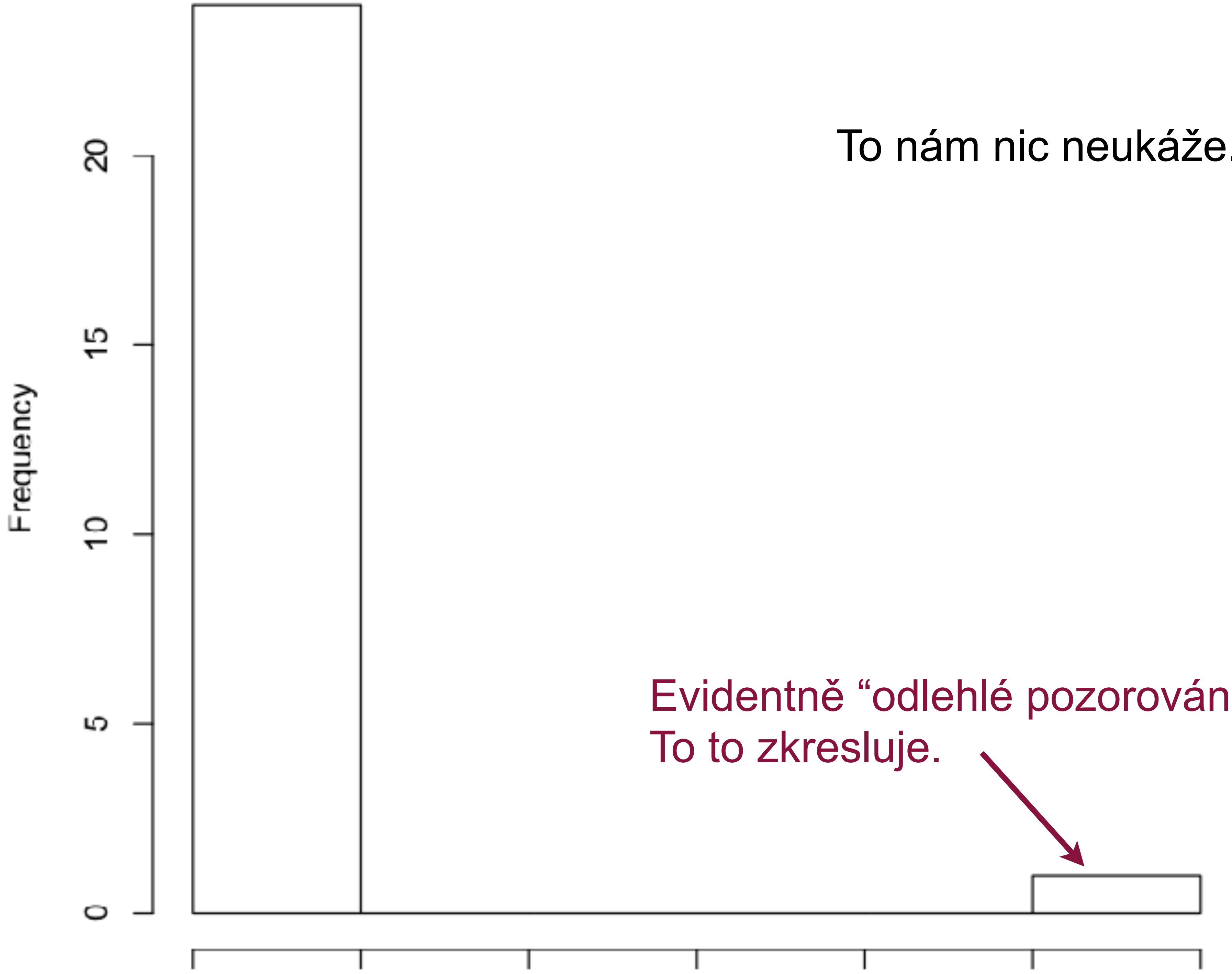
Pohádka o Zbohatlíkově

stejně dopadne i histogram:



Pohádka o Zbohatlíkově

stejně dopadne i histogram:

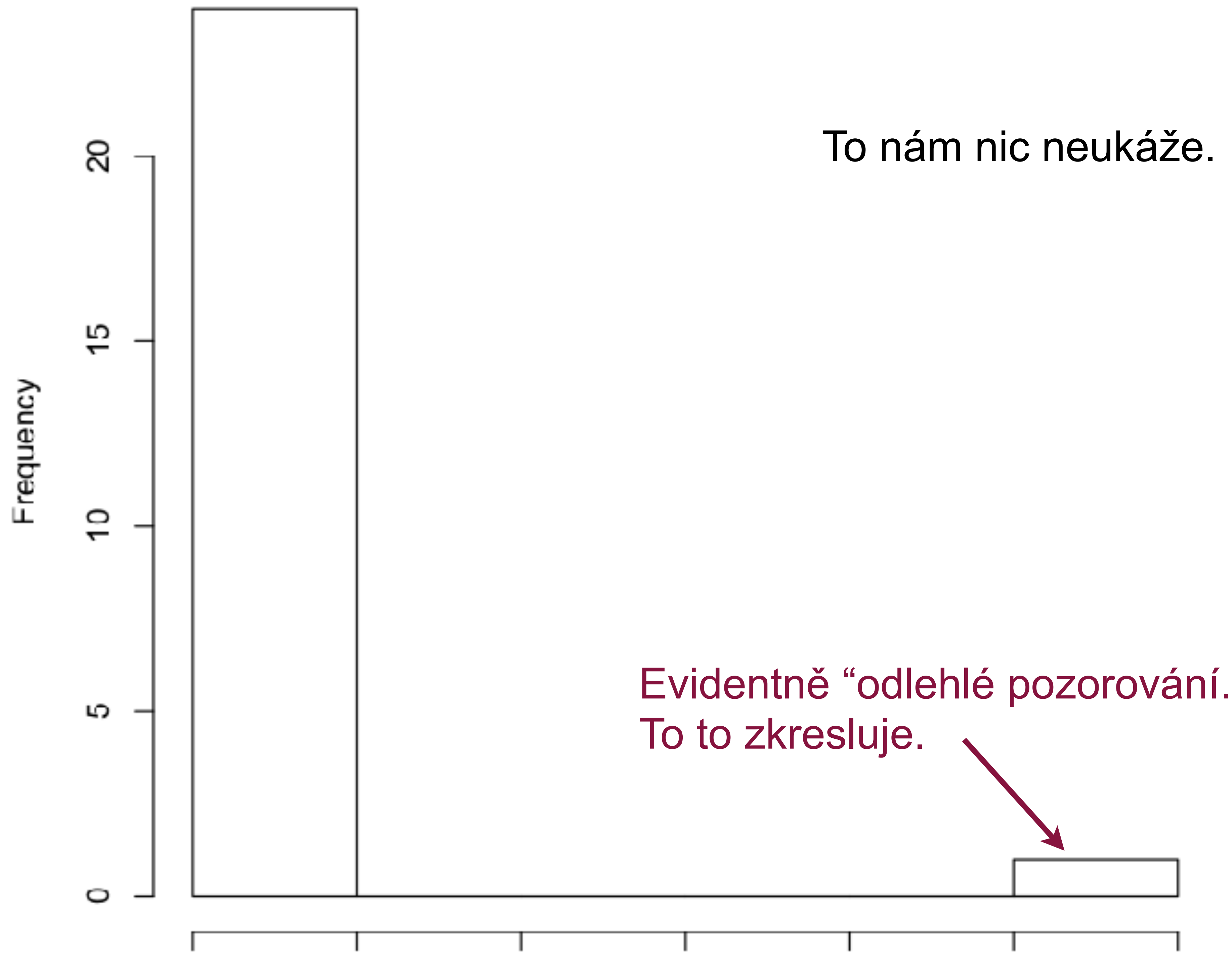


To nám nic neukáže.

Evidentně “odlehlé pozorování.
To to zkresluje.

Pohádka o Zbohatlíkově

stejně dopadne i histogram:

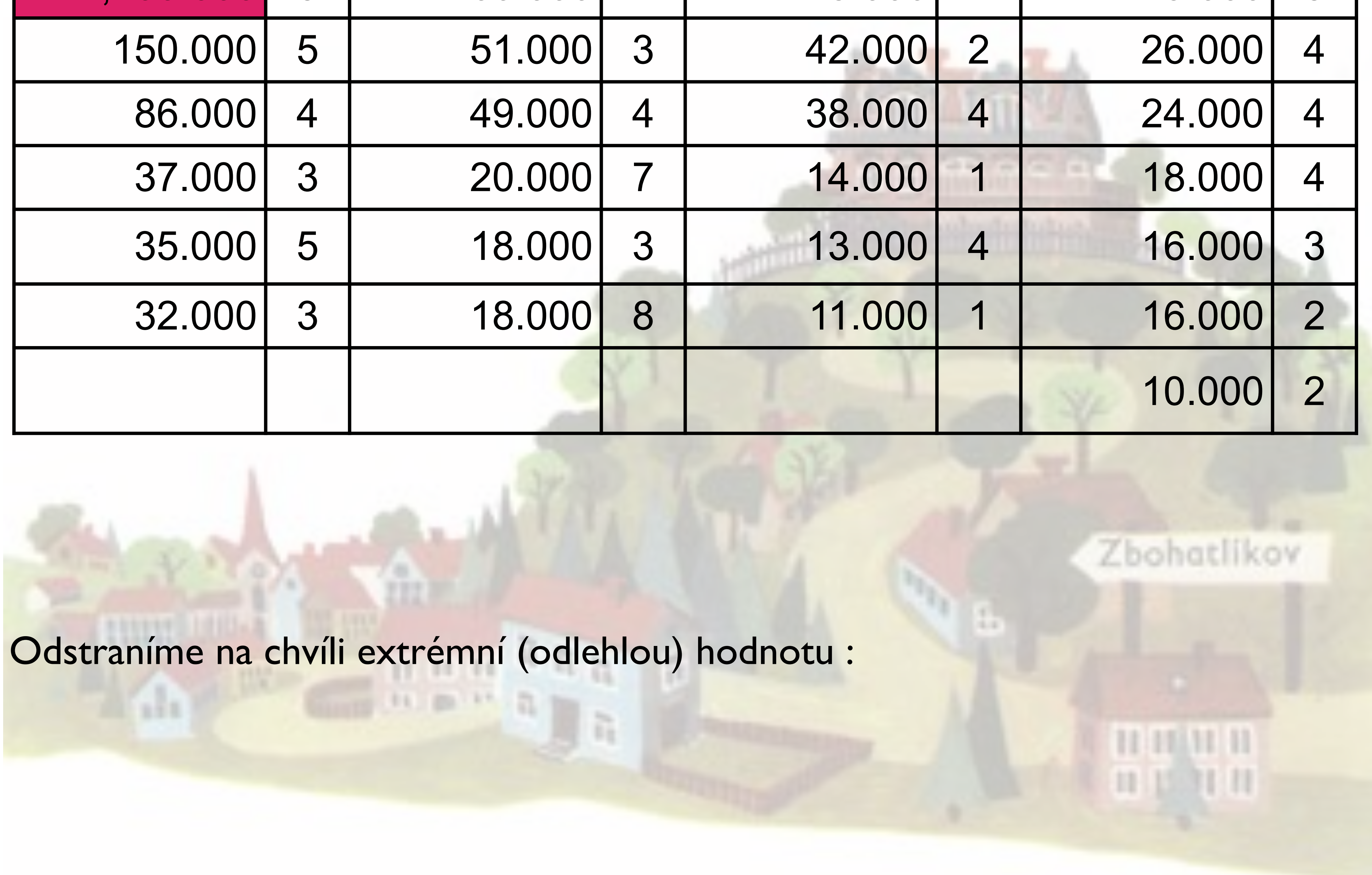


Pohádka o Zbohatlíkově

Údaje o ročním příjmu 25 rodin ze Zbohatlíkova, n je počet členů domácnosti:

roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n		
1,200.000	3	60.000	1	45.000	2	29.000	3
150.000	5	51.000	3	42.000	2	26.000	4
86.000	4	49.000	4	38.000	4	24.000	4
37.000	3	20.000	7	14.000	1	18.000	4
35.000	5	18.000	3	13.000	4	16.000	3
32.000	3	18.000	8	11.000	1	16.000	2
						10.000	2

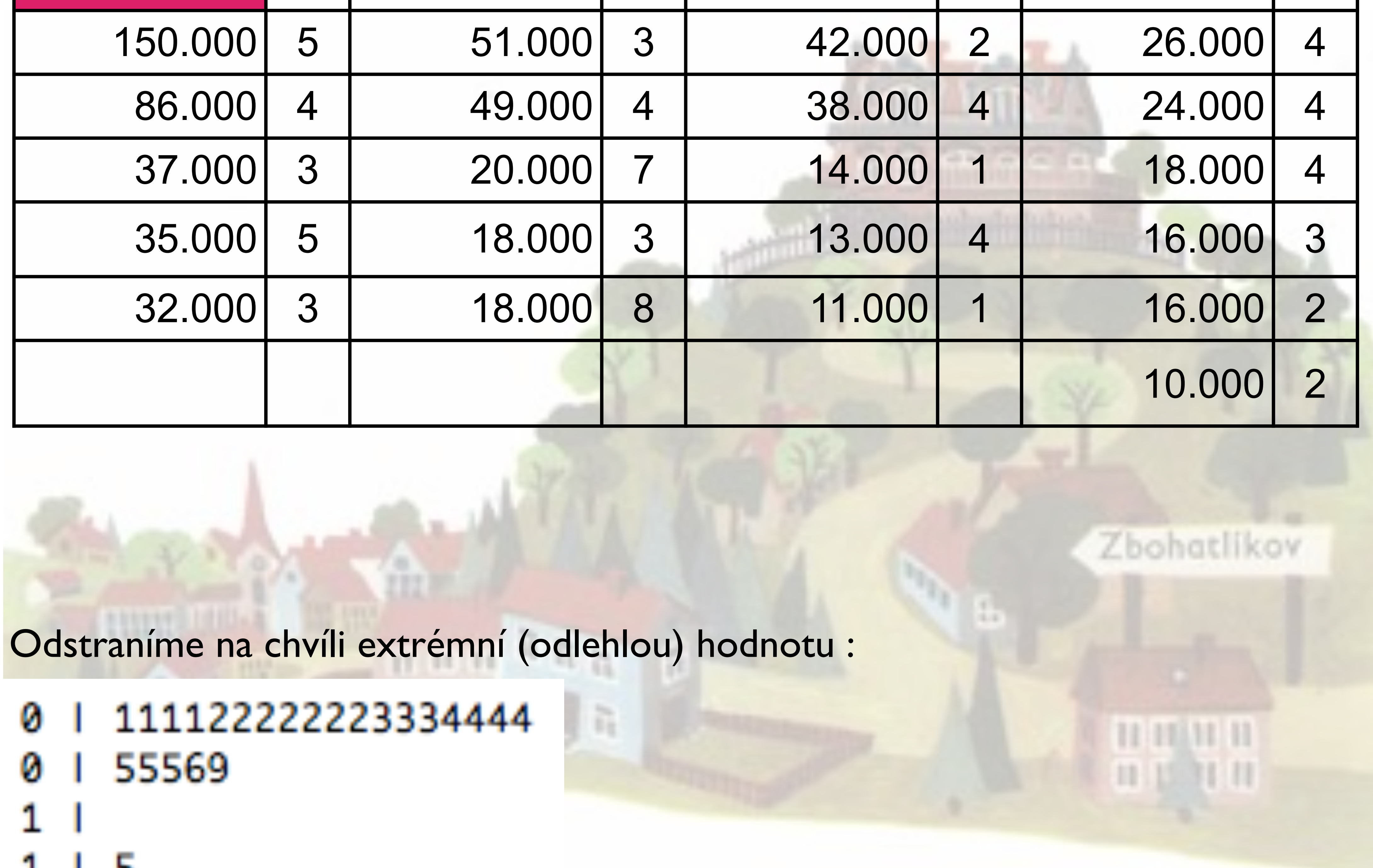
Odstraníme na chvíli extrémní (odlehlou) hodnotu :



Pohádka o Zbohatlíkově

Údaje o ročním příjmu 25 rodin ze Zbohatlíkova, n je počet členů domácnosti:

roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n		
1,200.000	3	60.000	1	45.000	2	29.000	3
150.000	5	51.000	3	42.000	2	26.000	4
86.000	4	49.000	4	38.000	4	24.000	4
37.000	3	20.000	7	14.000	1	18.000	4
35.000	5	18.000	3	13.000	4	16.000	3
32.000	3	18.000	8	11.000	1	16.000	2
						10.000	2



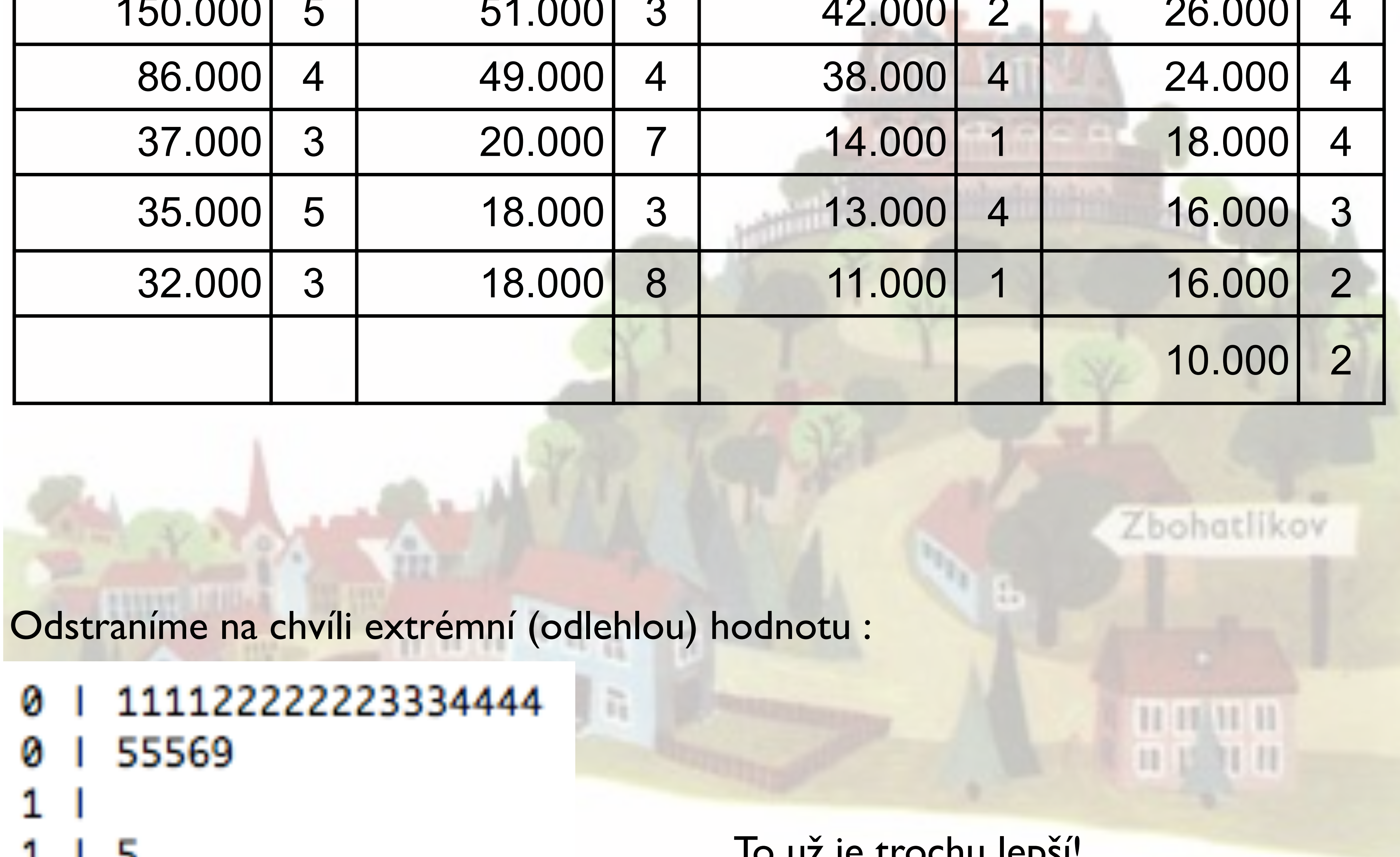
Odstraníme na chvíli extrémní (odlehlou) hodnotu :

```
0 | 1111222222223334444
0 | 55569
1 |
1 | 5
```

Pohádka o Zbohatlíkově

Údaje o ročním příjmu 25 rodin ze Zbohatlíkova, n je počet členů domácnosti:

roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n		
1,200.000	3	60.000	1	45.000	2	29.000	3
150.000	5	51.000	3	42.000	2	26.000	4
86.000	4	49.000	4	38.000	4	24.000	4
37.000	3	20.000	7	14.000	1	18.000	4
35.000	5	18.000	3	13.000	4	16.000	3
32.000	3	18.000	8	11.000	1	16.000	2
						10.000	2



Odstraníme na chvíli extrémní (odlehlou) hodnotu :

```
0 | 1111222222223334444
0 | 55569
1 |
1 | 5
```

To už je trochu lepší!

Pohádka o Zbohatlíkově

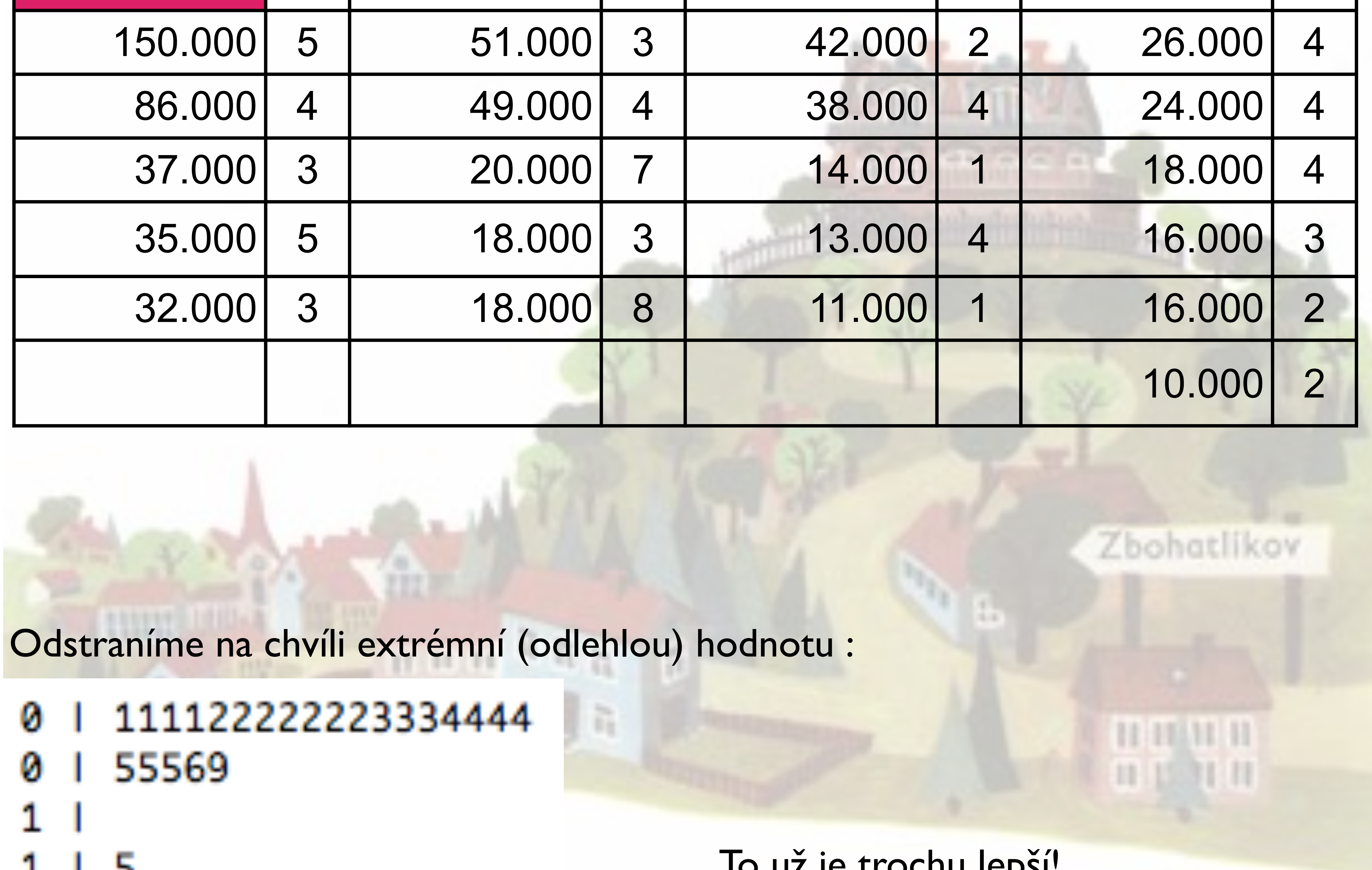
Údaje o ročním příjmu 25 rodin ze Zbohatlíkova, n je počet členů domácnosti:

roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n		
1,200.000	3	60.000	1	45.000	2	29.000	3
150.000	5	51.000	3	42.000	2	26.000	4
86.000	4	49.000	4	38.000	4	24.000	4
37.000	3	20.000	7	14.000	1	18.000	4
35.000	5	18.000	3	13.000	4	16.000	3
32.000	3	18.000	8	11.000	1	16.000	2
						10.000	2

Odstraníme na chvíli extrémní (odlehlou) hodnotu :

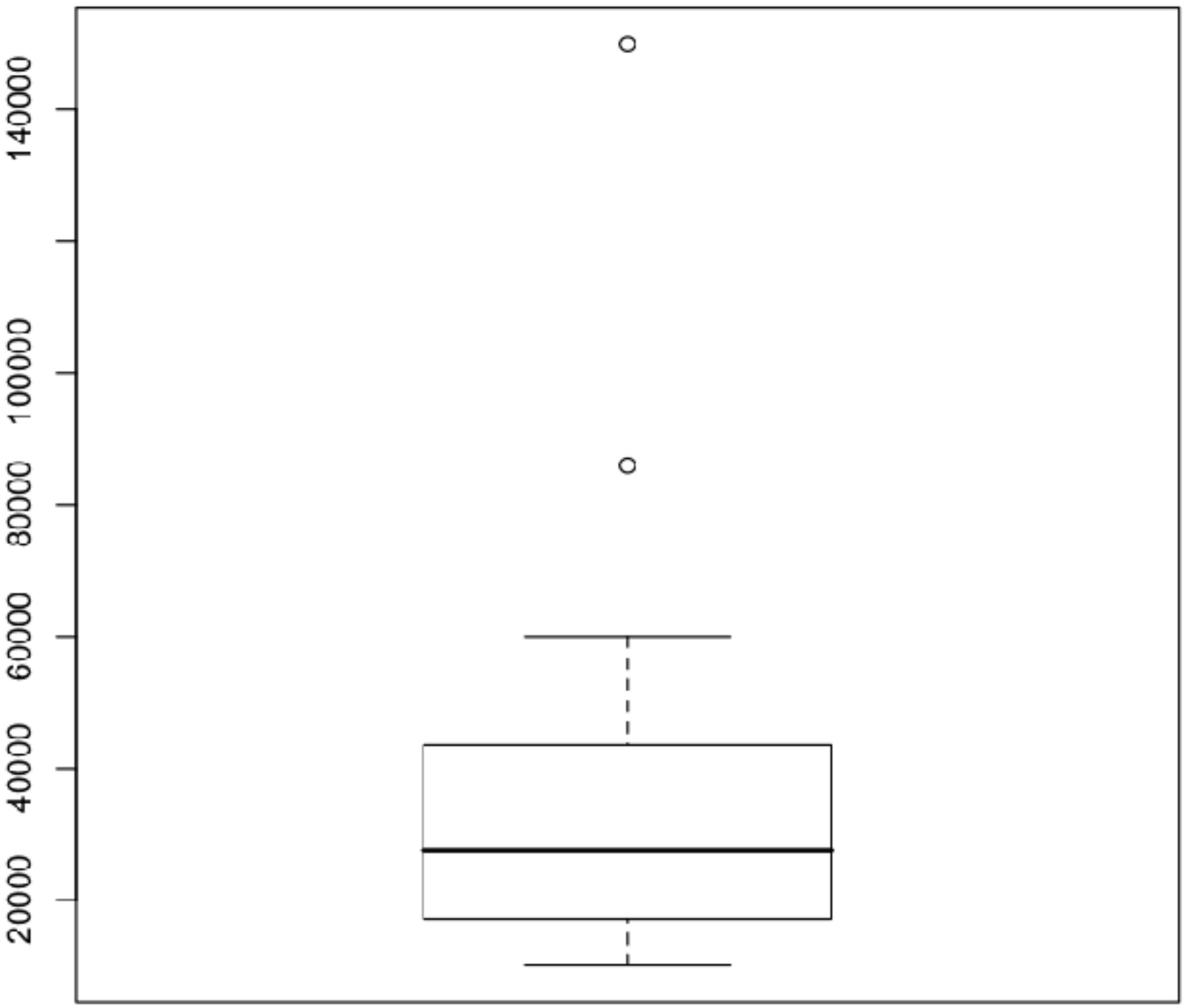
```
0 | 1111222222223334444
0 | 55569
1 |
1 | 5
```

To už je trochu lepší!



Pohádka o Zbohatlíkově

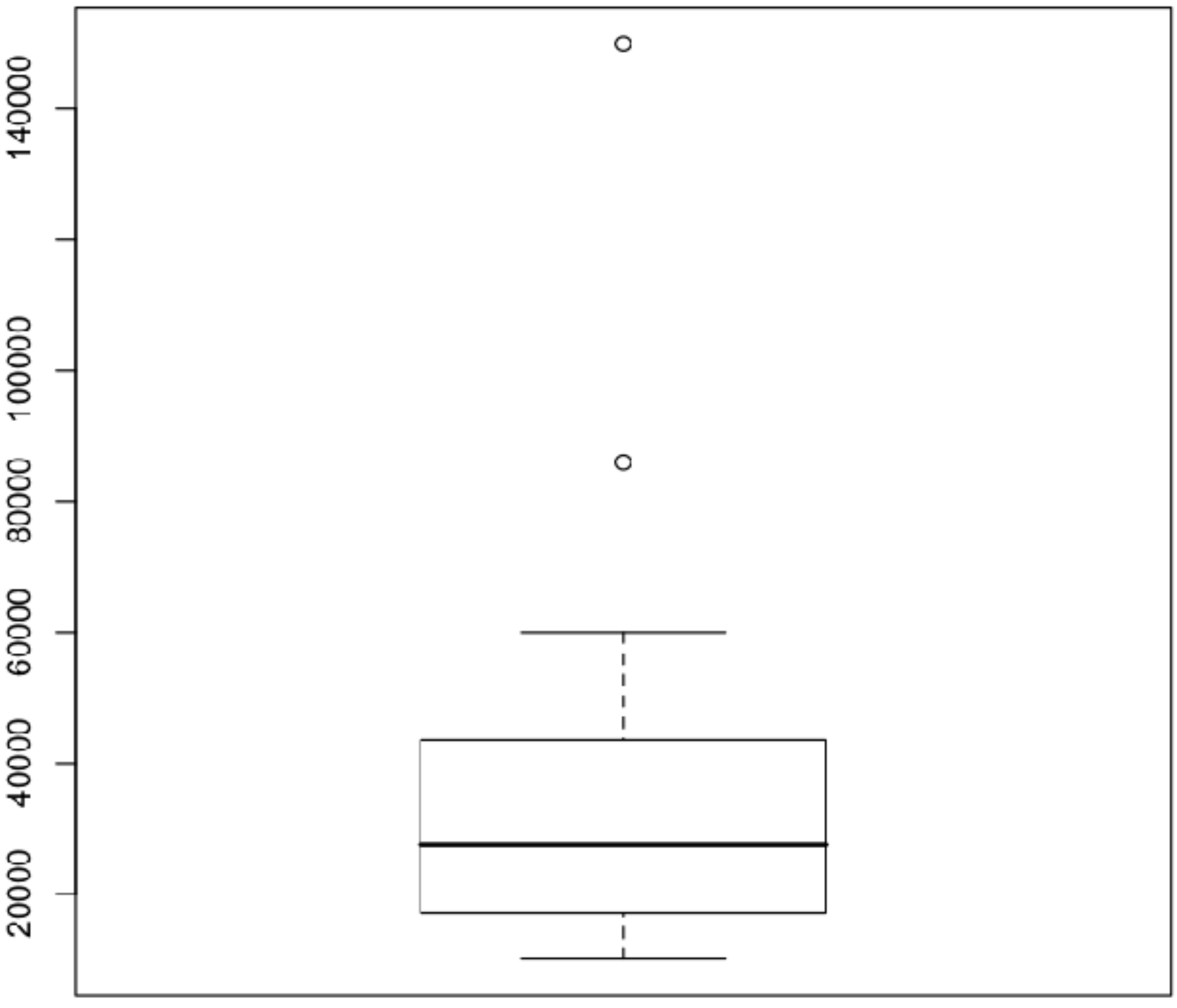
Odstraníme na chvíli extrémní (odlehlou) hodnotu :



$X_{med} = 29.000$

Pohádka o Zbohatlíkově

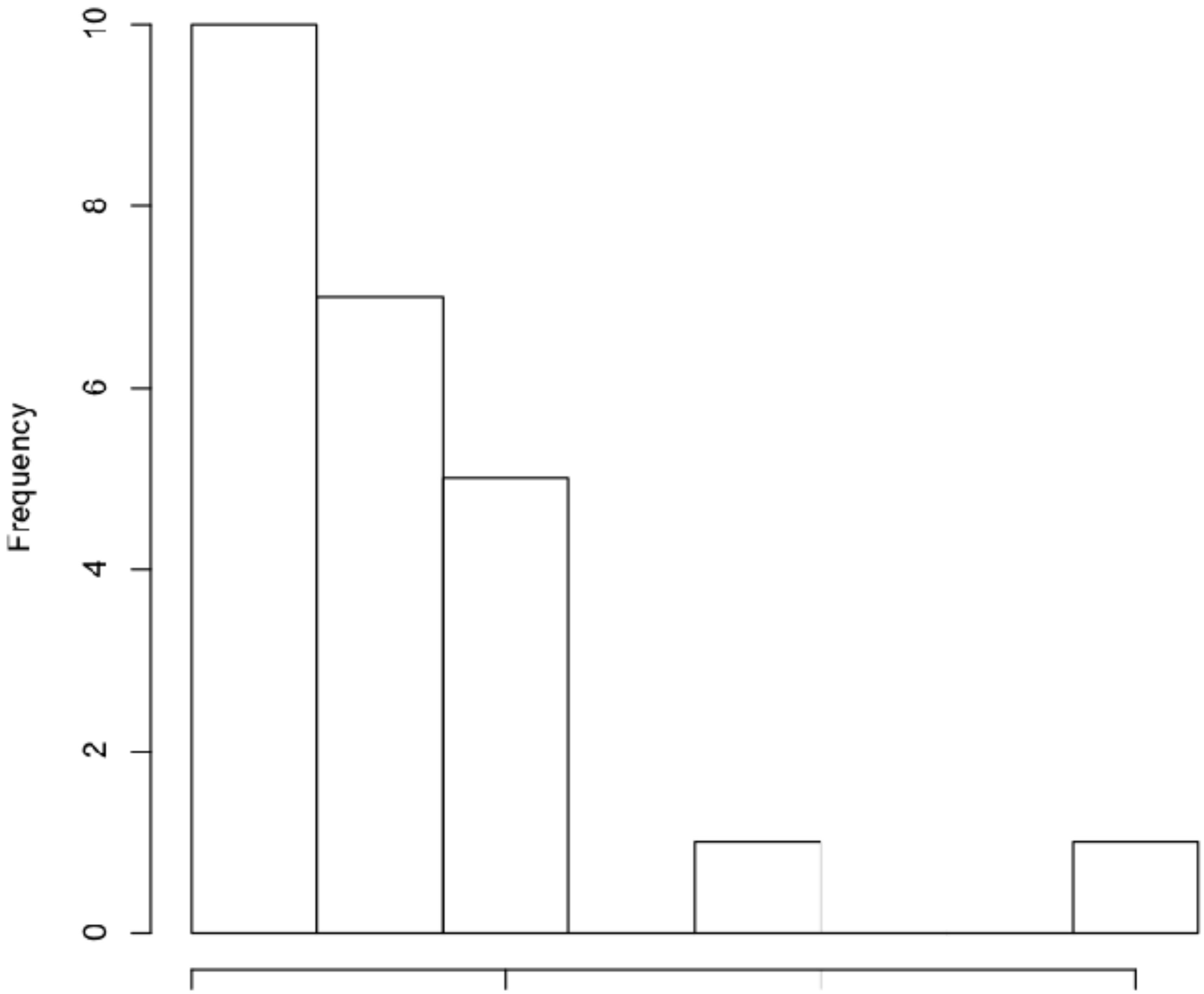
Odstraníme na chvíli extrémní (odlehlou) hodnotu :



X_{med} = 29.000

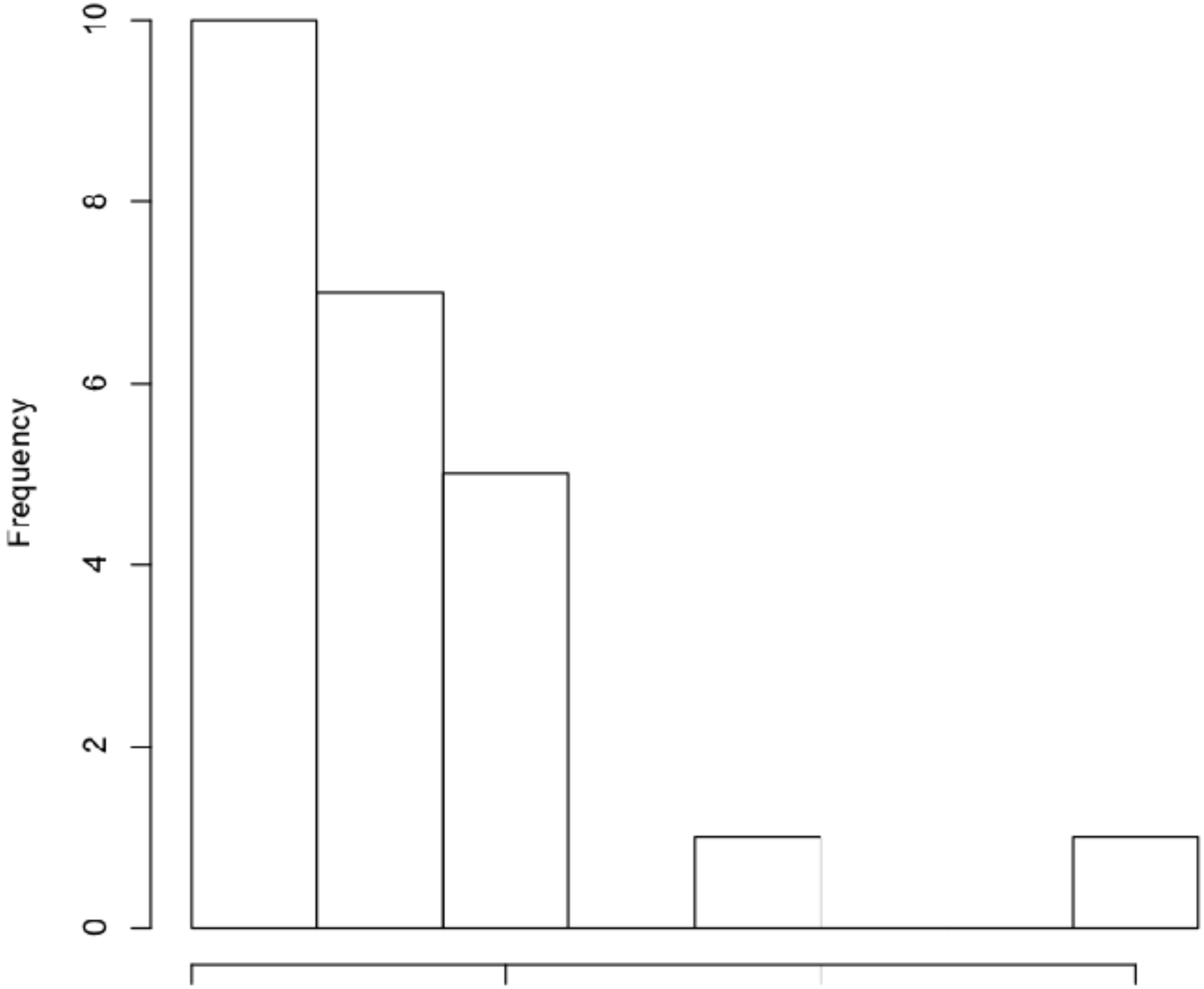
Pohádka o Zbohatlíkově

Odstraníme na chvíli extrémní (odlehlou) hodnotu :



Pohádka o Zbohatlíkově

Odstraníme na chvíli extrémní (odlehlou) hodnotu :



Pohádka o Zbohatlíkově

Údaje o ročním příjmu 25 rodin ze Zbohatlíkova, n je počet členů domácnosti:

roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n		
1,200.000	3	60.000	1	45.000	2	29.000	3
150.000	5	51.000	3	42.000	2	26.000	4
86.000	4	49.000	4	38.000	4	24.000	4
37.000	3	20.000	7	14.000	1	18.000	4
35.000	5	18.000	3	13.000	4	16.000	3
32.000	3	18.000	8	11.000	1	16.000	2
						10.000	2

Odstraníme na chvíli dvě extrémní (odlehlé) hodnoty :

Pohádka o Zbohatlíkově

Údaje o ročním příjmu 25 rodin ze Zbohatlíkova, n je počet členů domácnosti:

roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n		
1,200.000	3	60.000	1	45.000	2	29.000	3
150.000	5	51.000	3	42.000	2	26.000	4
86.000	4	49.000	4	38.000	4	24.000	4
37.000	3	20.000	7	14.000	1	18.000	4
35.000	5	18.000	3	13.000	4	16.000	3
32.000	3	18.000	8	11.000	1	16.000	2
						10.000	2

Odstraníme na chvíli dvě extrémní (odlehlé) hodnoty :

```
0 | 013466888
2 | 04692578
4 | 2591
6 | 0
8 | 6
```

Pohádka o Zbohatlíkově

Údaje o ročním příjmu 25 rodin ze Zbohatlíkova, n je počet členů domácnosti:

roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n		
1,200.000	3	60.000	1	45.000	2	29.000	3
150.000	5	51.000	3	42.000	2	26.000	4
86.000	4	49.000	4	38.000	4	24.000	4
37.000	3	20.000	7	14.000	1	18.000	4
35.000	5	18.000	3	13.000	4	16.000	3
32.000	3	18.000	8	11.000	1	16.000	2
						10.000	2

Odstraníme na chvíli dvě extrémní (odlehlé) hodnoty :

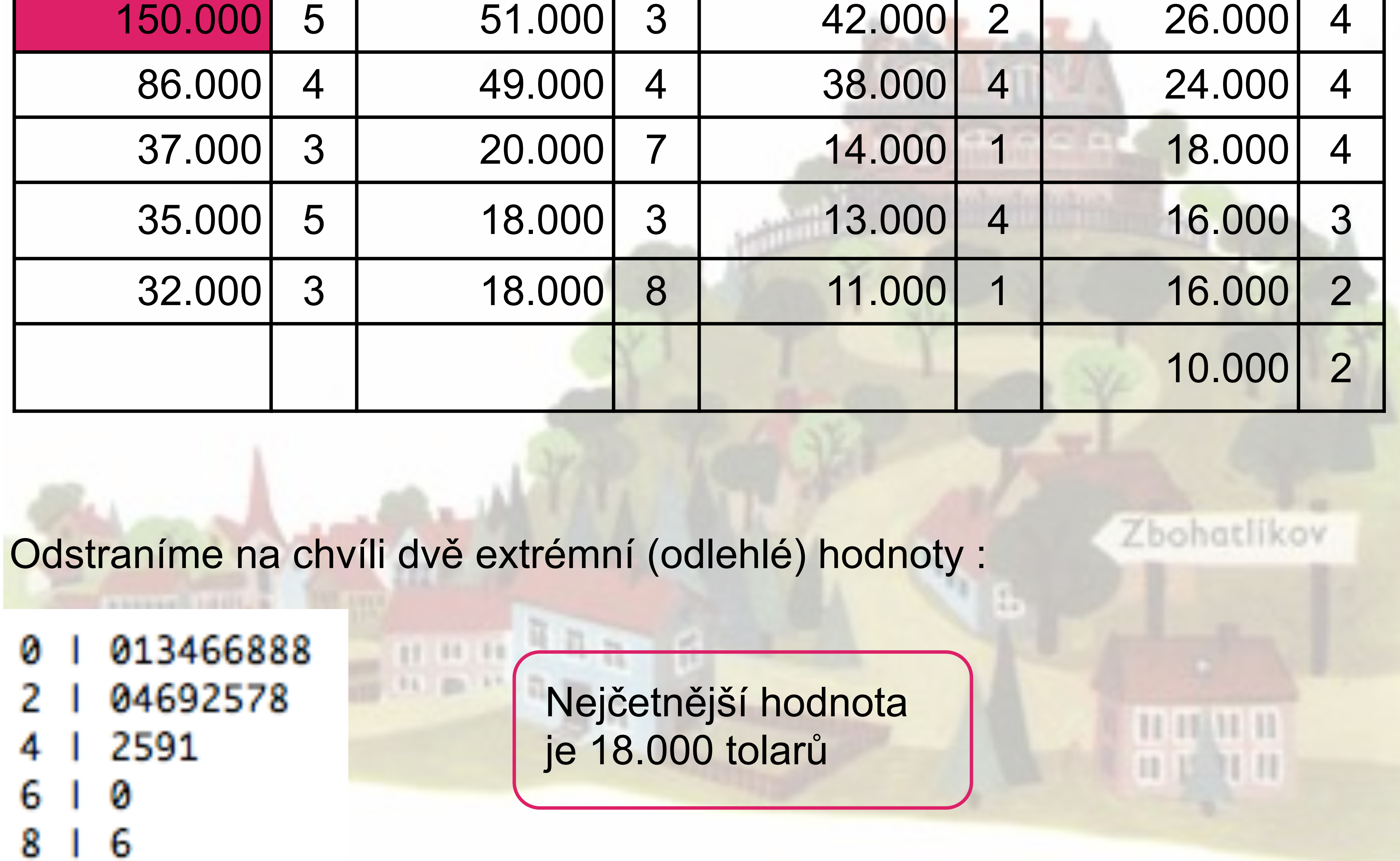
```
0 | 013466888
2 | 04692578
4 | 2591
6 | 0
8 | 6
```

Nejčetnější hodnota
je 18.000 tolarů

Pohádka o Zbohatlíkově

Údaje o ročním příjmu 25 rodin ze Zbohatlíkova, n je počet členů domácnosti:

roční příjem	n	roční příjem	n	roční příjem	n		
1,200.000	3	60.000	1	45.000	2	29.000	3
150.000	5	51.000	3	42.000	2	26.000	4
86.000	4	49.000	4	38.000	4	24.000	4
37.000	3	20.000	7	14.000	1	18.000	4
35.000	5	18.000	3	13.000	4	16.000	3
32.000	3	18.000	8	11.000	1	16.000	2
						10.000	2



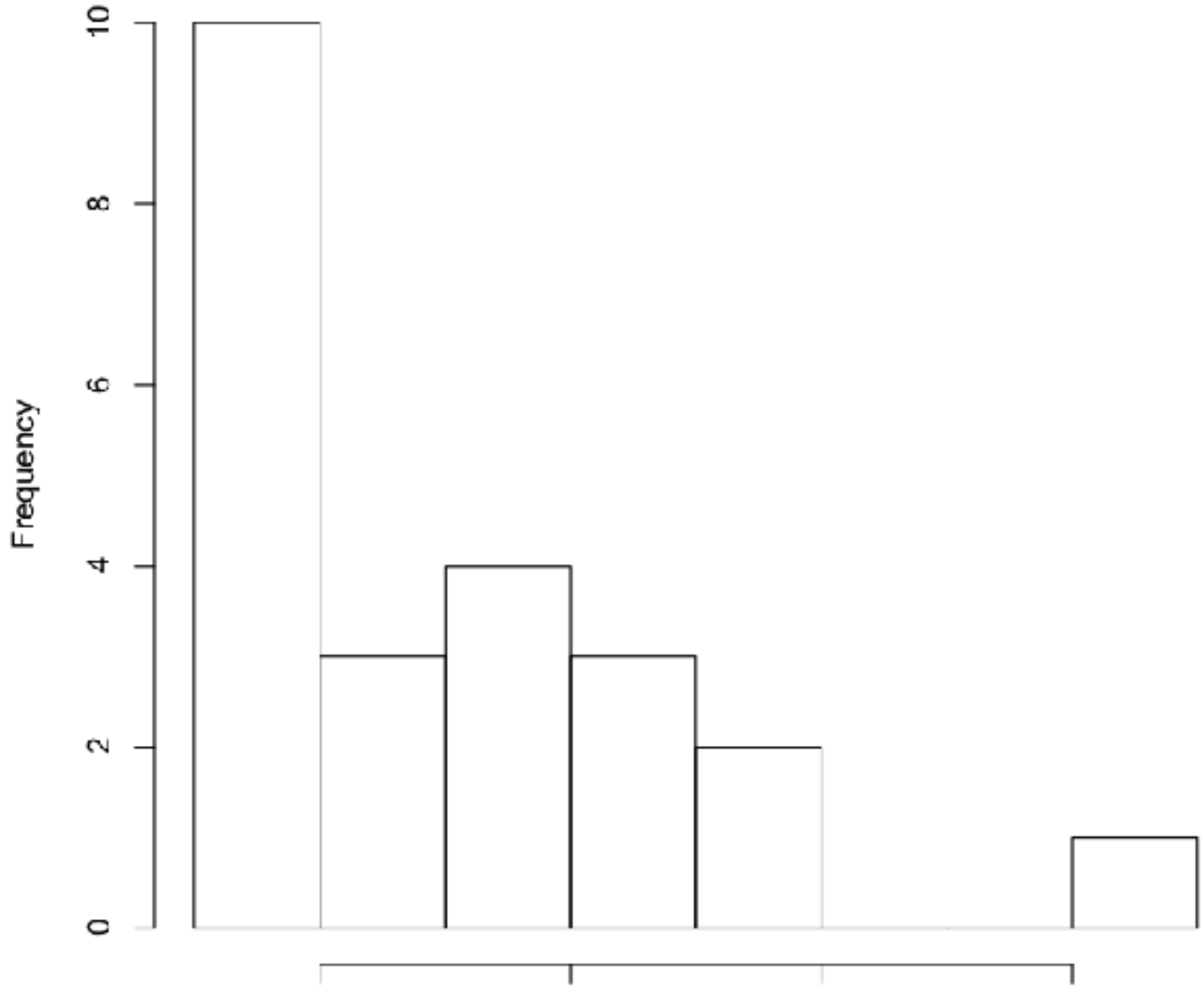
Odstraníme na chvíli dvě extrémní (odlehlé) hodnoty :

```
0 | 013466888
2 | 04692578
4 | 2591
6 | 0
8 | 6
```

Nejčetnější hodnota
je 18.000 tolarů

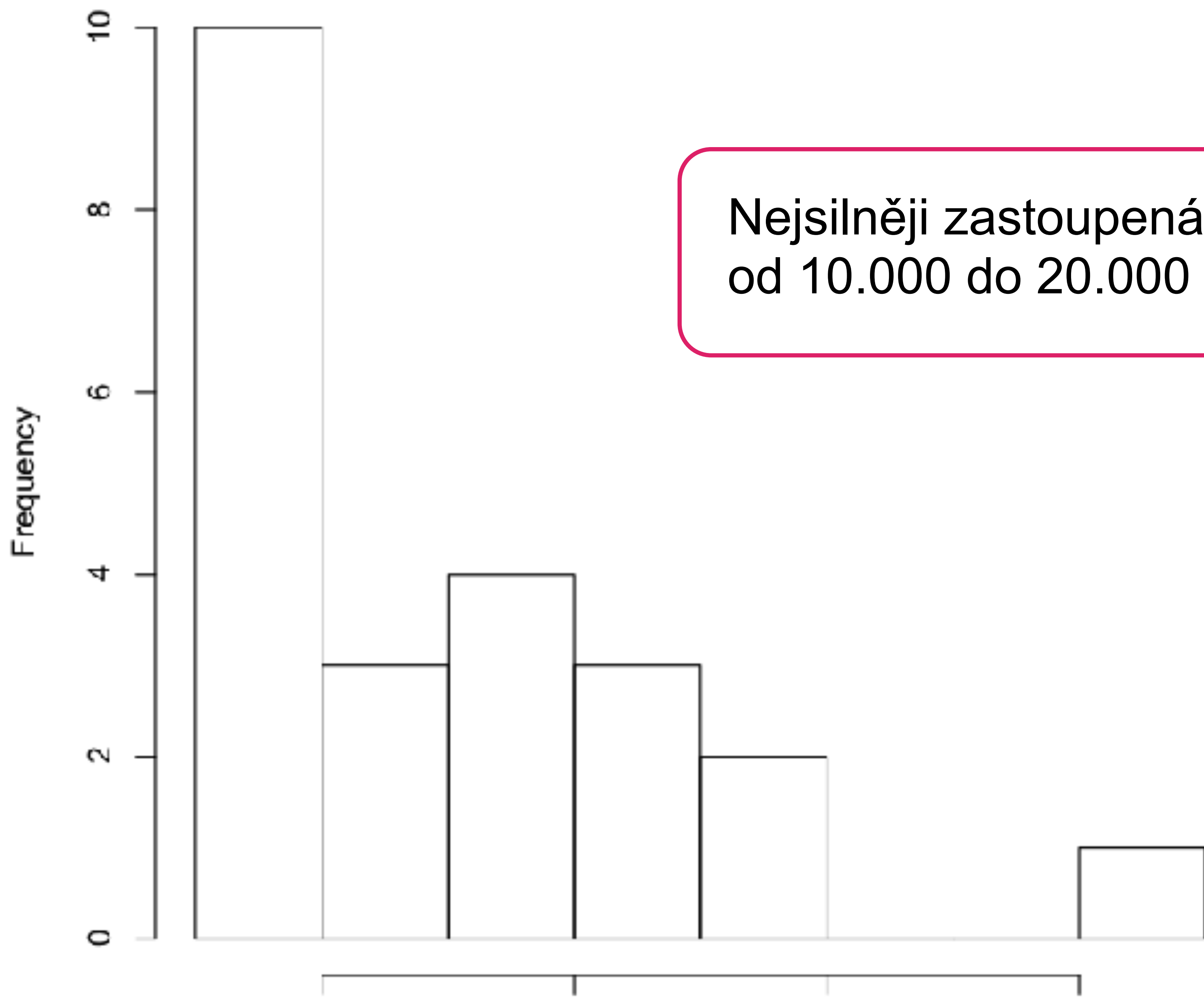
Pohádka o Zbohatlíkově

Odstraníme na chvíli dvě extrémní (odlehlé) hodnoty:



Pohádka o Zbohatlíkově

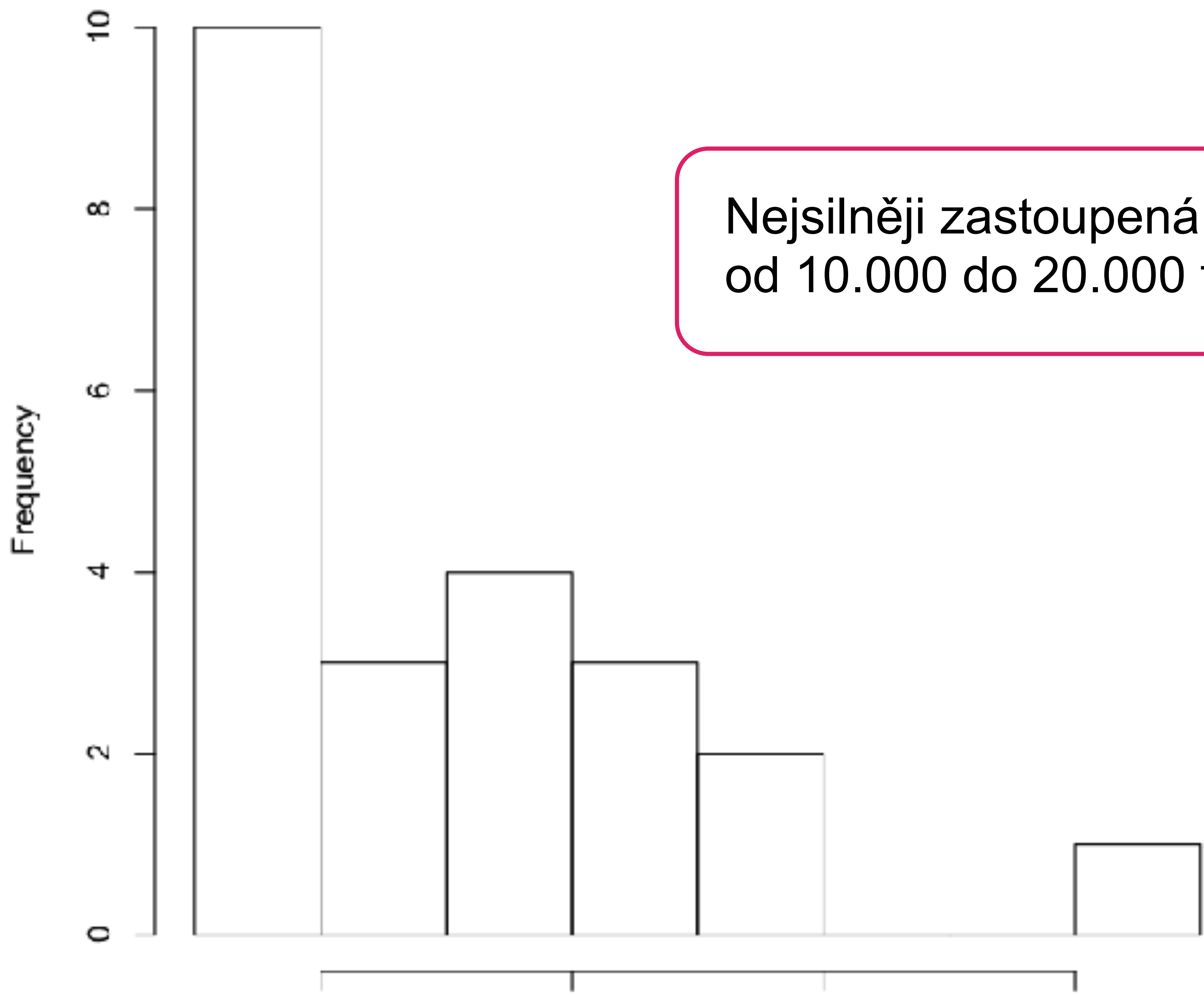
Odstraníme na chvíli dvě extrémní (odlehlé) hodnoty:



Nejsilněji zastoupená třída je od 10.000 do 20.000 tolarů

Pohádka o Zbohatlíkově

Odstraníme na chvíli dvě extrémní (odlehlé) hodnoty:



Nejsilněji zastoupená třída je od 10.000 do 20.000 tolarů

Pohádka o Zbohatlíkově

Příjmy na hlavu (83):

400.000, 400.000, 400.000, 30.000, 30.000, 30.000, 30.000, 30.000, 21.500, 1.500,
21.500, 21.500, 12.333, 12.333, 12.333, 7.000, 7.000, 7.000, 7.000, 7.000,
10.666, 10.666, 10.666, 9.666, 9.666, 9.666, 6.500, 6.500, 6.500, 6.500,
6.000, 6.000, 6.000, 6.000, 60.000, 17.000, 12.250, 12.250, 12.250,12.250,
2.857, 2.857, 2.857, 2.857, 2.857, 2.857, 2.857, 6.000, 6.000, 6.000,
2.250, 2.250, 2.250, 2.250, 2.250, 2.250, 2.250, 2.250, 4.500, 4.500,
4.500, 4.500, 5.333, 5.333, 5.333, 8.000, 8.000, 22.500, 22.500,21.000,
21.000, 9.500, 9.500, 9.500, 9.500, 14.000, 3.250, 3.250, 3.250, 3.250,
11.000, 5.000, 5.000

Pohádka o Zbohatlíkově

Příjmy na hlavu (83):

400.000,	400.000,	400.000,	30.000,	30.000,	30.000,	30.000,	30.000,	21.500,	1.500,
21.500,	21.500,	12.333,	12.333,	12.333,	7.000,	7.000,	7.000,	7.000,	7.000,
10.666,	10.666,	10.666,	9.666,	9.666,	9.666,	6.500,	6.500,	6.500,	6.500,
6.000,	6.000,	6.000,	6.000,	60.000,	17.000,	12.250,	12.250,	12.250,	12.250,
2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	6.000,	6.000,	6.000,
2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	4.500,	4.500,
4.500,	4.500,	5.333,	5.333,	5.333,	8.000,	8.000,	22.500,	22.500,	21.000,
21.000,	9.500,	9.500,	9.500,	9.500,	14.000,	3.250,	3.250,	3.250,	3.250,
11.000,	5.000,	5.000							

Uspořádané příjmy na hlavu:

2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.857	2.857
2.857	2.857	2.857	2.857	2.857	3.250	3.250	3.250	3.250	4.500
4.500	4.500	4.500	5.000	5.000	5.333	5.333	5.333	6.000	6.000
6.000	6.000	6.000	6.000	6.000	6.500	6.500	6.500	6.500	7.000
7.000	7.000	7.000	7.000	8.000	8.000	9.500	9.500	9.500	9.500
9.666	9.666	9.666	10.666	10.666	10.666	11.000	12.250	12.250	12.250
12.250	12.333	12.333	12.333	14.000	17.000	21.000	21.000	21.500	21.500
21.500	21.500	22.500	22.500	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	60.000
400.000	400.000	400.000							

Pohádka o Zbohatlíkově

Příjmy na hlavu (83):

400.000, 400.000, 400.000, 30.000, 30.000, 30.000, 30.000, 30.000, 21.500, 1.500,
21.500, 21.500, 12.333, 12.333, 12.333, 7.000, 7.000, 7.000, 7.000, 7.000,
10.666, 10.666, 10.666, 9.666, 9.666, 9.666, 6.500, 6.500, 6.500, 6.500,
6.000, 6.000, 6.000, 6.000, 60.000, 17.000, 12.250, 12.250, 12.250,12.250,
2.857, 2.857, 2.857, 2.857, 2.857, 2.857, 2.857, 6.000, 6.000, 6.000,
2.250, 2.250, 2.250, 2.250, 2.250, 2.250, 2.250, 2.250, 4.500, 4.500,
4.500, 4.500, 5.333, 5.333, 5.333, 8.000, 8.000, 22.500, 22.500,21.000,
21.000, 9.500, 9.500, 9.500, 9.500, 14.000, 3.250, 3.250, 3.250, 3.250,
11.000, 5.000, 5.000

Uspořádané příjmy na hlavu: 80% je 66,4 lidí

2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.857	2.857
2.857	2.857	2.857	2.857	2.857	3.250	3.250	3.250	3.250	4.500
4.500	4.500	4.500	5.000	5.000	5.333	5.333	5.333	6.000	6.000
6.000	6.000	6.000	6.000	6.000	6.500	6.500	6.500	6.500	7.000
7.000	7.000	7.000	7.000	8.000	8.000	9.500	9.500	9.500	9.500
9.666	9.666	9.666	10.666	10.666	10.666	11.000	12.250	12.250	12.250
12.250	12.333	12.333	12.333	14.000	17.000	21.000	21.000	21.500	21.500
21.500	21.500	22.500	22.500	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	60.000
400.000	400.000	400.000							

Pohádka o Zbohatlíkově

Příjmy na hlavu (83):

400.000,	400.000,	400.000,	30.000,	30.000,	30.000,	30.000,	30.000,	21.500,	1.500,
21.500,	21.500,	12.333,	12.333,	12.333,	7.000,	7.000,	7.000,	7.000,	7.000,
10.666,	10.666,	10.666,	9.666,	9.666,	9.666,	6.500,	6.500,	6.500,	6.500,
6.000,	6.000,	6.000,	6.000,	60.000,	17.000,	12.250,	12.250,	12.250,	12.250,
2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	6.000,	6.000,	6.000,
2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	4.500,	4.500,
4.500,	4.500,	5.333,	5.333,	5.333,	8.000,	8.000,	22.500,	22.500,	21.000,
21.000,	9.500,	9.500,	9.500,	9.500,	14.000,	3.250,	3.250,	3.250,	3.250,
11.000,	5.000,	5.000							

Uspořádané příjmy na hlavu: 80% je 66,4 lidí

2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.857	2.857
2.857	2.857	2.857	2.857	2.857	3.250	3.250	3.250	3.250	4.500
4.500	4.500	4.500	5.000	5.000	5.333	5.333	5.333	6.000	6.000
6.000	6.000	6.000	6.000	6.000	6.500	6.500	6.500	6.500	7.000
7.000	7.000	7.000	7.000	8.000	8.000	9.500	9.500	9.500	9.500
9.666	9.666	9.666	10.666	10.666	10.666	11.000	12.250	12.250	12.250
12.250	12.333	12.333	12.333	14.000	17.000	21.000	21.000	21.500	21.500
21.500	21.500	22.500	22.500	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	60.000
400.000	400.000	400.000							

Pohádka o Zbohatlíkově

Příjmy na hlavu (83):

400.000,	400.000,	400.000,	30.000,	30.000,	30.000,	30.000,	30.000,	21.500,	1.500,
21.500,	21.500,	12.333,	12.333,	12.333,	7.000,	7.000,	7.000,	7.000,	7.000,
10.666,	10.666,	10.666,	9.666,	9.666,	9.666,	6.500,	6.500,	6.500,	6.500,
6.000,	6.000,	6.000,	6.000,	60.000,	17.000,	12.250,	12.250,	12.250,	12.250,
2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	6.000,	6.000,	6.000,
2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	4.500,	4.500,
4.500,	4.500,	5.333,	5.333,	5.333,	8.000,	8.000,	22.500,	22.500,	21.000,
21.000,	9.500,	9.500,	9.500,	9.500,	14.000,	3.250,	3.250,	3.250,	3.250,
11.000,	5.000,	5.000							

Uspořádané příjmy na hlavu: 80% je 66,4 lidí

2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.857	2.857
2.857	2.857	2.857	2.857	2.857	3.250	3.250	3.250	3.250	4.500
4.500	4.500	4.500	5.000	5.000	5.333	5.333	5.333	6.000	6.000
6.000	6.000	6.000	6.000	6.000	6.500	6.500	6.500	6.500	7.000
7.000	7.000	7.000	7.000	8.000	8.000	9.500	9.500	9.500	9.500
9.666	9.666	9.666	10.666	10.666	10.666	11.000	12.250	12.250	12.250
12.250	12.333	12.333	12.333	14.000	17.000	21.000	21.000	21.500	21.500
21.500	21.500	22.500	22.500	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	60.000
400.000	400.000	400.000							

80% lidí má menší roční příjem než 20.000 tolarů

Pohádka o Zbohatlíkově

Příjmy na hlavu (83):

400.000,	400.000,	400.000,	30.000,	30.000,	30.000,	30.000,	30.000,	21.500,	1.500,
21.500,	21.500,	12.333,	12.333,	12.333,	7.000,	7.000,	7.000,	7.000,	7.000,
10.666,	10.666,	10.666,	9.666,	9.666,	9.666,	6.500,	6.500,	6.500,	6.500,
6.000,	6.000,	6.000,	6.000,	60.000,	17.000,	12.250,	12.250,	12.250,	12.250,
2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	2.857,	6.000,	6.000,	6.000,
2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	2.250,	4.500,	4.500,
4.500,	4.500,	5.333,	5.333,	5.333,	8.000,	8.000,	22.500,	22.500,	21.000,
21.000,	9.500,	9.500,	9.500,	9.500,	14.000,	3.250,	3.250,	3.250,	3.250,
11.000,	5.000,	5.000							

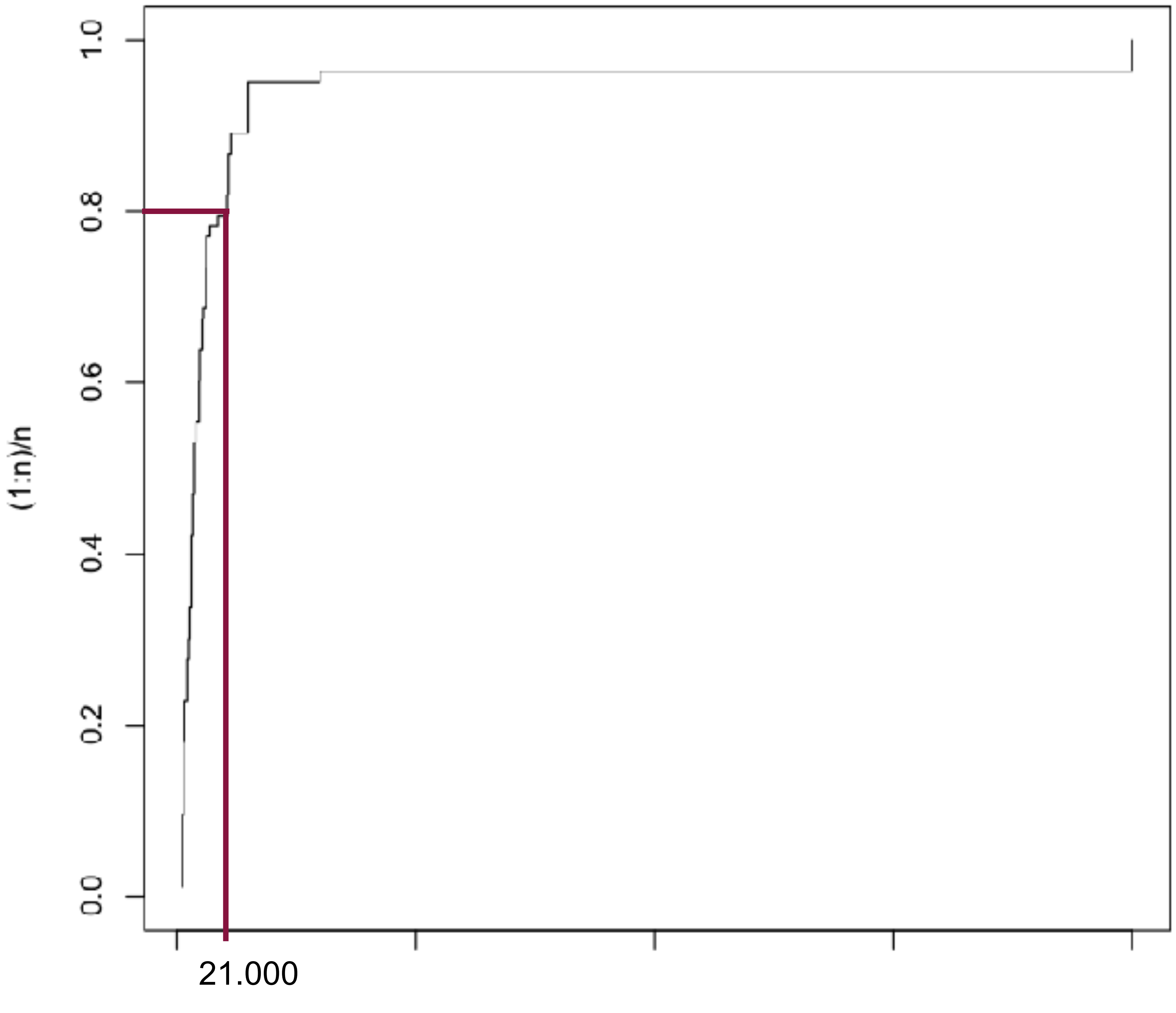
Uspořádané příjmy na hlavu: 80% je 66,4 lidí

2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.250	2.857	2.857
2.857	2.857	2.857	2.857	2.857	3.250	3.250	3.250	3.250	4.500
4.500	4.500	4.500	5.000	5.000	5.333	5.333	5.333	6.000	6.000
6.000	6.000	6.000	6.000	6.000	6.500	6.500	6.500	6.500	7.000
7.000	7.000	7.000	7.000	8.000	8.000	9.500	9.500	9.500	9.500
9.666	9.666	9.666	10.666	10.666	10.666	11.000	12.250	12.250	12.250
12.250	12.333	12.333	12.333	14.000	17.000	21.000	21.000	21.500	21.500
21.500	21.500	22.500	22.500	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	60.000
400.000	400.000	400.000							

80% lidí má menší roční příjem než 20.000 tolarů

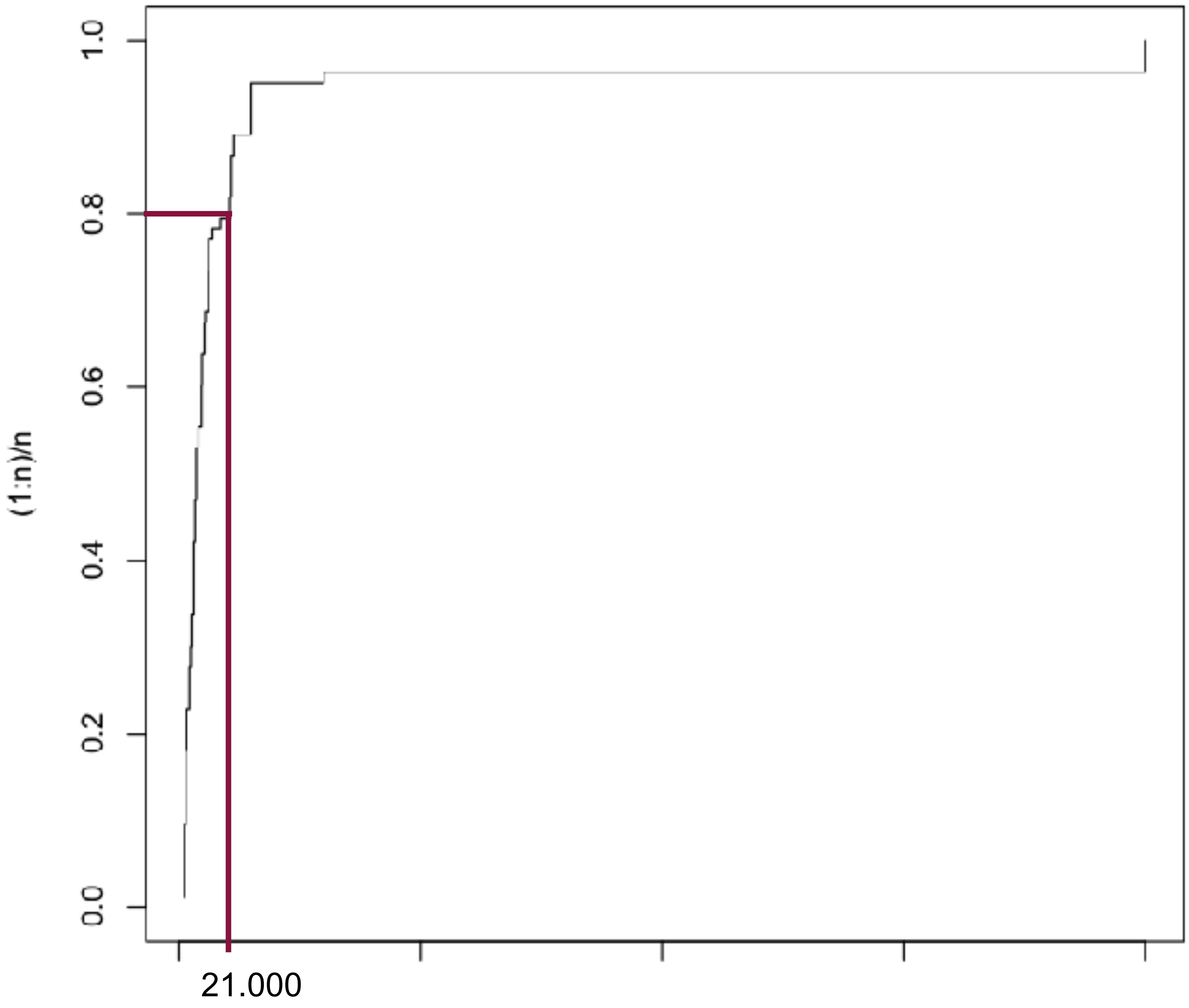
Pohádka o Zbohatlíkově

Empirická distribuční funkce:



Pohádka o Zbohatlíkově

Empirická distribuční funkce:



Pohádka o Zbohatlíkově

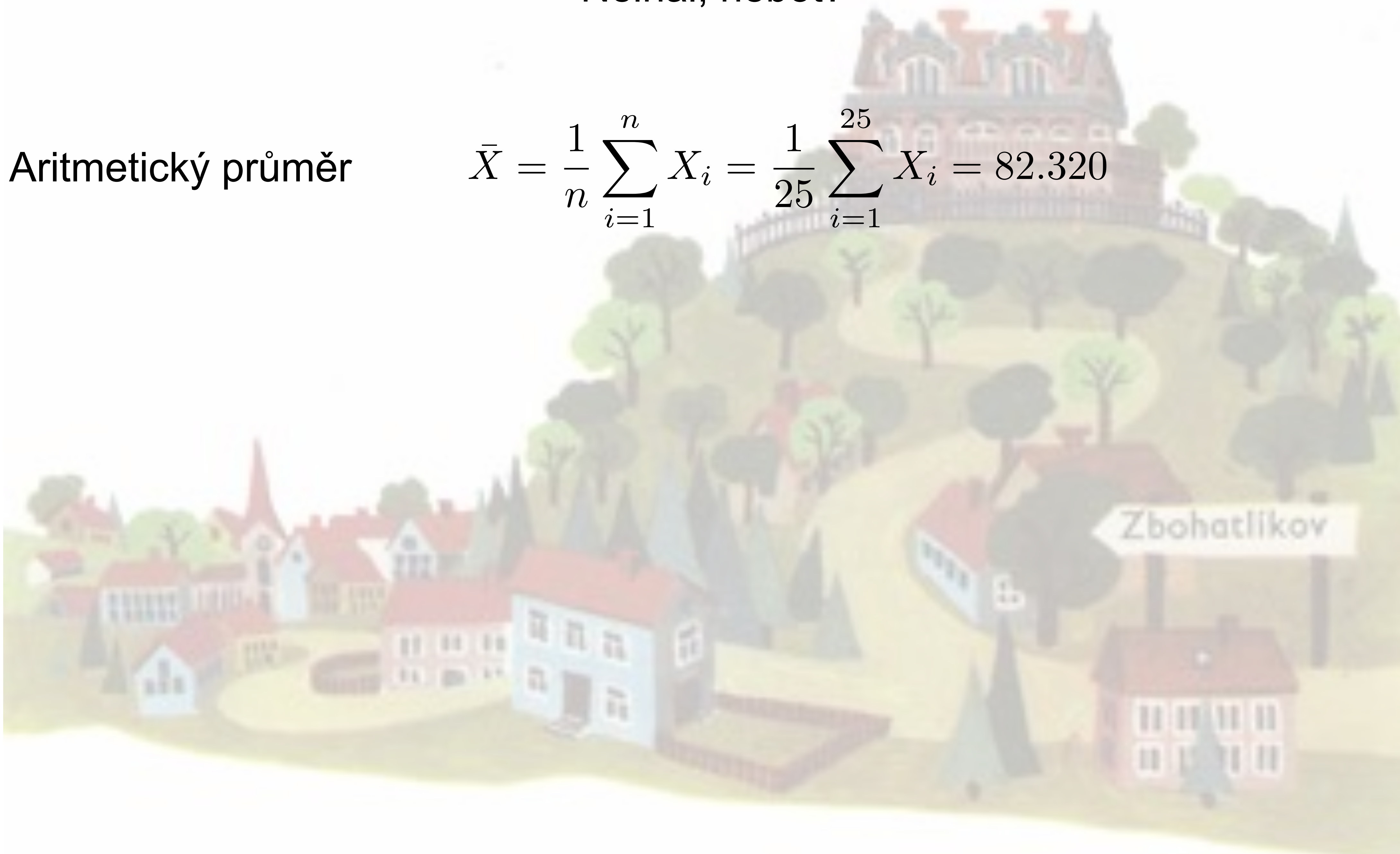
Lhal tedy zprostředkovatel?

Pohádka o Zbohatlíkově

Lhal tedy zprostředkovatel?

Nelhal, neboť:

Aritmetický průměr $$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} X_i = 82.320$$



Pohádka o Zbohatlíkově

Lhal tedy zprostředkovatel?

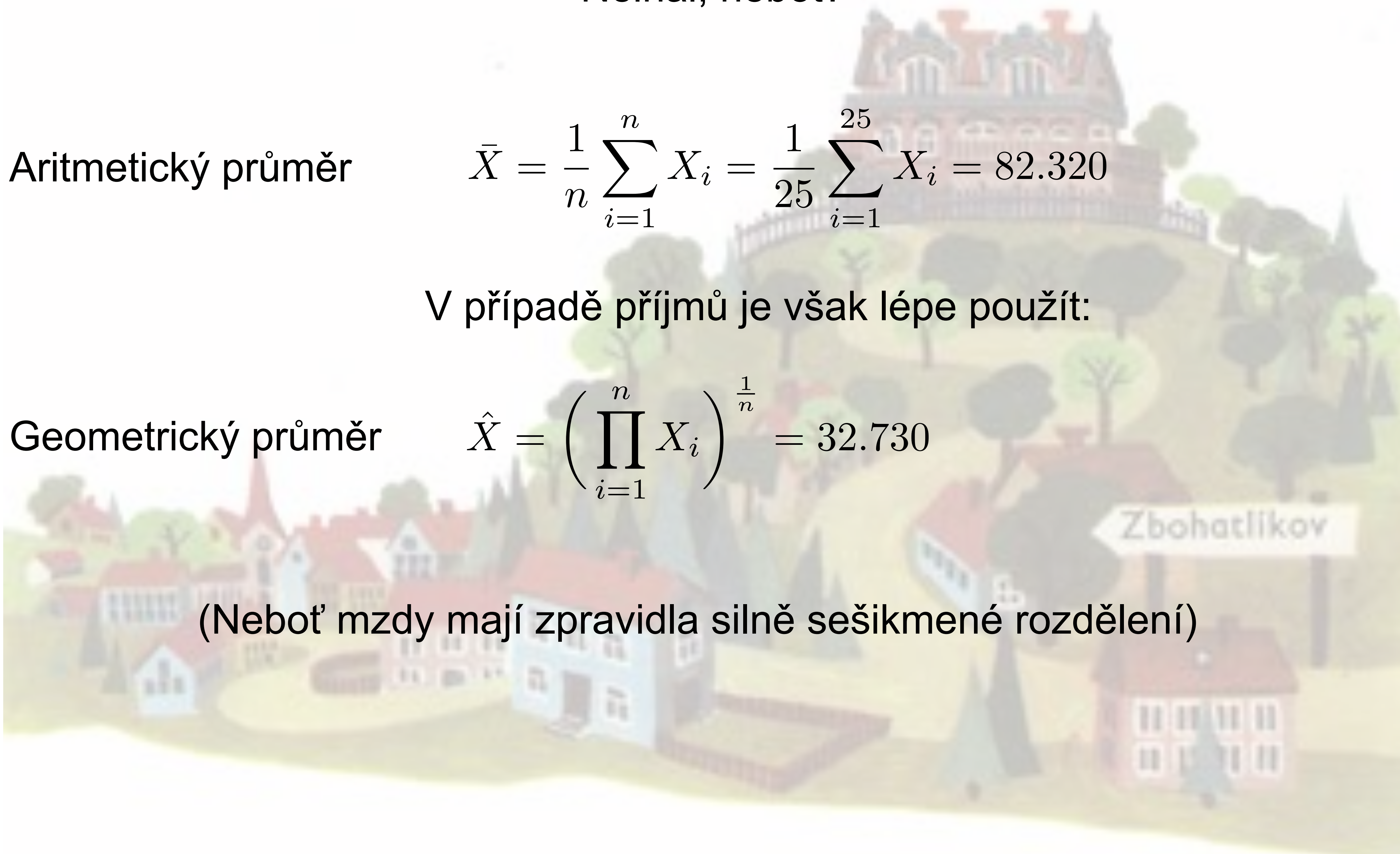
Nelhal, neboť:

Aritmetický průměr
$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} X_i = 82.320$$

V případě příjmů je však lépe použít:

Geometrický průměr
$$\hat{X} = \left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)^{\frac{1}{n}} = 32.730$$

(Neboť mzdy mají zpravidla silně sešikmené rozdělení)



Pohádka o Zbohatlíkově

Lhal tedy zprostředkovatel?

Nelhal, neboť:

Aritmetický průměr

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i = \frac{1}{25}\sum_{i=1}^{25} X_i = 82.320$$

V případě příjmů je však lépe použít:

Geometrický průměr

$$\hat{X} = \left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)^{\frac{1}{n}} = 32.730$$

(Neboť mzdy mají zpravidla silně sešikmené rozdělení)