

Pravděpodobnostní metody ve strojírenství

Úvod



FAKULTA
STROJNÍ
ČVUT V PRAZE



prof. RNDr. Gejza Dohnal, CSc.

ak. rok 2023/2024

Úvod



Obsah:

1. Úvod, náhodná veličina, pravděpodobnost, podmíněná pravděpodobnost, Bayesova věta, diagnostické testy.
2. Náhodná veličina a její charakteristiky, náhodný vektor, nezávislost, korelace. Rozdělení funkce náhodné veličiny.
3. Pravděpodobnostní modely, model normálního rozdělení a jeho transformace, centrální limitní věty, zákony velkých čísel. Náhodné události v čase, doba života zařízení.
4. Náhodný proces v diskrétním a spojitém čase.
5. Úvod do statistické analýzy, statistická indukce. Odhadování parametrů, bodové a intervalové odhady.
6. Testování hypotéz, testy dobré shody. Parametrické a neparametrické testy, analýza rozptylu.
7. Regresní analýza, lineární model. Model logistické regrese. Rezerva, shrnutí, test.



Základní informace:

1. Přednášky: středy 14:15 – 17:30

2. Základem jsou učebnice J. Likeše a J. Machka: Teorie pravděpodobnosti, a Matematická statistika, které jsou k dispozici ve formátu pdf na <https://sms.nipax.cz/pmvs>

3. Příklady a ukázky použití jazyka R jsou inspirovány knihou P. Dalgaard Introductory Statistics with R.

4. Předmět bude zakončen zkouškou, písemnou nebo ústní (písemná = test, ústní = dodání zprávy o zpracování statistických dat metodami matematické statistiky+15 minutový pohovor)



Základní informace:

Nutné minimum (platí i pro následné SDZ):

- 1) Znalost klíčových pojmů a jejich vysvětlení. (Neznalost nebo nechopnost vysvětlení bude mít za následek hodnocení „neprospěl“.)
- 2) Formulace a vysvětlení klíčových vět. (Formulace musí zahrnovat předpoklady a tvrzení. Vysvětlení zahrnuje i jednoduché aplikace na příkladech. Při neznalosti nebo neschopnosti vysvětlení nelze získat lepší hodnocení než „prospěl“.)
- 3) Znalost základních metod a obecných postupů a vztahů. (Základní vztahy jsou v přednáškách obvykle v červeném rámečku.)



Základní informace:

Nutné minimum (platí i pro následné SDZ):

- 1) **Klíčové pojmy:** Variabilita, náhodný jev, pravděpodobnost;
Podmíněná pravděpodobnost, stochastická nezávislost;
Klíčové věty: Věta o úplné pravděpodobnosti, Bayesova věta.
- 2) **Klíčové pojmy:** Náhodná veličina, diskrétní, spojitá; rozdělení pravděpodobnosti, distribuční funkce, pravděpodobnostní funkce, hustota pravd.;
Střední hodnota n.v., centrální momenty (rozptyl, směrodatná odchylka, šikmost, špičatost); p-kvantil rozdělení náhodné veličiny;
medián, modus;
Náhodný vektor; sdružené a marginální charakteristiky - distribuční funkce, pravděpodobnostní funkce, hustota;
Střední hodnota náh. vektoru; kovariance, korelace, korelační koeficient, kovarianční matice;
Klíčové vztahy: Alternativní model, binomický model, hypergeometrický model, geometrický model, model rovnoměrného rozdělení.
Výpočet marginálních charakteristik. Vztah mezi korelovaností a stochastickou nezávislostí. Rozdělení náhodného vektoru s nezávislými složkami.
Věta o hustotě transformované náhodné veličiny.



Základní informace:

Nutné minimum (platí i pro následné SDZ):

- 3) **Klíčové pojmy:** Rozdělení: rovnoměrné spojité, beta, normální (obecné, standardní, symetrie)
Intenzita událostí, střední doba mezi událostmi;
Poissonovo rozdělení, interpretace;
Exponenciální rozdělení, základní vlastnosti;
Weibullovo rozdělení a jeho souvislost s modelováním životního cyklu.
Autokorelační funkce.

- Klíčové vztahy:** Vanová křivka, modelování jejích částí Weibullovým rozdělením
Poissonův proces;
Markovská vlastnost.
Různé druhy konvergence posloupnosti náhodných veličin (skoro jistě, v pravděpodobnosti, v distribuci)
Slabý a silný zákon velkých čísel; Čebyševova nerovnost;
Centrální limitní věta;
stacionarita procesu (slabá, silná);
modely AR(k) a MA(n);
Vyhlazování časové řady, dekompozice;



Základní informace:

Nutné minimum (platí i pro následné SDZ):

- 4) **Klíčové pojmy:** Základní soubor, výběr
Statistická indukce, podmínky použití
Reprezentativnost výběru, náhodný výběr
Uspořádaný výběr, pořadová statistika, pořadí
Výběrové charakteristiky - střední hodnota, rozptyl, směrodatná odchylka, šikmost, špičatost
Krabicový diagram, kvartily, medián
Empirická distribuční funkce
Četnosti (absolutní, relativní, prosté kumulativní), h Návrh experimentu (5 kroků)
Odezva, faktory (hlavní, vedlejší, blokové)
Interakce, replikace, znáhodnění
Ortogonální návrh (matice experimentu) istogram
- Klíčové vztahy:** Výpočet efektů jednotlivých faktorů a jejich interakcí
Taguchiho ortogonální návrhy, vnitřní a vnější soustava.



Základní informace:

Nutné minimum (platí i pro následné SDZ):

- 5) **Klíčové pojmy:** Bodový odhad
Nestrannost a vychýlenost bodového odhadu
Konzistentní odhad
Intervalový odhad
Koeficient spolehlivosti
Nulová a alternativní hypotéza
Hladina významnosti testu
Chyby 1. a 2. druhu
p-hodnota

- Klíčové vztahy:** Odhady rozptylu ($\hat{\sigma}$ a s^2) a jejich vlastnosti
Intervalový odhad pro střední hodnotu
Intervalový odhad pravděpodobnosti p
Jednovýběrové testy (parametrické i neparametrické)
Dvouvýběrové testy při nezávislých výběrech
Párové testy
Wilcoxonův test



Základní informace:

Nutné minimum (platí i pro následné SDZ):

- 6) **Klíčové pojmy:** Poměry (proporce)
Kontingenční tabulka, čtyřpolní tabulka
Síla testu
Rozsah výběru

Klíčové vztahy: Test ANOVA, podmínky použití
Kruskalův-Wallisův test
Test chí-kvadrát
Fisherův test
Stanovení rozsahu výběru pro zadanou sílu testu.



Základní informace:

Nutné minimum (platí i pro následné SDZ):

7) **Klíčové pojmy:** Lineární model
Metoda nejmenších čtverců
Rezidua
Logistický regresní model
Logit
Šance

Klíčové věty: Testy významnosti regresních koeficientů
Test významnosti regresního modelu
Pásky spolehlivosti
Analýza reziduí
Linearizace modelu

