

# Matematika I – akademický rok 2015/16

## Kombinované studium - plán konsultací:

Číslo konsultace (2 hod podle rozvrhu)

0. (Samostatně) Důležité partie středoškolské matematiky: Mocniny, úpravy výrazů. Řešení jednoduchých rovnic a nerovnic: lineární, kvadratické, s odmocninami, logaritmické, exponenciální, goniometrické. Komplexní čísla.

Doporučení: Jednou z možností k ověření znalostí je počítání příkladů z krátkého textu "Opakování středoškolské matematiky" (F. Mráz). Je uložen na webových stránkách Ústavu technické matematiky pod předmětem Matematika I.

1. Vektorový prostor, podprostor. Lineární závislost a nezávislost skupiny vektorů. Prostory  $R^n$ ,  $E_n$  a  $V(E_n)$ . Operace s vektory ve  $V(E_n)$  (sčítání a odčítání vektorů, násobení vektoru reálným číslem, skalární součin dvou vektorů).
2. Dimenze, báze vektorového prostoru. Matice typu  $m \times n$ , matice transponovaná, trojúhelníková, čtvercová, jednotková. Rovnost dvou matic, operace s maticemi (jejich součet, rozdíl, násobení matice reálným číslem, součin dvou matic). Hodnota matice. Určení hodnosti konkrétní matice (včetně matic s parametry).
3. Determinant čtvercové matice. Vlastnosti a výpočet determinantů.  
Regulární a singulární matice. Inverzní matice, podmínky pro její existenci, její výpočet. Úlohy s parametry.
4. Soustava lineárních algebraických rovnic (souřadnicový i maticový zápis). Frobeniova věta. Existence a počet řešení homogenní i nehomogenní soustavy, struktura množiny všech řešení. Gaussova eliminační metoda.  
Cramerovo pravidlo. Řešení soustav lineárních rovnic s parametry.
5. Vlastní čísla a vlastní vektory čtvercové matice, geometrický význam. Charakteristická rovnice. Nalezení vlastních čísel a vlastních vektorů zadané matice pro  $n = 2, n = 3$  ( $n = 2$  pro zkoušku "B").  
Množina reálných čísel  $\mathbb{R}$ , rozšířená množina  $\mathbb{R}^*$ , operace a uspořádání v množině  $\mathbb{R}^*$ . Okolí bodů v  $\mathbb{R}^*$ . Posloupnost reálných čísel, posloupnost shora omezená, zdola omezená, omezená, rostoucí, klesající. Limita posloupnosti. Základní věty o limitách posloupností (aritmetické operace, sevřená posloupnost, vybraná posloupnost), použití při výpočtu limit posloupností.
6. Shrnutí pojmu ze střední školy (samostatně): Funkce jedné reálné proměnné: Definiční obor, obor hodnot, graf. Zúžení (restrikce) funkce. Funkce sudá, lichá, periodická. Funkce omezená (shora, zdola), (ne)rostoucí, (ne)klesající, monotónní, ryze monotónní.  
Složená funkce. Inverzní funkce.  
Přehled základních funkcí: mocninná, lineární, kvadratická,  $n$ -tá odmocnina, lineární lomená, exponenciální, logaritmická, goniometrické (definiční obor, spojitost, graf, limity v krajních bodech).  
Funkce cyklometrické.  
Limita funkce (vlastní i nevlastní, ve vlastním i v nevlastním bodě). Limita zprava, limita zleva. Základní věty o limitách funkcí. Limita složené funkce. Výpočet jednodušších limit.  
Spojitost funkce v bodě, spojitost zprava a zleva. Spojitost funkce na intervalu. Věty o spojitosti součtu, rozdílu, součinu, podílu dvou funkcí. Věta o spojitosti složené funkce a věta o spojitosti inverzní funkce. Věta o nabývání mezhodnot (Darbouxova věta) a věta o existenci maxima a minima spojité funkce na omezeném uzavřeném intervalu.

7. Derivace funkce v bodě  $x_0$ , derivace zprava a zleva, nevlastní derivace. Geometrická i fyzikální interpretace pojmu derivace. Rovnice tečny ke grafu funkce  $y = f(x)$  v bodě  $[x_0, f(x_0)]$ . Diferenciál funkce v bodě, jeho geometrický význam, použití k přibližnému výpočtu funkčních hodnot.

Přibližné řešení rovnice  $f(x) = 0$  (informativně).

Souvislost existence derivace funkce a její spojitosti v bodě a na intervalu. Vzorce pro derivace elementárních funkcí (příklady odvození).

Věty o derivaci součtu a rozdílu dvou funkcí, násobku funkce reálným číslem, součinu a podílu dvou funkcí. Věty o derivaci složené funkce, inverzní funkce. Použití na konkrétních příkladech.

Derivace vyšších řádů.

Věta o střední hodnotě (Lagrangeova), grafické znázornění. L'Hospitalovo pravidlo.

Souvislost znaménka první derivace a průběhu funkce na intervalu.

8. Lokální extrémy funkce, souvislosti s 1. a 2. derivací. Nalezení lokálních extrémů konkrétních funkcí.

Globální extrémy spojité funkce na intervalu. Nalezení globálních extrémů konkrétních funkcí.

Konvexní a konkávní funkce na intervalu. Inflexní bod. Souvislost znaménka druhé derivace a konvexnosti (konkávnosti) funkce na intervalu. Nalezení inflexních bodů konkrétních funkcí.

9. Asymptoty. Vyšetření průběhu funkce.

Křivost, oskulační kružnice.

Taylorův polynom (speciálně MacLaurinův polynom) stupně  $n$  funkce  $f$  v bodě  $x_0$ . Koeficienty Taylorova polynomu. Taylorova věta, Lagrangeův tvar zbytku. Aproximace funkcí Taylorovými polynomy.

10. (3.12.2015) Primitivní funkce, neurčitý integrál. Postačující podmínka pro existenci primitivní funkce a neurčitého integrálu na intervalu. Základní (tzv. tabulkové) neurčité integrály.

Věta o integraci per partes. Použití na příkladech.

Věta o integraci substitucí. Použití této věty (tzv. 1. a 2. substituční metoda). Výpočet neurčitých integrálů pomocí různých substitucí.

11. (3.12.2015 ve 14:45) Konzultace navíc: Řešení úloh z diferenciálního počtu

12. (10.12.2015) Racionální funkce, rozklad na součet parciálních zlomků. Integrace racionální funkce s polynomem stupně nejvýše 3 ve jmenovateli (stupně nejvýše 2 pro zkoušku "B").

Integrace funkcí typu  $\sin^m x \cdot \cos^n x$ .

Integrace iracionálních funkcí typu  $R(x, \sqrt[n]{(ax+b)/(cx+d)})$  - pouze pro "A".

13. (17.12.2015) Riemannův integrál, geometrická a fyzikální interpretace, základní vlastnosti.

Newtonova–Leibnizova formule. Střední hodnota funkce na intervalu.

Metoda per partes pro Riemannův integrál.

### Zápočtový test

Náhradní možnost: při prvních dvou termínech zkoušky z předmětu Matematika I v lednu 2016.

14. (7.1.2016) Substituční metoda pro Riemannův integrál.

Aplikace Riemannova integrálu: obsah plochy, objem rotačního tělesa, délka křivky.

Riemannův integrál jako funkce horní meze. Nevlastní Riemannův integrál - pouze pro "A". Numerický výpočet Riemannova integrálu, lichoběžníková metoda (informativně).

**Zápočet v kombinovaném studiu** udělí vedoucí konzultací po absolvování zápočtového testu.

**Upozornění** těm, kteří zápočet získali loni či v dřívějším studiu:

Při druhém zápisu předmětu Matematika I (kód 2011056) je nutné zápočet získat znovu.