## MATEMATIKA 2 - úvodní pojmy

Případné připomínky k tomuto souboru sdělte laskavě F. Mrázovi
(e-mail: Frantisek.Mraz@fs.cvut.cz )

Literatura:
[1] J. Neustupa: **Matematika II.** Skriptum Strojní fakulty. Vydavatelství ČVUT, Praha 2015

### I.1.1 Body a množiny v $\mathbb{E}_n$

Okolím bodu $A$ o poloměru $R$ rozumíme množinu
$U_R(A) = \{X \in \mathbb{E}_n : \|X - A\| < R\}$

Nechť nadále množina $M \subset \mathbb{E}_n$.
Bod $A \in M$ se nazývá vnitřní bod množiny $M$ , jestliže existuje okolí $U(A)$ takové, že $U(A) \subset M$.
Bod $B$ (nemusí ležet v $M$), se nazývá hraniční bod množiny $M$, jestliže v každém jeho okolí leží aspoň jeden bod množiny $M$ a aspoň jeden bod, který nepatří do $M$.

Množinu všech vnitřních bodů mn. $M$ značíme $M^o$ a nazýváme vnitřek množiny $M$.
Množina $M$ se nazývá otevřená, je-li $M = M^o$ (tedy každý bod množiny $M$ je jejím vnitřním bodem, neobsahuje žádný svůj hraniční bod).

Množinu všech hraničních bodů mn. $M$ značíme $\partial M$ a nazýváme hranicí množiny $M$.
Sjednocení $M \cup \partial M$ nazýváme uzávěr množiny $M$, značíme $\overline{M}$.
Množina $M$ se nazývá uzavřená, je-li $M = \overline{M}$ (tedy obsahuje všechny své hraniční body).

Některé další vlastnosti množin
1. Sjednocení nebo průnik konečně mnoha otevřených množin je otevřená množina.
2. Sjednocení nebo průnik konečně mnoha uzavřených množin je uzavřená množina.
3. Hranice $\partial M$ je uzavřená množina.
4. $M = M^o \cup \partial M$
5. $M$ je otevřená množina, právě když její doplněk $\mathbb{E}_n - M$ je uzavřená množina.

Důležité množiny v $\mathbb{E}_n$
Úsečku v $\mathbb{E}_n$ s krajními body $A$ a $B$ značíme $\overline{AB}$. Je to mn. všech bodů $X$ tvaru
$X = A + t(B - A)$, $t \in \langle 0, 1\rangle$.
Příklad. Určete hraniční body úsečky a) v $\mathbb{E}_1$, b) v $\mathbb{E}_2$.

Nechť $A_1, A_2, ...A_k$ jsou různé body v $\mathbb{E}_n$. Lomenou čárou v $\mathbb{E}_n$ nazýváme sjednocení úseček $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}, ..., \overline{A_{k-1}A_k}$.

Množina $M$ se nazývá souvislá, jestliže její libovolné dva body lze spojit lomenou čárou, která celá leží v $M$.
Množina $D \subset \mathbb{E}_n$, která je otevřená a souvislá se nazývá oblast v $\mathbb{E}_n$.

Množina $M$ se nazývá omezená, jestliže existuje okolí počátku $U(O)$ takové, že $M \subset U(O)$.

I.1.13 - I.1.18 Posloupnost bodů v $\mathbb{E}_n$