

Pravděpodobnostní metody ve strojírenství

Úvod



FAKULTA
STROJNÍ
ČVUT V PRAZE



prof. RNDr. Gejza Dohnal, CSc.

ak. rok 2025/2026

Úvod



Základní informace:

1. Přednášky: úterky 12:30 – 15:45

2. Základem jsou učebnice J. Likeše a J. Machka: Teorie pravděpodobnosti, a Matematická statistika, které jsou k dispozici ve formátu pdf na <https://sms.nipax.cz/pmvs>

3. Příklady a ukázky použití jazyka R jsou inspirovány knihou P. Dalgaard Introductory Statistics with R.

4. Předmět bude zakončen klasickou zkouškou (zpravidla ústní, cca 15 minut; možno i jako rozprava nad statistickým zpracováním vlastních dat)



Základní informace:

Nutné minimum:

- 1) Znalost základních pojmů a jejich vysvětlení. (Neznalost nebo nechopnost vysvětlení bude mít za následek hodnocení „neprospěl“.)
- 2) Formulace a vysvětlení klíčových vět. (Formulace musí zahrnovat předpoklady a tvrzení. Vysvětlení zahrnuje i jednoduché aplikace na příkladech. Při neznalosti nebo neschopnosti vysvětlení nelze získat lepší hodnocení než „prospěl“.)
- 3) Znalost základních metod a obecných postupů a vztahů (základní vztahy jsou v přednáškách obvykle v červeném rámečku) a jejich vysvětlení na příkladech.



Hlavní okruhy:

- A) Základní pojmy z oblasti teorie pravděpodobnosti, Bayesova věta
- B) Náhodná veličina a její charakteristiky, náhodný vektor
- C) Statistická indukce, návrhy statistických experimentů
- D) Odhady parametrů, testování hypotéz
- E) Metody vícerozměrné statistické analýzy dat
- F) Regresní analýza
- G) Náhodné procesy



Hlavní okruhy:

A) Základní pojmy z oblasti teorie pravděpodobnosti, Bayesova věta

Základní pojmy: Variabilita, náhodný jev, pravděpodobnost, základní vztahy; podmíněná pravděpodobnost, stochastická nezávislost;

Klíčové věty: Věta o úplné pravděpodobnosti, Bayesova věta.

Literatura: [1] kap. I a II., [3] kap. 1



Hlavní okruhy:

B) Náhodná veličina a její charakteristiky, náhodný vektor

Základní pojmy: Náhodná veličina: diskrétní, spojitá; rozdělení pravděpodobnosti, distribuční funkce, pravděpodobnostní funkce, hustota pravděpodobnosti, medián, modus;
Základní momenty (střední hodnota, rozptyl, směrodatná odchylka, šikmost, špičatost); p-kvantil rozdělení náhodné veličiny;
Náhodný vektor: sdružené a marginální charakteristiky (distribuční funkce, pravděpodobnostní funkce, hustota);
Střední hodnota náhodného vektoru; kovariance, korelace, korelační koeficient, kovarianční matice;

Klíčové věty: Diskrétní pravděpodobnostní modely: alternativní, binomický, hypergeometrický, geometrický, rovnoměrně rozdělený.
Spojité modely: Rozdělení: rovnoměrné spojité, beta, normální (obecné, standardní);
Vanová křivka, modelování jejích částí Weibullovým rozdělením
Výpočet marginálních charakteristik. Vztah mezi korelovaností a stochastickou nezávislostí. Rozdělení náhodného vektoru s nezávislými složkami.

Literatura: [1] kap. III, IV; [3] kap. 1; [9] kap. 9, 10;



Hlavní okruhy:

C) Statistická indukce, návrhy statistických experimentů

Základní pojmy: Základní soubor, výběr, reprezentativnost, statistická indukce.
Návrh experimentu (5 kroků), faktor, odezva, replikace, interakce, randomizace, interakce;
Ortogonální návrh (matice).

Klíčové věty: Výpočet efektů jednotlivých faktorů a jejich interakcí, jednofaktorový experiment, ANOVA (Kruskal-Wallis)
Taguchiho ortogonální návrhy, vnitřní a vnější soustava.

Literatura: [2], [3], [4], [5];



Základní informace:

D) Odhady parametrů, testování hypotéz

Základní pojmy: Bodový odhad a jeho vlastnosti (neustrannost, vychýlenost, konzistence);
Intervalový odhad, koeficient spolehlivosti;
Nulová a alternativní hypotéza, hladina významnosti testu, chyby 1. a 2. druhu, p-hodnota;
Neparametrický test.

Klíčové vztahy: Odhady rozptylu ($\hat{\sigma}$ a s^2) a jejich vlastnosti, metoda maximální věrohodnosti, metoda nejmenších čtverců;
Intervalový odhad pro střední hodnotu, intervalový odhad pravděpodobnosti p ;
Jednovýběrové testy (parametrické i neparametrické)
Dvouvýběrové testy při nezávislých výběrech, párové testy, ANOVA;
Neparametrické testy, Wilcoxonův test, Kruskal-Walis;
Testy dobré shody, chí-kvadrát test, testy normality.

Literatura: [2] kap. II a III, [3] kap. 2, [8];



Základní informace:

E) Metody vícerozměrné statistické analýzy dat

Základní pojmy: Vícerozměrné rozdělení, marginální rozdělení, korelační koeficient, korelační matice, multikolinearita, Mahalanobisova vzdálenost.

Klíčové vztahy: Lineární model, hodnocení kvality regresního modelu;
Kontingenční tabulky, testy nezávislosti;
Redukce dimenze: metoda hlavních komponent (PCA),
faktorová analýza;
Shluková analýza.

Literatura: [13]; [14]; [8];



Základní informace:

F) Regresní analýza

Základní pojmy: Lineární model, metoda nejmenších čtverců, rezidua
Logistický regresní model, logit, šance

Klíčové věty: Testy významnosti regresních koeficientů
Test významnosti regresního modelu
Pásy spolehlivosti
Analýza reziduí
Linearizace modelu

Literatura: [3], [9], [4], [5];



Základní informace:

G) Náhodné procesy

Základní pojmy: Náhodný proces, časová řada, autokorelační funkce, trend;
Slabě stacionární proces, silná stacionarita;

Klíčové věty: Markovské procesy, markovská vlastnost;
Autoregresní procesy, procesy klouzavých součtů. ARMA modely;
Poissonův proces, proces obnovy, gaussovský proces;
Systém hromadné obsluhy a jeho charakteristiky.

Literatura: [11], [12];



Doporučená literatura:

- [1] Likeš J., Machek J.: Počet pravděpodobnosti, SNTL Praha 1982, [2. vydání 2019](#)
- [2] Likeš J., Machek J.: Matematická statistika, SNTL Praha 1988, [2. vydání 2019](#)
- [3] Dohnal G.: Základy stochastiky, FS ČVUT Praha, 2001 [\[skriptum\]](#)
- [4] Navrhování experimentů ([E. Jarošová](#))
- [5] Navrhování a vyhodnocování experimentů ([J. Michálek](#)), ČSJ,
- [6] Plánování průmyslových experimentů ([G. Dohnal](#)), TUL, 2015
- [7] G. W. Oehlert: [A First Course in Design and Analysis of Experiments](#), University of Minnesota, 2010
- [8] NIST Engineering [Statistics Handbook](#).
- [9] F.M. Dekking, C. Kraaikamp, H.P. Lopuhaä, L.E. Meester: A Modern Introduction to Probability and Statistics, Springer, 2005 [pdf](#)
- [10] Dimitri P. Bertsekas, John N. Tsitsiklis: Introduction to Probability, MIT, 2000 [pdf](#)
- [11] Ulrich M.: [Základy teorie náhodných procesů](#)
- [12] Dohnal G.: [Teorie hromadné obsluhy](#)
- [13] Hebák P.: Vícerozměrné statistické metody 2, Informatorium, Praha 2005
- [14] Hebák P.: Vícerozměrné statistické metody 3, Informatorium, Praha 2005

