

Plánování **P**řemyslových **E**xperimentů

Část 3. Vícefaktorové experimenty

Plánování Průmyslových Experimentů

Část 3. Vícefaktorové experimenty

- uvažujeme vliv $r > 2$ hlavních faktorů

Plánování Průmyslových Experimentů

Část 3. Vícefaktorové experimenty

- uvažujeme vliv $r > 2$ hlavních faktorů
- faktor i může mít k_i úrovní, $i = 1, \dots, r$, to jest celkem $k = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_r$ kombinací (ošetření)

Plánování Průmyslových Experimentů

Část 3. Vícefaktorové experimenty

- uvažujeme vliv $r > 2$ hlavních faktorů
- faktor i může mít k_i úrovní, $i = 1, \dots, r$, to jest celkem $k = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_r$ kombinací (ošetření)
- pro každou kombinaci úrovní faktorů provedeme n měření (replikací)

Plánování Průmyslových Experimentů

Část 3. Vícefaktorové experimenty

- uvažujeme vliv $r > 2$ hlavních faktorů
- faktor i může mít k_i úrovní, $i = 1, \dots, r$, to jest celkem $k = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_r$ kombinací (ošetření)
- pro každou kombinaci úrovní faktorů provedeme n měření (replikací)
- musíme provést $k \cdot n$ měření, která můžeme rozdělit do bloků podle dalšího (vedlejšího) faktoru

Plánování Průmyslových Experimentů

Část 3. Vícefaktorové experimenty

- uvažujeme vliv $r > 2$ hlavních faktorů
- faktor i může mít k_i úrovní, $i = 1, \dots, r$, to jest celkem $k = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_r$ kombinací (ošetření)
- pro každou kombinaci úrovní faktorů provedeme n měření (replikací)
- musíme provést $k \times n$ měření, která můžeme rozdělit do bloků podle dalšího (vedlejšího) faktoru
- provádíme znáhodnění pořadí měření (bude přes celý experiment nebo pouze uvnitř bloků)

Plánování Průmyslových Experimentů

Část 3. Vícefaktorové experimenty

- uvažujeme vliv $r > 2$ hlavních faktorů
- faktor i může mít k_i úrovní, $i = 1, \dots, r$, to jest celkem $k = k_1 \cdot k_2 \cdot \dots \cdot k_r$ kombinací (ošetření)
- pro každou kombinaci úrovní faktorů provedeme n měření (replikací)
- musíme provést $k \times n$ měření, která můžeme rozdělit do bloků podle dalšího (vedlejšího) faktoru
- provádíme znáhodnění pořadí měření (bude přes celý experiment nebo pouze uvnitř bloků)



3.1. Struktura plánu

3.1. Struktura plánu

Odezva: Y - výběrem na základě zadání

3.1. Struktura plánu

Odezva: Y - výběrem na základě zadání

Faktory: $A, B, \dots, F$ - na základě analýzy procesu, každý má svůj počet úrovní
 $k_A, k_B, \dots, k_F$ - kombinace těchto úrovní tvoří tzv. “ošetření”

3.1. Struktura plánu

Odezva: Y - výběrem na základě zadání

Faktory: $A, B, \dots, F$ - na základě analýzy procesu, každý má svůj počet úrovní
 $k_A, k_B, \dots, k_F$ - kombinace těchto úrovní tvoří tzv. “ošetření”

Počet replikací: n , pro každé ošetření budeme pozorovat n hodnot odezvové proměnné

3.1. Struktura plánu

Odezva: Y - výběrem na základě zadání

Faktory: $A, B, \dots, F$ - na základě analýzy procesu, každý má svůj počet úrovní
 $k_A, k_B, \dots, k_F$ - kombinace těchto úrovní tvoří tzv. “ošetření”

Počet replikací: n , pro každé ošetření budeme pozorovat n hodnot odezvové proměnné

Počet měření: $k \times n$, kde k je počet všech ošetření ($k = k_A \cdot k_B \cdot \dots \cdot k_F$)

3.1. Struktura plánu

Odezva: Y - výběrem na základě zadání

Faktory: $A, B, \dots, F$ - na základě analýzy procesu, každý má svůj počet úrovní
 $k_A, k_B, \dots, k_F$ - kombinace těchto úrovní tvoří tzv. “ošetření”

Počet replikací: n , pro každé ošetření budeme pozorovat n hodnot odezvové proměnné

Počet měření: $k \times n$, kde k je počet všech ošetření ($k = k_A \cdot k_B \dots k_F$)

Experiment: počet faktorů a jejich úrovní, závislost měření (blokové uspořádání), znáhodnění

3.1. Struktura plánu

Odezva: Y - výběrem na základě zadání

Faktory: $A, B, \dots, F$ - na základě analýzy procesu, každý má svůj počet úrovní $k_A, k_B, \dots, k_F$ - kombinace těchto úrovní tvoří tzv. “ošetření”

Počet replikací: n , pro každé ošetření budeme pozorovat n hodnot odezvové proměnné

Počet měření: $k \times n$, kde k je počet všech ošetření ($k = k_A \cdot k_B \dots k_F$)

Experiment: počet faktorů a jejich úrovní, závislost měření (blokové uspořádání), znáhodnění

Metody vyhodnocení: ANOVA, neparametrické testy

Hledáme nejvlivnější faktory, tj. ty, které ovlivňují odezvu nejvíce.

3.1. Struktura plánu

Odezva: Y - výběrem na základě zadání

Faktory: $A, B, \dots, F$ - na základě analýzy procesu, každý má svůj počet úrovní $k_A, k_B, \dots, k_F$ - kombinace těchto úrovní tvoří tzv. “ošetření”

Počet replikací: n , pro každé ošetření budeme pozorovat n hodnot odezvové proměnné

Počet měření: $k \times n$, kde k je počet všech ošetření ($k = k_A \cdot k_B \cdot \dots \cdot k_F$)

Experiment: počet faktorů a jejich úrovní, závislost měření (blokové uspořádání), znáhodnění

Metody vyhodnocení: ANOVA, neparametrické testy

Hledáme nejvlivnější faktory, tj. ty, které ovlivňují odezvu nejvíce.



3.2. Statistický model

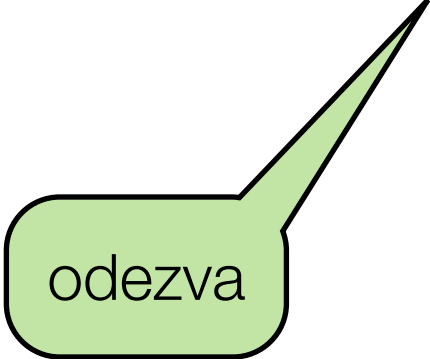
Statistický model pro dva faktory A, B:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

3.2. Statistický model

Statistický model pro dva faktory A, B:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

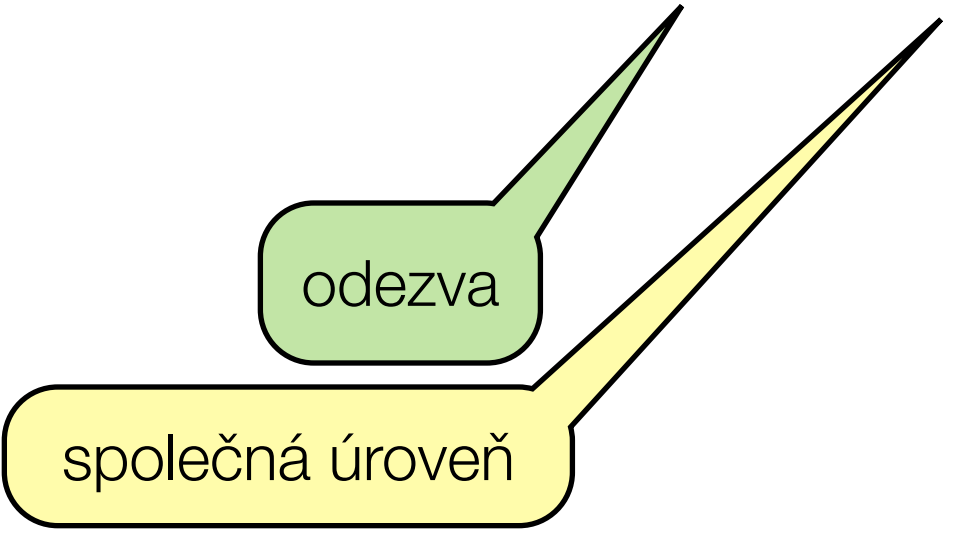


odezva

3.2. Statistický model

Statistický model pro dva faktory A, B:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$



odezva

společná úroveň

3.2. Statistický model

Statistický model pro dva faktory A, B:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

odezva

společná úroveň

vliv i-té úrovně faktoru A,
 $i=1,2,\dots, k_A$

$$\sum_{i=1}^{k_A} \alpha_i = 0$$

3.2. Statistický model

Statistický model pro dva faktory A, B:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

odezva

společná úroveň

vliv i-té úrovně faktoru A,
 $i=1,2,\dots, k_A$

$$\sum_{i=1}^{k_A} \alpha_i = 0$$

vliv j-té úrovně faktoru B,
 $j=1,2,\dots, k_B$

$$\sum_{j=1}^{k_B} \beta_j = 0$$

3.2. Statistický model

Statistický model pro dva faktory A, B:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

odezva

společná úroveň

vliv i-té úrovně faktoru A,
 $i=1,2,\dots, k_A$

$$\sum_{i=1}^{k_A} \alpha_i = 0$$

vliv j-té úrovně faktoru B,
 $j=1,2,\dots, k_B$

$$\sum_{j=1}^{k_B} \beta_j = 0$$

vliv interakce
i-té a j-té
úrovně faktorů
A a B

3.2. Statistický model

Statistický model pro dva faktory A, B:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

odezva

společná úroveň

vliv i-té úrovně faktoru A,
 $i=1,2,\dots, k_A$

$$\sum_{i=1}^{k_A} \alpha_i = 0$$

vliv j-té úrovně faktoru B,
 $j=1,2,\dots, k_B$

$$\sum_{j=1}^{k_B} \beta_j = 0$$

vliv interakce
i-té a j-té
úrovně faktorů
A a B

náhodná chyba
při i-té a j-té
úrovni faktorů
A a B

3.2. Statistický model

Statistický model pro dva faktory A, B:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

odezva

společná úroveň

vliv i-té úrovně faktoru A,
 $i=1,2,\dots, k_A$

$$\sum_{i=1}^{k_A} \alpha_i = 0$$

vliv j-té úrovně faktoru B,
 $j=1,2,\dots, k_B$

$$\sum_{j=1}^{k_B} \beta_j = 0$$

vliv interakce
i-té a j-té
úrovně faktorů
A a B

náhodná chyba
při i-té a j-té
úrovni faktorů
A a B

Statistický model pro tři faktory A, B, C:

$$y_{ijl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_l + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{il} + (\beta\gamma)_{jl} + (\alpha\beta\gamma)_{ijl} + \epsilon_{ijl}$$

3.2. Statistický model

Statistický model pro dva faktory A, B:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

odezva

společná úroveň

vliv i-té úrovně faktoru A,
 $i=1,2,\dots, k_A$

$$\sum_{i=1}^{k_A} \alpha_i = 0$$

vliv j-té úrovně faktoru B,
 $j=1,2,\dots, k_B$

$$\sum_{j=1}^{k_B} \beta_j = 0$$

vliv interakce
i-té a j-té
úrovně faktorů
A a B

náhodná chyba
při i-té a j-té
úrovni faktorů
A a B

Statistický model pro tři faktory A, B, C:

$$y_{ijl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_l + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{il} + (\beta\gamma)_{jl} + (\alpha\beta\gamma)_{ijl} + \epsilon_{ijl}$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

N = počet faktorů, 2 = počet úrovní faktorů

2^2	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

N = počet faktorů, 2 = počet úrovní faktorů

2^2	B1	B2
A1	y ₁₁	y ₁₂
A2	y ₂₁	y ₂₂

Efekt faktoru = průměrná změna odezvy při změně úrovně faktoru

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

N = počet faktorů, 2 = počet úrovní faktorů

2^2	B1	B2
A1	y_{11}	y_{12}
A2	y_{21}	y_{22}

Efekt faktoru = průměrná změna odezvy při změně úrovně faktoru

$$\hat{A} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{B} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

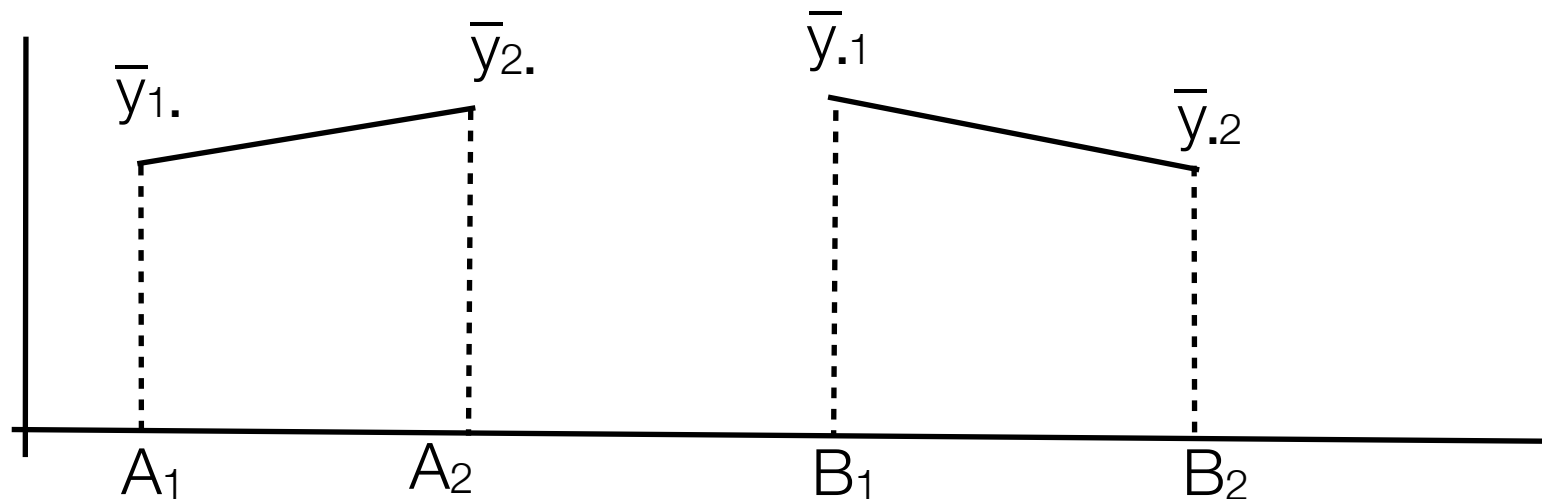
N = počet faktorů, 2 = počet úrovní faktorů

2^2	B1	B2
A1	y_{11}	y_{12}
A2	y_{21}	y_{22}

Efekt faktoru = průměrná změna odezvy při změně úrovně faktoru

$$\hat{A} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{B} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

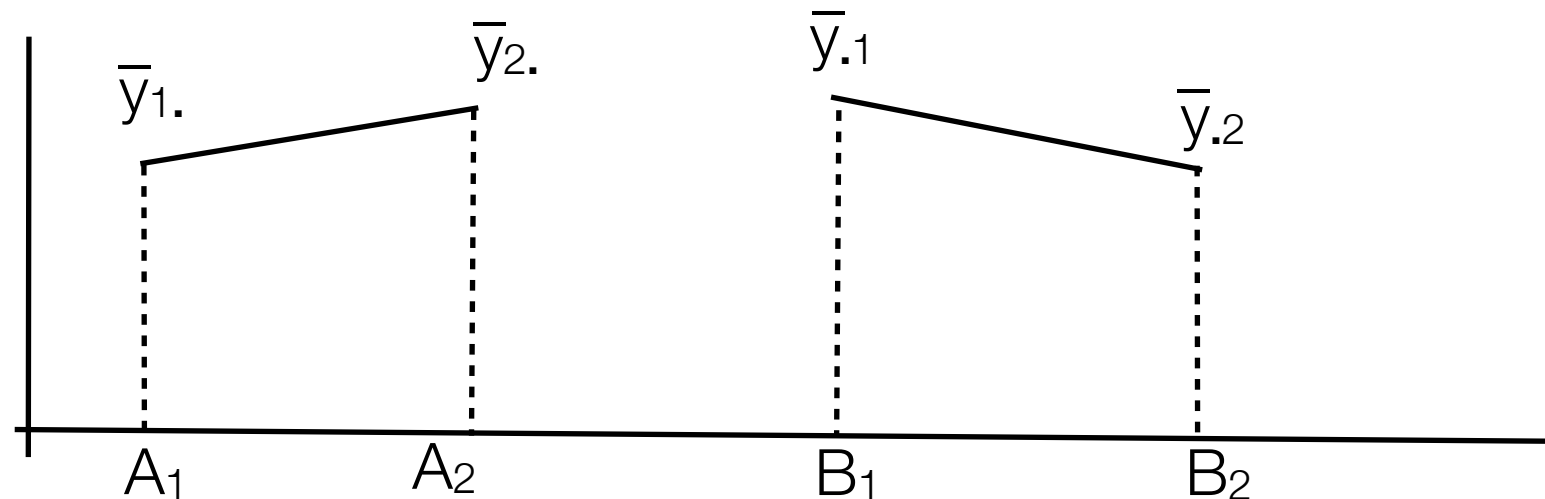
N = počet faktorů, 2 = počet úrovní faktorů

2^2	B1	B2
A1	y_{11}	y_{12}
A2	y_{21}	y_{22}

Efekt faktoru = průměrná změna odezvy při změně úrovně faktoru

$$\hat{A} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{B} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

N = počet faktorů, 2 = počet úrovní faktorů

2^2	B1	B2
A1	y_{11}	y_{12}
A2	y_{21}	y_{22}

Efekt faktoru = průměrná změna odezvy při změně úrovně faktoru

$$\hat{A} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{B} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$

Interakce mezi faktory = společné působení obou faktorů na velikost odezvy

Nastává, je-li rozdíl v odezvě mezi dvěma úrovněmi jednoho faktoru výrazně jiný při různých úrovních druhého faktoru, např. $y_{21} - y_{11}$ a $y_{22} - y_{12}$.

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

N = počet faktorů, 2 = počet úrovní faktorů

2^2	B1	B2
A1	y_{11}	y_{12}
A2	y_{21}	y_{22}

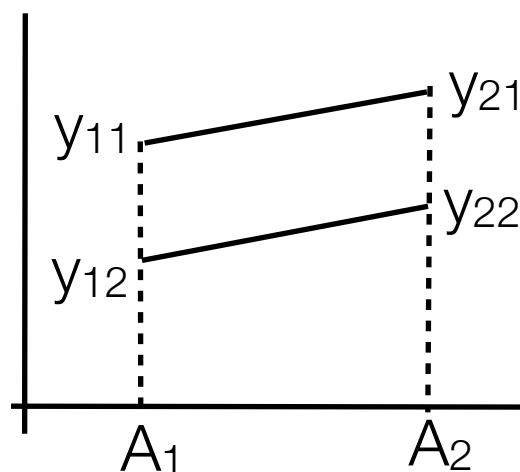
Efekt faktoru = průměrná změna odezvy při změně úrovně faktoru

$$\hat{A} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

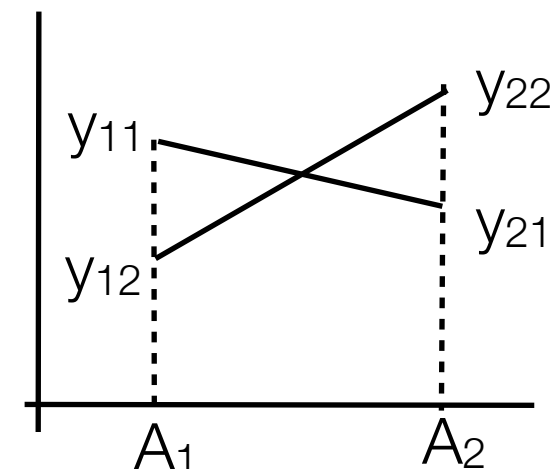
$$\hat{B} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$

Interakce mezi faktory = společné působení obou faktorů na velikost odezvy

Nastává, je-li rozdíl v odezvě mezi dvěma úrovněmi jednoho faktoru výrazně jiný při různých úrovních druhého faktoru, např. $y_{21} - y_{11}$ a $y_{22} - y_{12}$.



bez interakce



s interakcí

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

N = počet faktorů, 2 = počet úrovní faktorů

2^2	B1	B2
A1	y_{11}	y_{12}
A2	y_{21}	y_{22}

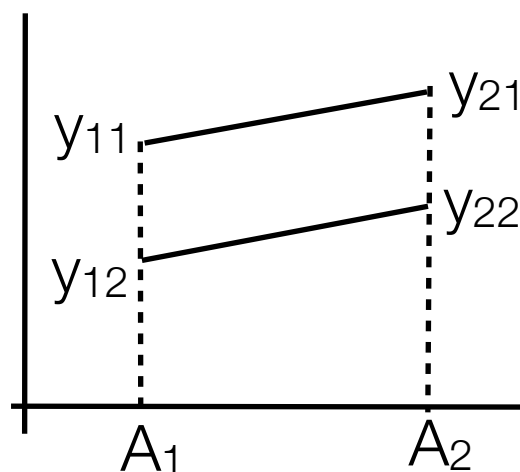
Efekt faktoru = průměrná změna odezvy při změně úrovně faktoru

$$\hat{A} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

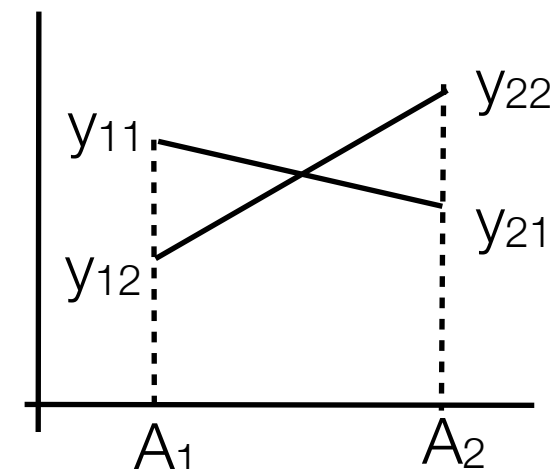
$$\hat{B} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$

Interakce mezi faktory = společné působení obou faktorů na velikost odezvy

Nastává, je-li rozdíl v odezvě mezi dvěma úrovněmi jednoho faktoru výrazně jiný při různých úrovních druhého faktoru, např. $y_{21} - y_{11}$ a $y_{22} - y_{12}$.



bez interakce



s interakcí



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2^2	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

Matice modelu = návrh kombinací úrovní faktorů

test	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2^2	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

Matice modelu = návrh kombinací úrovní faktorů

test	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2^2	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

Matice modelu 2^2 při jediné replikaci

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11
2	+	-	-	y21
3	-	+	-	y12
4	+	+	+	y22

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2²	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

$$\bar{y}_{A+} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{A-} = \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

Matice modelu 2^2 při jediné replikaci

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11
2	+	-	-	y21
3	-	+	-	y12
4	+	+	+	y22

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2^2	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

$$\bar{y}_{A+} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{A-} = \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$$

Matice modelu 2^2 při jediné replikaci

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11
2	+	-	-	y21
3	-	+	-	y12
4	+	+	+	y22

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2²	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

$$\bar{y}_{A+} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{A-} = \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$$

$$\bar{y}_{B+} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{B-} = \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$

Matice modelu 2^2 při jediné replikaci

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11
2	+	-	-	y21
3	-	+	-	y12
4	+	+	+	y22

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2²	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

$$\bar{y}_{A+} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{A-} = \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$$

$$\bar{y}_{B+} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{B-} = \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$

$$\hat{B} = \bar{y}_{B+} - \bar{y}_{B-}$$

Matice modelu 2^2 při jediné replikaci

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11
2	+	-	-	y21
3	-	+	-	y12
4	+	+	+	y22

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2²	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

$$\bar{y}_{A+} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{A-} = \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$$

$$\bar{y}_{B+} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{B-} = \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$

$$\hat{B} = \bar{y}_{B+} - \bar{y}_{B-}$$

Matice modelu 2^2 při jediné replikaci

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11
2	+	-	-	y21
3	-	+	-	y12
4	+	+	+	y22

$$\bar{y}_{AB-} = \frac{y_{21} + y_{12}}{2}$$

$$\bar{y}_{AB+} = \frac{y_{11} + y_{22}}{2}$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2²	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

$$\bar{y}_{A+} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{A-} = \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$$

$$\bar{y}_{B+} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{B-} = \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$

$$\hat{B} = \bar{y}_{B+} - \bar{y}_{B-}$$

Matice modelu 2^2 při jediné replikaci

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11
2	+	-	-	y21
3	-	+	-	y12
4	+	+	+	y22

$$\bar{y}_{AB-} = \frac{y_{21} + y_{12}}{2}$$

$$\bar{y}_{AB+} = \frac{y_{11} + y_{22}}{2}$$

$$\widehat{AB} = \bar{y}_{AB+} - \bar{y}_{AB-}$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2^2	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

$$\bar{y}_{A+} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{A-} = \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$$

$$\bar{y}_{B+} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2}$$

$$\bar{y}_{B-} = \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$

$$\hat{B} = \bar{y}_{B+} - \bar{y}_{B-}$$

Matice modelu 2^2 při jediné replikaci

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11
2	+	-	-	y21
3	-	+	-	y12
4	+	+	+	y22

$$\bar{y}_{AB-} = \frac{y_{21} + y_{12}}{2}$$

$$\bar{y}_{AB+} = \frac{y_{11} + y_{22}}{2}$$

$$\widehat{AB} = \bar{y}_{AB+} - \bar{y}_{AB-}$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2^2	B1	B2
A1	y11, y12	y31, y32
A2	y21, y22	y41, y42

Matice modelu 2^2 při dvou replikacích

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11, y12
2	+	-	-	y21, y22
3	-	+	-	y31, y32
4	+	+	+	y41, y42

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2^2	B1	B2
A1	y11, y12	y31, y32
A2	y21, y22	y41, y42

Matice modelu 2^2 při dvou replikacích

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11, y12
2	+	-	-	y21, y22
3	-	+	-	y31, y32
4	+	+	+	y41, y42



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2^2	B1	B2
A1	y11, y12	y31, y32
A2	y21, y22	y41, y42

$$\bar{y}_{A-} = \frac{y_{11} + y_{12} + y_{31} + y_{32}}{4}$$

$$\bar{y}_{A+} = \frac{y_{21} + y_{22} + y_{41} + y_{42}}{4}$$

Matice modelu 2^2 při dvou replikacích

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11, y12
2	+	-	-	y21, y22
3	-	+	-	y31, y32
4	+	+	+	y41, y42



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2^2	B1	B2
A1	y11, y12	y31, y32
A2	y21, y22	y41, y42

$$\bar{y}_{A-} = \frac{y_{11} + y_{12} + y_{31} + y_{32}}{4}$$

$$\bar{y}_{A+} = \frac{y_{21} + y_{22} + y_{41} + y_{42}}{4}$$

$$\bar{y}_{AB-} = \frac{y_{21} + y_{22} + y_{31} + y_{32}}{4}$$

$$\bar{y}_{AB+} = \frac{y_{11} + y_{12} + y_{41} + y_{42}}{4}$$

Matice modelu 2^2 při dvou replikacích

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11, y12
2	+	-	-	y21, y22
3	-	+	-	y31, y32
4	+	+	+	y41, y42



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

2^2	B1	B2
A1	y11, y12	y31, y32
A2	y21, y22	y41, y42

Matice modelu 2^2 při dvou replikacích

test	A	B	AB	y
1	-	-	+	y11, y12
2	+	-	-	y21, y22
3	-	+	-	y31, y32
4	+	+	+	y41, y42

$$\bar{y}_{A-} = \frac{y_{11} + y_{12} + y_{31} + y_{32}}{4}$$

$$\bar{y}_{A+} = \frac{y_{21} + y_{22} + y_{41} + y_{42}}{4}$$

$$\bar{y}_{AB-} = \frac{y_{21} + y_{22} + y_{31} + y_{32}}{4}$$

$$\bar{y}_{AB+} = \frac{y_{11} + y_{12} + y_{41} + y_{42}}{4}$$

$$\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$$

$$\hat{B} = \bar{y}_{B+} - \bar{y}_{B-}$$

$$\widehat{AB} = \bar{y}_{AB+} - \bar{y}_{AB-}$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Matice modelu 2^3 - návrh kombinací úrovní faktorů

2^3	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Matice modelu 2^3 - návrh kombinací úrovní faktorů

2^3	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Matice modelu 2^3 - návrh kombinací úrovní faktorů

Ortogonalní návrh: skalární součiny sloupcových vektorů jsou nulové (tedy kolmé neboli ortogonální), např. $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ nebo $\vec{C} \cdot \overrightarrow{ABC} = 0$

2^3	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
5	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Matice modelu 2^3 - návrh kombinací úrovní faktorů

Ortogonalní návrh: skalární součiny sloupcových vektorů jsou nulové (tedy kolmé neboli ortogonální), např. $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ nebo $\vec{C} \cdot \overrightarrow{ABC} = 0$

2^3	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
5	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Matice modelu 2^3 - návrh kombinací úrovní faktorů

Ortogonalní návrh: názvy jednotlivých ošetření: $a = a^1 b^0 c^0$ nebo $ac = a^1 b^0 c^1$

2^3	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	0	0	0	1	1	1	0
a	1	0	0	0	0	1	1
b	0	1	0	0	1	0	1
c	0	0	1	1	0	0	1
ab	1	1	0	1	0	0	0
ac	1	0	1	0	1	0	0
bc	0	1	1	0	0	1	0
abc	1	1	1	1	1	1	1

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Matice modelu 2^3 - návrh kombinací úrovní faktorů

Ortogonalní návrh: názvy jednotlivých ošetření: $a = a^1 b^0 c^0$ nebo $ac = a^1 b^0 c^1$

2^3	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	0	0	0	1	1	1	0
a	1	0	0	0	0	1	1
b	0	1	0	0	1	0	1
c	0	0	1	1	0	0	1
ab	1	1	0	1	0	0	0
ac	1	0	1	0	1	0	0
bc	0	1	1	0	0	1	0
abc	1	1	1	1	1	1	1

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Matice modelu 2^3 - návrh kombinací úrovní faktorů

Ortogonalní návrh: názvy jednotlivých ošetření: $a = a^1 b^0 c^0$ nebo $ac = a^1 b^0 c^1$

2^3	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	0	0	0	1	1	1	0
a	1	0	0	0	0	1	1
b	0	1	0	0	1	0	1
c	0	0	1	1	0	0	1
ab	1	1	0	1	0	0	0
ac	1	0	1	0	1	0	0
bc	0	1	1	0	0	1	0
abc	1	1	1	1	1	1	1



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Matice modelu 2^3 - návrh kombinací úrovní faktorů

2^3	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
a	+	-	-	-	-	+	+
b	-	+	-	-	+	-	+
c	-	-	+	+	-	-	+
ab	+	+	-	+	-	-	-
ac	+	-	+	-	+	-	-
bc	-	+	+	-	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Matice modelu 2^3 - návrh kombinací úrovní faktorů

2^3	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
a	+	-	-	-	-	+	+
b	-	+	-	-	+	-	+
c	-	-	+	+	-	-	+
ab	+	+	-	+	-	-	-
ac	+	-	+	-	+	-	-
bc	-	+	+	-	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

Odezva: požadované viskozity je dosahováno při době reakce mezi 7 až 9 hodinami
=> budeme sledovat dobu reakce v závislosti na úrovních faktorů

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

Odezva: požadované viskozity je dosahováno při době reakce mezi 7 až 9 hodinami
=> budeme sledovat dobu reakce v závislosti na úrovních faktorů

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), 2 úrovně

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

Odezva: požadované viskozity je dosahováno při době reakce mezi 7 až 9 hodinami
=> budeme sledovat dobu reakce v závislosti na úrovních faktorů

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), 2 úrovně

Počet replikací: 2

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

Odezva: požadované viskozity je dosahováno při době reakce mezi 7 až 9 hodinami
=> budeme sledovat dobu reakce v závislosti na úrovních faktorů

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^2 \times 2 = 8$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

Odezva: požadované viskozity je dosahováno při době reakce mezi 7 až 9 hodinami
=> budeme sledovat dobu reakce v závislosti na úrovních faktorů

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^2 \times 2 = 8$

Experiment: 2^2 (2 faktory, 2 úrovně)

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

Odezva: požadované viskozity je dosahováno při době reakce mezi 7 až 9 hodinami
=> budeme sledovat dobu reakce v závislosti na úrovních faktorů

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^2 \times 2 = 8$

Experiment: 2^2 (2 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 42% a 48%

Faktor B: teplota 175°C a 195°C

test	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

Odezva: požadované viskozity je dosahováno při době reakce mezi 7 až 9 hodinami
=> budeme sledovat dobu reakce v závislosti na úrovních faktorů

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^2 \times 2 = 8$

Experiment: 2^2 (2 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 42% a 48%

Faktor B: teplota 175°C a 195°C

test	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

	A	B	y
1	+	-	9.3
2	-	+	5.5
3	-	+	6.5
4	-	-	9.0
5	+	+	1.3
6	-	-	9.0
7	+	+	1.8
8	+	-	8.0

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

Odezva: požadované viskozity je dosahováno při době reakce mezi 7 až 9 hodinami
=> budeme sledovat dobu reakce v závislosti na úrovních faktorů

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^2 \times 2 = 8$

Experiment: 2^2 (2 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 42% a 48%

Faktor B: teplota 175°C a 195°C

test	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

	A	B	y
1	+	-	9.3
2	-	+	5.5
3	-	+	6.5
4	-	-	9.0
5	+	+	1.3
6	-	-	9.0
7	+	+	1.8
8	+	-	8.0



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y
-	-	+	9.0	9.0
+	-	-	9.3	8.0
-	+	-	5.5	6.5
+	+	+	1.8	1.3

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y
-	-	+	9.0	9.0
+	-	-	9.3	8.0
-	+	-	5.5	6.5
+	+	+	1.8	1.3

$$\hat{A} = \frac{9.3 + 8 + 1.8 + 1.3}{4} - \frac{9 + 9 + 5.5 + 6.5}{4} = \frac{-9.6}{4} = -2.4$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y
-	-	+	9.0	9.0
+	-	-	9.3	8.0
-	+	-	5.5	6.5
+	+	+	1.8	1.3

$$\hat{A} = \frac{9.3 + 8 + 1.8 + 1.3}{4} - \frac{9 + 9 + 5.5 + 6.5}{4} = \frac{-9.6}{4} = -2.4$$

$$\hat{A} = \frac{-9 - 9 + 9.3 + 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.4$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y
-	-	+	9.0	9.0
+	-	-	9.3	8.0
-	+	-	5.5	6.5
+	+	+	1.8	1.3

$$\hat{A} = \frac{9.3 + 8 + 1.8 + 1.3}{4} - \frac{9 + 9 + 5.5 + 6.5}{4} = \frac{-9.6}{4} = -2.4$$

$$\hat{A} = \frac{-9 - 9 + 9.3 + 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.4$$

$$\hat{B} = \frac{-9 - 9 - 9.3 - 8 + 5.5 + 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -5.05$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y
-	-	+	9.0	9.0
+	-	-	9.3	8.0
-	+	-	5.5	6.5
+	+	+	1.8	1.3

$$\hat{A} = \frac{9.3 + 8 + 1.8 + 1.3}{4} - \frac{9 + 9 + 5.5 + 6.5}{4} = \frac{-9.6}{4} = -2.4$$

$$\hat{A} = \frac{-9 - 9 + 9.3 + 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.4$$

$$\hat{B} = \frac{-9 - 9 - 9.3 - 8 + 5.5 + 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -5.05$$

$$\widehat{AB} = \frac{+9 + 9 - 9.3 - 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.05$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y
-	-	+	9.0	9.0
+	-	-	9.3	8.0
-	+	-	5.5	6.5
+	+	+	1.8	1.3

$$\hat{A} = \frac{9.3 + 8 + 1.8 + 1.3}{4} - \frac{9 + 9 + 5.5 + 6.5}{4} = \frac{-9.6}{4} = -2.4$$

$$\hat{A} = \frac{-9 - 9 + 9.3 + 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.4$$

$$\hat{B} = \frac{-9 - 9 - 9.3 - 8 + 5.5 + 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -5.05$$

$$\widehat{AB} = \frac{+9 + 9 - 9.3 - 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.05$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y
-	-	+	9.0	9.0
+	-	-	9.3	8.0
-	+	-	5.5	6.5
+	+	+	1.8	1.3
-2.4	-5.05	-2.05		

$$\hat{A} = \frac{-9 - 9 + 9.3 + 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.4$$

$$\hat{B} = \frac{-9 - 9 - 9.3 - 8 + 5.5 + 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -5.05$$

$$\widehat{AB} = \frac{+9 + 9 - 9.3 - 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.05$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y
-	-	+	9.0	9.0
+	-	-	9.3	8.0
-	+	-	5.5	6.5
+	+	+	1.8	1.3
-2.4	-5.05	-2.05		

$$\hat{A} = \frac{-9 - 9 + 9.3 + 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.4$$

$$\hat{B} = \frac{-9 - 9 - 9.3 - 8 + 5.5 + 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -5.05$$

$$\widehat{AB} = \frac{+9 + 9 - 9.3 - 8 - 5.5 - 6.5 + 1.8 + 1.3}{4} = -2.05$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y	$\bar{y}$	s^2
-	-	+	9.0	9.0	9.0	0
+	-	-	9.3	8.0	8.65	0,845
-	+	-	5.5	6.5	6.0	0,5
+	+	+	1.8	1.3	1.55	0,125
-2.4	-5.05	-2.05				0,3675

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y	$\bar{y}$	s^2
-	-	+	9.0	9.0	9.0	0
+	-	-	9.3	8.0	8.65	0,845
-	+	-	5.5	6.5	6.0	0,5
+	+	+	1.8	1.3	1.55	0,125
-2.4	-5.05	-2.05				0,3675

$$\alpha = 0,05, \quad N = 2, \quad r = 2 \Rightarrow \nu = 4, \quad t_{0,975}(4) = 2,77, \Rightarrow X = 1.19$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y	$\bar{y}$	s^2
-	-	+	9.0	9.0	9.0	0
+	-	-	9.3	8.0	8.65	0,845
-	+	-	5.5	6.5	6.0	0,5
+	+	+	1.8	1.3	1.55	0,125
-2.4	-5.05	-2.05				0,3675

$$\alpha = 0,05, \quad N = 2, \quad r = 2 \Rightarrow \nu = 4, \quad t_{0,975}(4) = 2,77, \Rightarrow X = 1.19$$

2-výběrový t-test (r=počet replikací, N=počet faktorů):

$$t = \frac{\hat{X}}{\sqrt{\frac{2s^2}{r2^{N-2}}}}$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y	$\bar{y}$	s^2
-	-	+	9.0	9.0	9.0	0
+	-	-	9.3	8.0	8.65	0,845
-	+	-	5.5	6.5	6.0	0,5
+	+	+	1.8	1.3	1.55	0,125
-2.4	-5.05	-2.05				0,3675

$$\alpha = 0,05, \quad N = 2, \quad r = 2 \Rightarrow \nu = 4, \quad t_{0,975}(4) = 2,77, \Rightarrow X = 1.19$$

2-výběrový t-test (r=počet replikací, N=počet faktorů):

$$t = \frac{\hat{X}}{\sqrt{\frac{2s^2}{r2^{N-2}}}}$$

$$\hat{X} \approx t_{1-\alpha/2}(\nu) \sqrt{\frac{2s^2}{r2^{N-2}}} \quad , \quad \nu = (r-1)2^N$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty na viskozitu výsledného produktu

A	B	AB	y	y	$\bar{y}$	s^2
-	-	+	9.0	9.0	9.0	0
+	-	-	9.3	8.0	8.65	0,845
-	+	-	5.5	6.5	6.0	0,5
+	+	+	1.8	1.3	1.55	0,125
-2.4	-5.05	-2.05				0,3675

$$\alpha = 0,05, \quad N = 2, \quad r = 2 \Rightarrow \nu = 4, \quad t_{0,975}(4) = 2,77, \Rightarrow X = 1.19$$

2-výběrový t-test (r=počet replikací, N=počet faktorů):

$$t = \frac{\hat{X}}{\sqrt{\frac{2s^2}{r2^{N-2}}}}$$

$$\hat{X} \approx t_{1-\alpha/2}(\nu) \sqrt{\frac{2s^2}{r2^{N-2}}} \quad , \quad \nu = (r-1)2^N$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

Experiment: 2^2 (3 faktory, 2 úrovně)

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

Experiment: 2^2 (3 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 10% a 40%

Faktor B: teplota 40°C a 60°C

Faktor C: čas 5min. a 15min.

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

Experiment: 2^2 (3 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 10% a 40%

Faktor B: teplota 40°C a 60°C

Faktor C: čas 5min. a 15min.

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

Experiment: 2^2 (3 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 10% a 40%

Faktor B: teplota 40°C a 60°C

Faktor C: čas 5min. a 15min.

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

	A	B	C	y
1	+	+	+	
2	+	+	+	
3	+	+	-	
4	+	-	-	
5	-	+	+	
6	+	-	+	
7	+	+	-	
8	-	+	-	
9	-	+	+	
10	-	-	-	
11	+	-	-	
12	-	-	-	
13	-	-	+	
14	-	+	-	
15	+	-	+	
16	-	-	+	

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

Experiment: 2^2 (3 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 10% a 40%

Faktor B: teplota 40°C a 60°C

Faktor C: čas 5min. a 15min.

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

	A	B	C	y
1	+	+	+	
2	+	+	+	
3	+	+	-	
4	+	-	-	
5	-	+	+	
6	+	-	+	
7	+	+	-	
8	-	+	-	
9	-	+	+	
10	-	-	-	
11	+	-	-	
12	-	-	-	
13	-	-	+	
14	-	+	-	
15	+	-	+	
16	-	-	+	

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	y
1	+	+	+	122
2	+	+	+	107
3	+	+	-	102
4	+	-	-	48
5	-	+	+	71
6	+	-	+	63
7	+	+	-	90
8	-	+	-	68
9	-	+	+	77
10	-	-	-	45
11	+	-	-	56
12	-	-	-	37
13	-	-	+	43
14	-	+	-	59
15	+	-	+	54
16	-	-	+	35

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

	A	B	C	y
1	+	+	+	122
2	+	+	+	107
3	+	+	-	102
4	+	-	-	48
5	-	+	+	71
6	+	-	+	63
7	+	+	-	90
8	-	+	-	68
9	-	+	+	77
10	-	-	-	45
11	+	-	-	56
12	-	-	-	37
13	-	-	+	43
14	-	+	-	59
15	+	-	+	54
16	-	-	+	35

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

	A	B	C	y
1	+	+	+	122
2	+	+	+	107
3	+	+	-	102
4	+	-	-	48
5	-	+	+	71
6	+	-	+	63
7	+	+	-	90
8	-	+	-	68
9	-	+	+	77
10	-	-	-	45
11	+	-	-	56
12	-	-	-	37
13	-	-	+	43
14	-	+	-	59
15	+	-	+	54
16	-	-	+	35

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

	A	B	C	y
1	+	+	+	122
2	+	+	+	107
3	+	+	-	102
4	+	-	-	48
5	-	+	+	71
6	+	-	+	63
7	+	+	-	90
8	-	+	-	68
9	-	+	+	77
10	-	-	-	45
11	+	-	-	56
12	-	-	-	37
13	-	-	+	43
14	-	+	-	59
15	+	-	+	54
16	-	-	+	35

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

	A	B	C	y
1	+	+	+	122
2	+	+	+	107
3	+	+	-	102
4	+	-	-	48
5	-	+	+	71
6	+	-	+	63
7	+	+	-	90
8	-	+	-	68
9	-	+	+	77
10	-	-	-	45
11	+	-	-	56
12	-	-	-	37
13	-	-	+	43
14	-	+	-	59
15	+	-	+	54
16	-	-	+	35

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

Experiment: 2^2 (3 faktory, 2 úrovně)

	A	B	C	y
1	+	+	+	122
2	+	+	+	107
3	+	+	-	102
4	+	-	-	48
5	-	+	+	71
6	+	-	+	63
7	+	+	-	90
8	-	+	-	68
9	-	+	+	77
10	-	-	-	45
11	+	-	-	56
12	-	-	-	37
13	-	-	+	43
14	-	+	-	59
15	+	-	+	54
16	-	-	+	35

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

Experiment: 2^2 (3 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 10% a 40%

Faktor B: teplota 40°C a 60°C

Faktor C: čas 5min. a 15min.

	A	B	C	y
1	+	+	+	122
2	+	+	+	107
3	+	+	-	102
4	+	-	-	48
5	-	+	+	71
6	+	-	+	63
7	+	+	-	90
8	-	+	-	68
9	-	+	+	77
10	-	-	-	45
11	+	-	-	56
12	-	-	-	37
13	-	-	+	43
14	-	+	-	59
15	+	-	+	54
16	-	-	+	35

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

Experiment: 2^2 (3 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 10% a 40%

Faktor B: teplota 40°C a 60°C

Faktor C: čas 5min. a 15min.

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

	A	B	C	y
1	+	+	+	122
2	+	+	+	107
3	+	+	-	102
4	+	-	-	48
5	-	+	+	71
6	+	-	+	63
7	+	+	-	90
8	-	+	-	68
9	-	+	+	77
10	-	-	-	45
11	+	-	-	56
12	-	-	-	37
13	-	-	+	43
14	-	+	-	59
15	+	-	+	54
16	-	-	+	35

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

Odezva: účinnost, měřená opticky na prané látce

Faktor: koncentrace (A), teplota (B), čas (C), 2 úrovně

Počet replikací: 2

Počet měření: $2^3 \times 2 = 16$

Experiment: 2^2 (3 faktory, 2 úrovně)

Faktor A: koncentrace 10% a 40%

Faktor B: teplota 40°C a 60°C

Faktor C: čas 5min. a 15min.

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

	A	B	C	y
1	+	+	+	122
2	+	+	+	107
3	+	+	-	102
4	+	-	-	48
5	-	+	+	71
6	+	-	+	63
7	+	+	-	90
8	-	+	-	68
9	-	+	+	77
10	-	-	-	45
11	+	-	-	56
12	-	-	-	37
13	-	-	+	43
14	-	+	-	59
15	+	-	+	54
16	-	-	+	35

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s ²
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45		
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56		
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68		
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35		
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90		
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54		
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77		
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107		
průměr +								průměr rozptylů:			
průměr -											
efekt											

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45		
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56		
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68		
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35		
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90		
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54		
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77		
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107		
průměr +								průměr rozptylů:			
průměr -											
efekt											



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s ²
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +								průměr rozptylů:			
průměr -											
efekt											

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +								průměr rozptylů:			
průměr -											
efekt											



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s ²
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt											

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s ²
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt											

$$\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s ²
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt											

$$\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s ²
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	Který z efektů je statisticky významný?			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	Který z efektů je statisticky významný?			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů:

- a) t-testem
- b) graficky
- c) pomocí ANOVA

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	Který z efektů je statisticky významný?			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů:

- a) t-testem
- b) graficky
- c) pomocí ANOVA



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	Který z efektů je statisticky významný?			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů: a) t-testem

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	Který z efektů je statisticky významný?			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů: a) t-testem

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij} \quad \text{kde} \quad \epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow \hat{A} \sim N(0, s_e^2)$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	Který z efektů je statisticky významný?			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů: a) t-testem

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij} \quad \text{kde} \quad \epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow \hat{A} \sim N(0, s_e^2) \rightarrow$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů: a) t-testem

t-test: $t_A = \frac{\hat{A}}{s_e}$

$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$ kde $\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2) \Rightarrow \hat{A} \sim N(0, s_e^2)$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s ²
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	$n = \text{celkový počet měření,}$ $k = \text{počet kombinací úrovní}$ faktorů			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů: a) t-testem

t-test: $t_A = \frac{\hat{A}}{s_e}$

$$s_e^2 = \frac{4\sigma^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{s_1^2 + \dots + s_k^2}{k}$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s ²
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	$n = \text{celkový počet měření,}$ $k = \text{počet kombinací úrovní faktorů}$			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů: a) t-testem

t-test: $t_A = \frac{\hat{A}}{s_e}$

$$s_e^2 = \frac{4\sigma^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{s_1^2 + \dots + s_k^2}{k}$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	$n = \text{celkový počet měření,}$ $k = \text{počet kombinací úrovní}$ faktorů			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů: a) t-testem

$$\text{t-test: } t_A = \frac{\hat{A}}{s_e} \quad s_e^2 = \frac{4\sigma^2}{n} \quad s^2 = \frac{s_1^2 + \dots + s_k^2}{k}$$

$$|t_A| \geq t_{1-\alpha/2}(\nu) \quad , \quad \nu = (r-1)2^N$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	$n = \text{celkový počet měření,}$ $k = \text{počet kombinací úrovní}$ faktorů			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů: a) t-testem

t-test: $t_A = \frac{\hat{A}}{s_e}$

$$s_e^2 = \frac{4\sigma^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{s_1^2 + \dots + s_k^2}{k}$$

$$|t_A| \geq t_{1-\alpha/2}(\nu) , \quad \nu = (r-1)2^N$$

$$|\hat{A}| \geq X = s_e t_{1-\alpha/2}(\nu)$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	$n = \text{celkový počet měření,}$ $k = \text{počet kombinací úrovní}$ faktorů			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů: a) t-testem

t-test: $t_A = \frac{\hat{A}}{s_e}$

$$s_e^2 = \frac{4\sigma^2}{n}$$

$$s^2 = \frac{s_1^2 + \dots + s_k^2}{k}$$

$$|t_A| \geq t_{1-\alpha/2}(\nu) , \quad \nu = (r-1)2^N$$

$$|\hat{A}| \geq X = s_e t_{1-\alpha/2}(\nu)$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

$$\hat{\mu} = \bar{y} = 67.3125$$

$$s^2 = \frac{s_1^2 + \dots + s_k^2}{k} = \frac{47.4375}{11.859375}$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

$$\hat{\mu} = \bar{y} = 67.3125$$

$$s^2 = \frac{s_1^2 + \dots + s_k^2}{k} = \frac{47.4375}{11.859375}$$

$$\alpha = 0,05, \quad N = 3, \quad r = 2 \Rightarrow \nu = 8, \quad t_{0,975}(8) = 2,306, \Rightarrow X = 7.941$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

$$\hat{\mu} = \bar{y} = 67.3125$$

$$s^2 = \frac{s_1^2 + \dots + s_k^2}{k} = \frac{47.4375}{11.859375}$$

$$\alpha = 0,05, \quad N = 3, \quad r = 2 \Rightarrow \nu = 8, \quad t_{0,975}(8) = 2,306, \Rightarrow X = 7.941$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

$$\hat{\mu} = \bar{y} = 67.3125$$

$$s^2 = \frac{s_1^2 + \dots + s_k^2}{k} = \frac{47.4375}{11.859375}$$

$$\alpha = 0,05, \quad N = 3, \quad r = 2 \Rightarrow \nu = 8, \quad t_{0,975}(8) = 2,306, \Rightarrow X = 7.941$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

$$\hat{\mu} = \bar{y} = 67.3125$$

$$s^2 = \frac{s_1^2 + \dots + s_k^2}{k} = \frac{47.4375}{11.859375}$$

$$\alpha = 0,05, \quad N = 3, \quad r = 2 \Rightarrow \nu = 8, \quad t_{0,975}(8) = 2,306, \Rightarrow X = 7.941$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

$$\alpha = 0,01, \quad N = 3, \quad r = 2 \Rightarrow \nu = 8, \quad t_{0,995}(8) = 3,355, \Rightarrow X = 11.555$$

$$\alpha = 0,05, \quad N = 3, \quad r = 2 \Rightarrow \nu = 8, \quad t_{0,975}(8) = 2,306, \Rightarrow X = 7.941$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

$$\alpha = 0,001, N = 3, r = 2 \Rightarrow \nu = 8, t_{0,9995}(8) = 5,041, \Rightarrow X = 17.367$$

$$\alpha = 0,01, N = 3, r = 2 \Rightarrow \nu = 8, t_{0,995}(8) = 3,355, \Rightarrow X = 11.555$$

$$\alpha = 0,05, N = 3, r = 2 \Rightarrow \nu = 8, t_{0,975}(8) = 2,306, \Rightarrow X = 7.941$$

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375				
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

$$\alpha = 0,001, N = 3, r = 2 \Rightarrow \nu = 8, t_{0,9995}(8) = 5,041, \Rightarrow X = 17.367$$

$$\alpha = 0,01, N = 3, r = 2 \Rightarrow \nu = 8, t_{0,995}(8) = 3,355, \Rightarrow X = 11.555$$

$$\alpha = 0,05, N = 3, r = 2 \Rightarrow \nu = 8, t_{0,975}(8) = 2,306, \Rightarrow X = 7.941$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s^2
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	Který z efektů je statisticky významný?			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů:

b) graficky

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s ²
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	Který z efektů je statisticky významný?			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů:

b) graficky

(Normální) Pravděpodobnostní graf:

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku

	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	y	y	$\bar{y}$	s ²
1	-	-	-	+	+	+	-	37	45	41	32
2	+	-	-	-	-	+	+	48	56	52	32
3	-	+	-	-	+	-	+	59	68	63.5	40.5
4	-	-	+	+	-	-	+	43	35	39	32
5	+	+	-	+	-	-	-	102	90	96	72
6	+	-	+	-	+	-	-	63	54	58.5	40.5
7	-	+	+	-	-	+	-	71	77	74	18
8	+	+	+	+	+	+	+	122	107	114.5	112.5
průměr +	80,25	87	71,5	72,625	69,375	70,375	67,25	průměr rozptylů:			47.4375
průměr -	54,375	47,625	63,125	62	65,25	64,25	67,375	Který z efektů je statisticky významný?			
efekt	25,875	39,375	8,375	10,625	4,125	6,125	-0,125				

Test významnosti efektů:

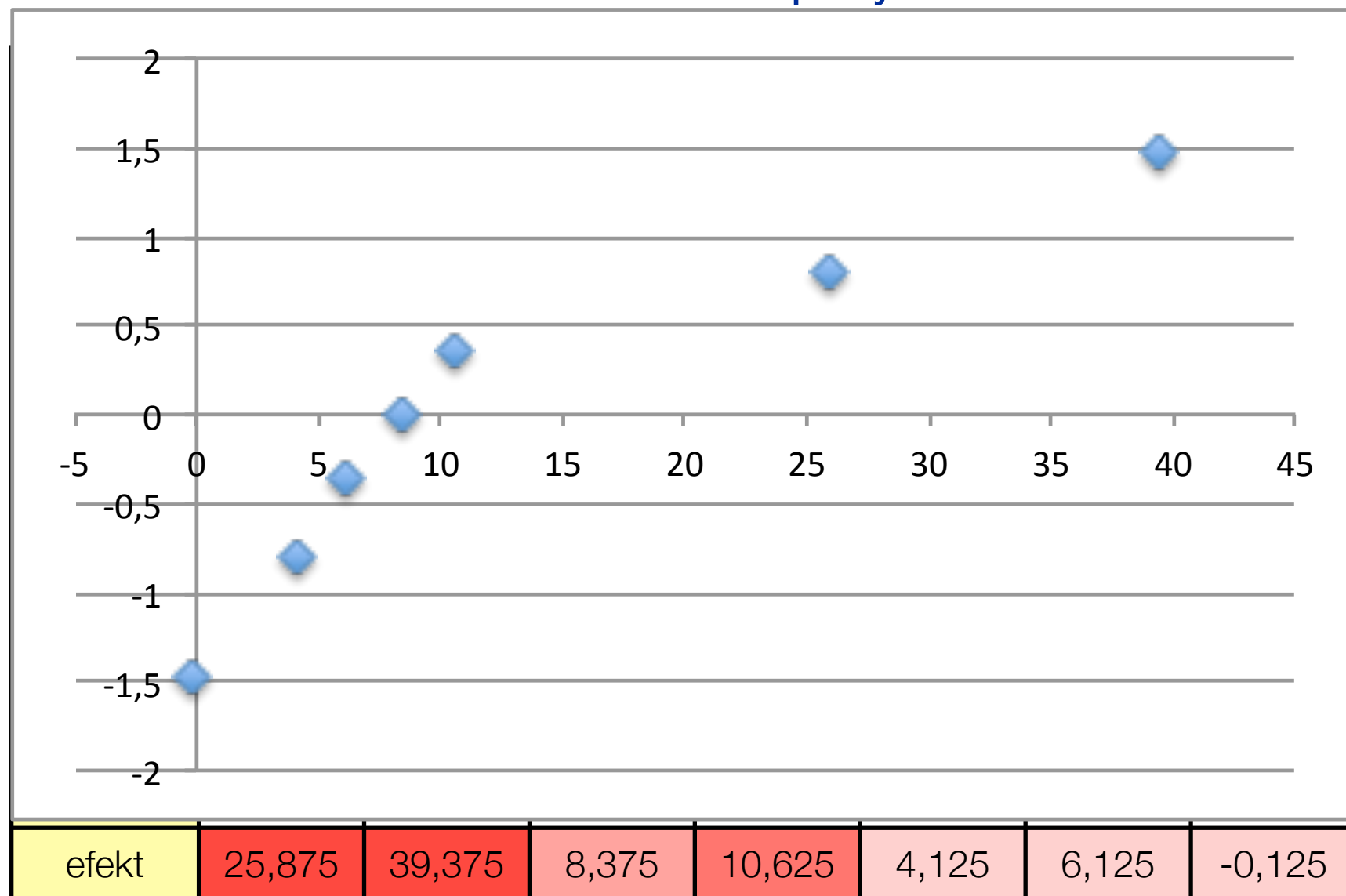
b) graficky

(Normální) Pravděpodobnostní graf:



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku



y	y	$\bar{y}$	s ²
37	45	41	32
48	56	52	32
59	68	63.5	40.5
43	35	39	32
102	90	96	72
63	54	58.5	40.5
71	77	74	18
122	107	114.5	112.5
průměr rozptylů:			47.4375

Který z efektů je statisticky významný?

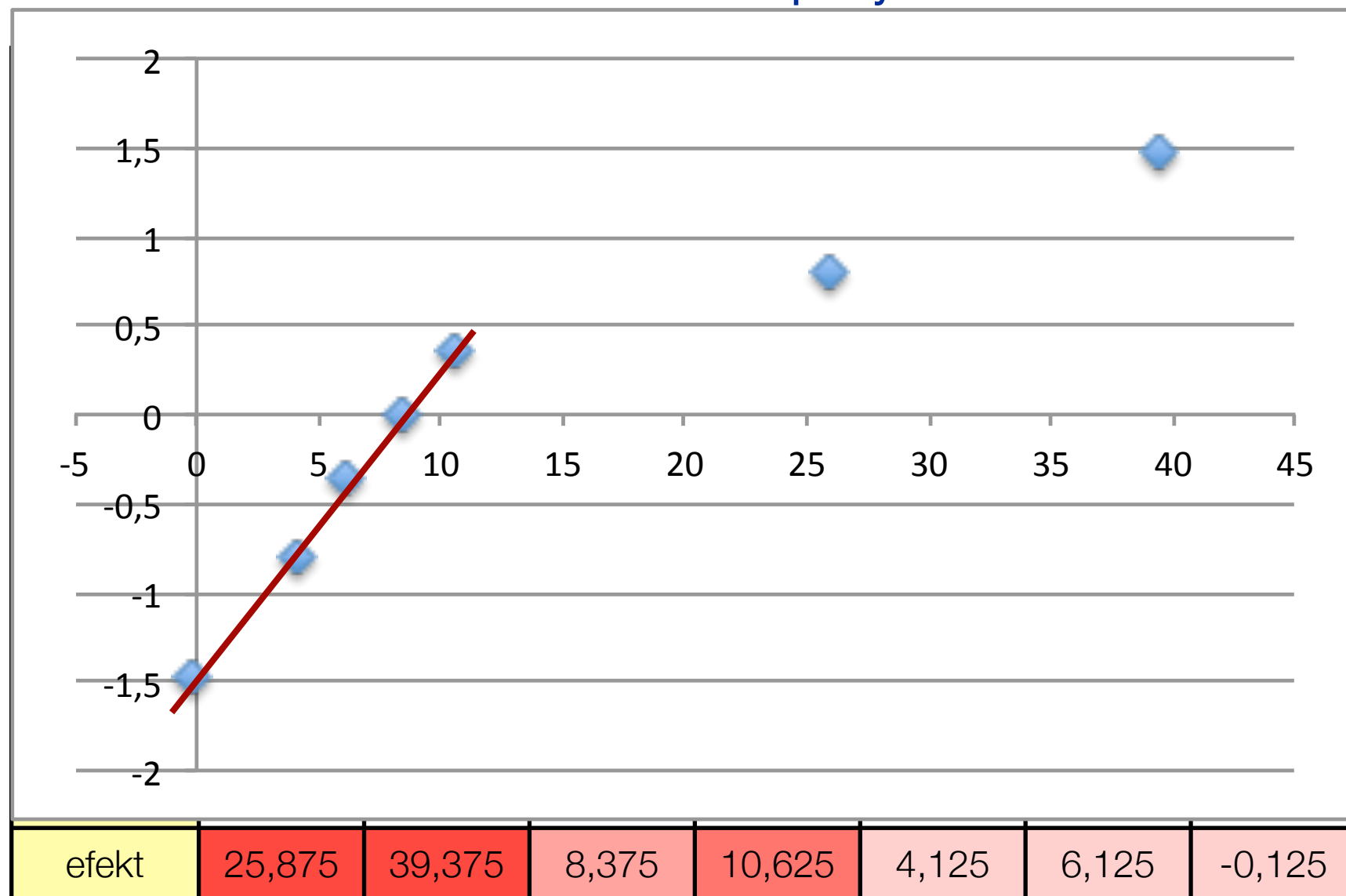
Test významnosti efektů:

b) graficky

(Normální) Pravděpodobnostní graf:

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku



Který z efektů je statisticky významný?

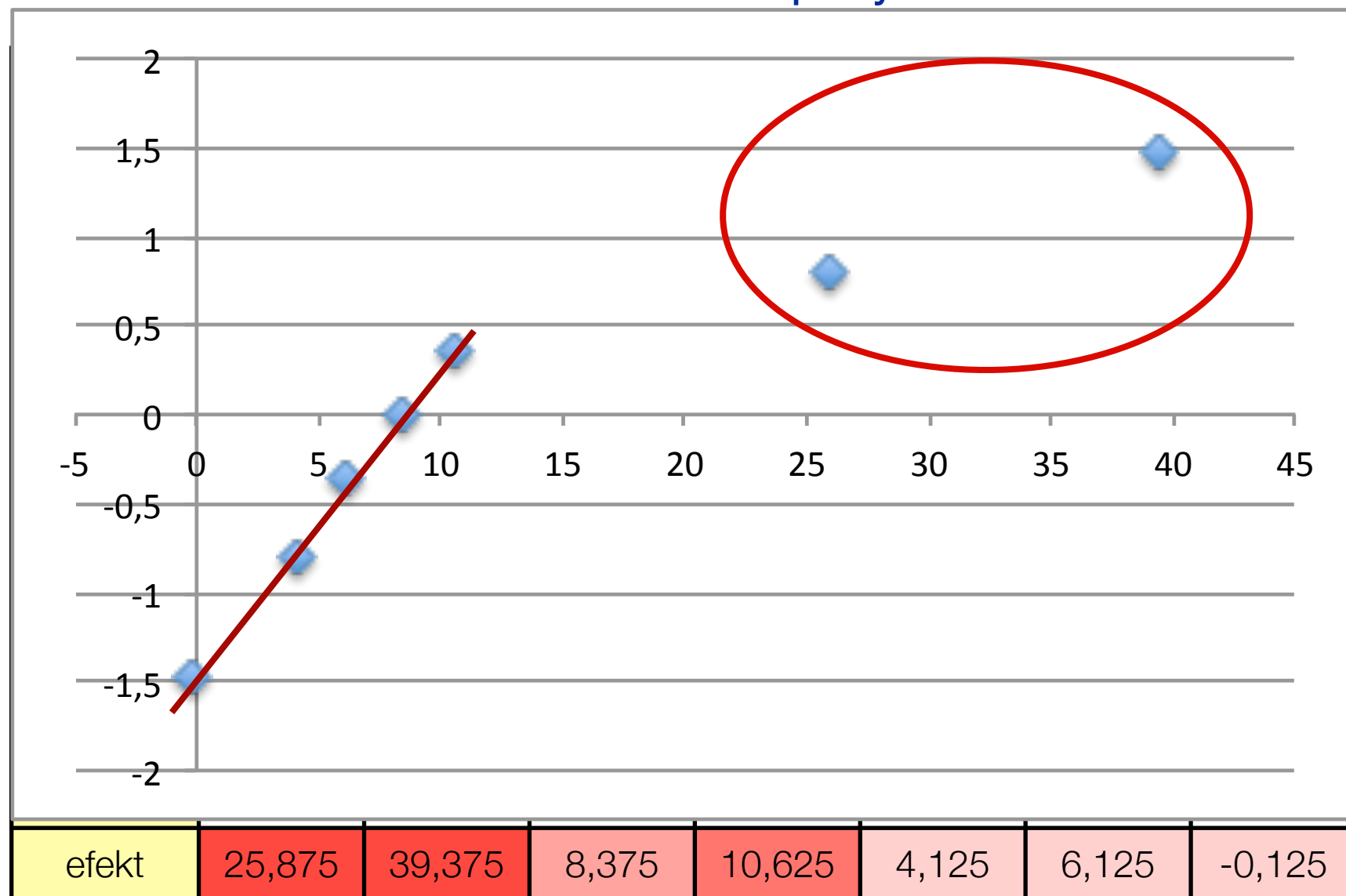
Test významnosti efektů:

b) graficky

(Normální) Pravděpodobnostní graf:

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku



y	y	$\bar{y}$	s ²
37	45	41	32
48	56	52	32
59	68	63.5	40.5
43	35	39	32
102	90	96	72
63	54	58.5	40.5
71	77	74	18
122	107	114.5	112.5
průměr rozptylů:			47.4375

Který z efektů je statisticky významný?

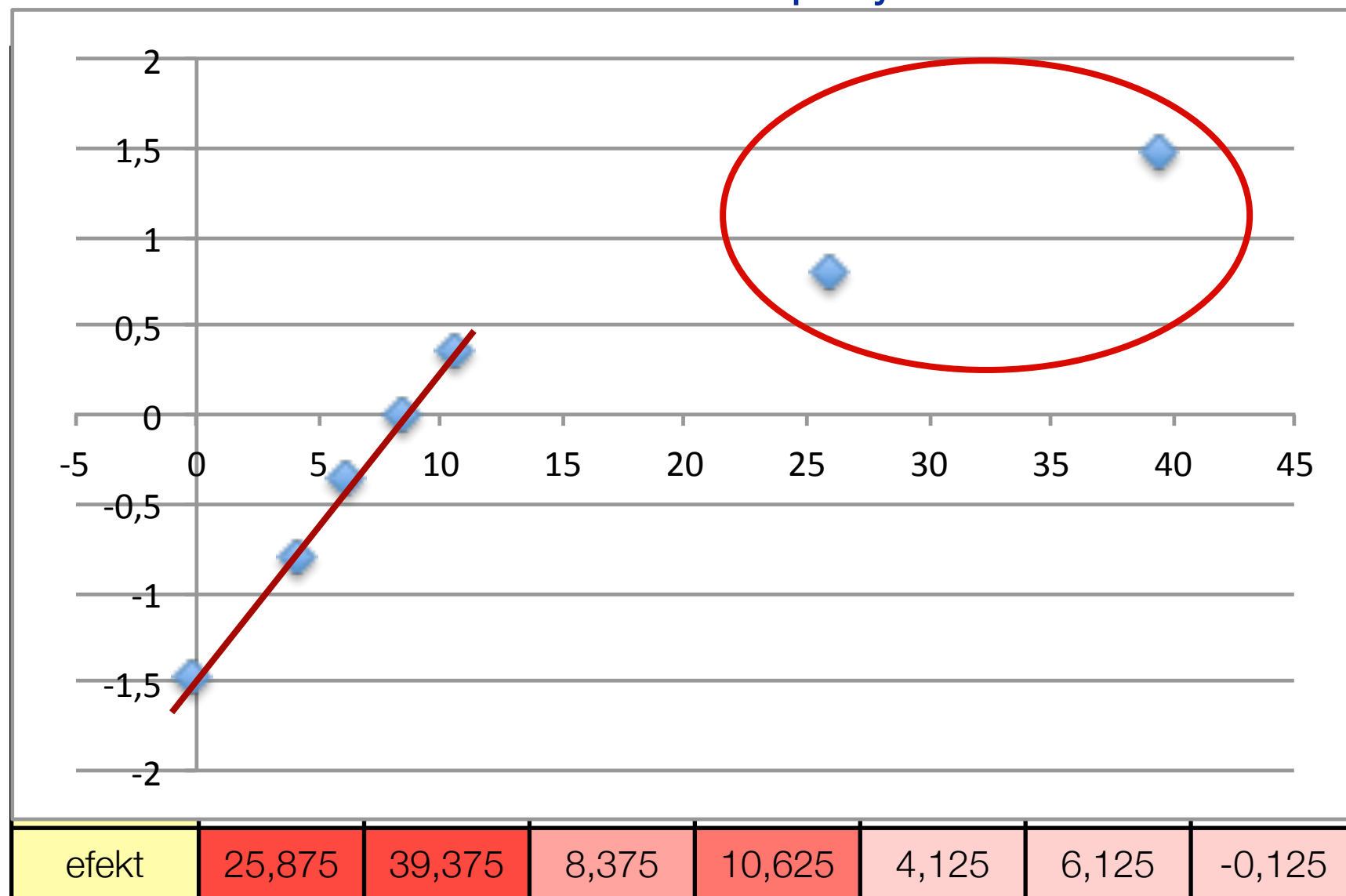
Test významnosti efektů:

b) graficky

(Normální) Pravděpodobnostní graf:

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku



y	y	$\bar{y}$	s ²
37	45	41	32
48	56	52	32
59	68	63.5	40.5
43	35	39	32
102	90	96	72
63	54	58.5	40.5
71	77	74	18
122	107	114.5	112.5
průměr rozptylů:			47.4375

Test významnosti efektů:

b) graficky

Osa x: hodnoty efektů

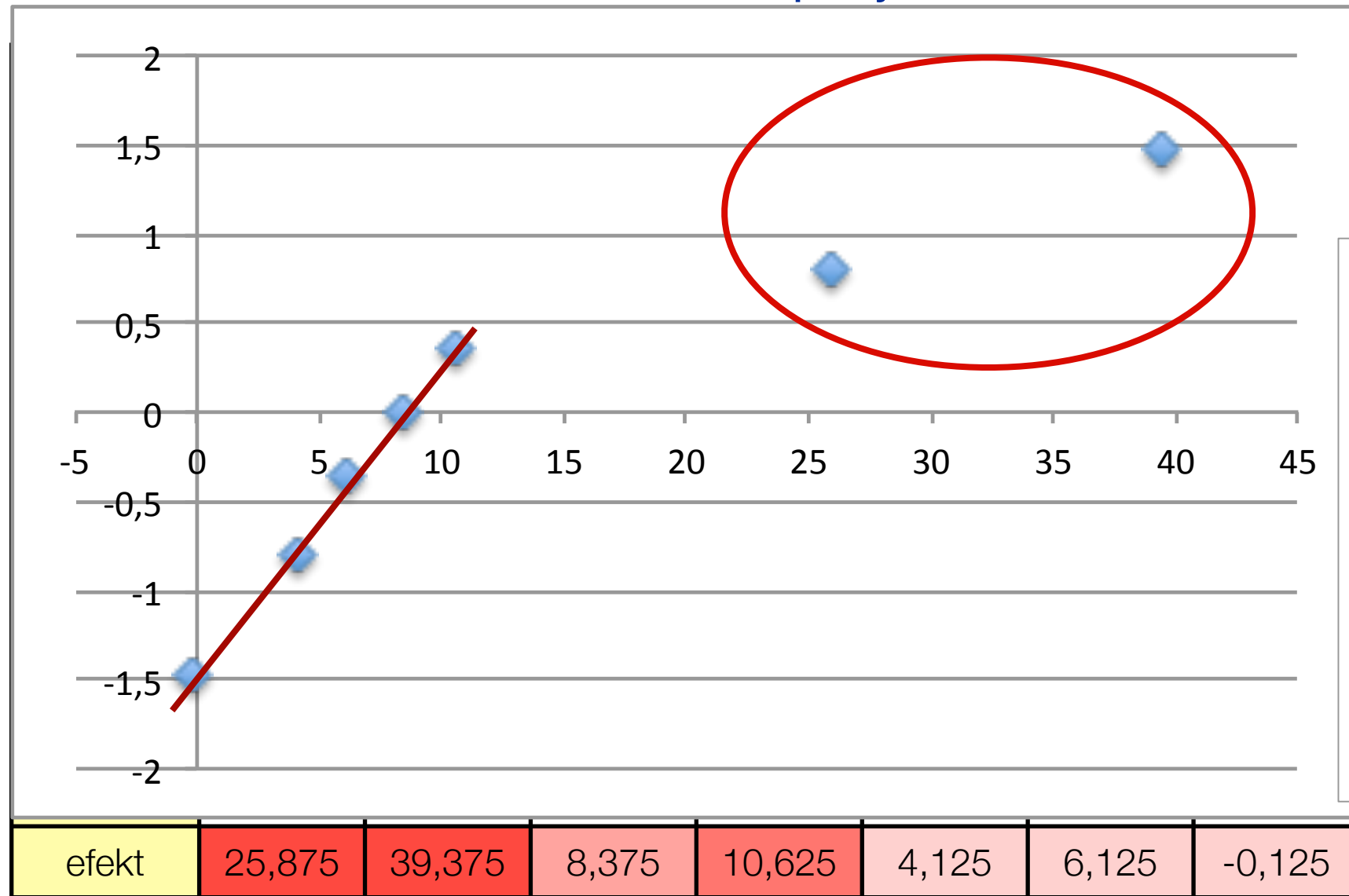
Osa y: $u_i = \Phi^{-1} \left(\frac{i - 0.5}{k} \right),$

$i = 1, 2, \dots, k$

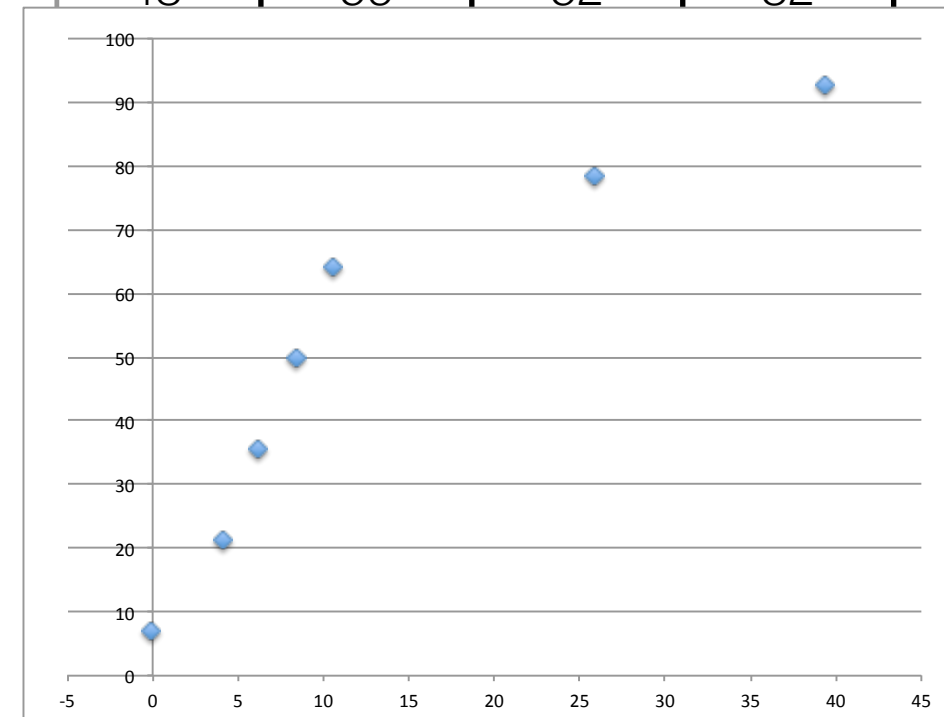
(Normální) Pravděpodobnostní graf:

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku



y	y	$\bar{y}$	s^2
37	45	41	32
48	56	52	32



$$P_i = \frac{100(i - 0.5)}{k}$$

Test významnosti efektů:

b) graficky

Osa x: hodnoty efektů

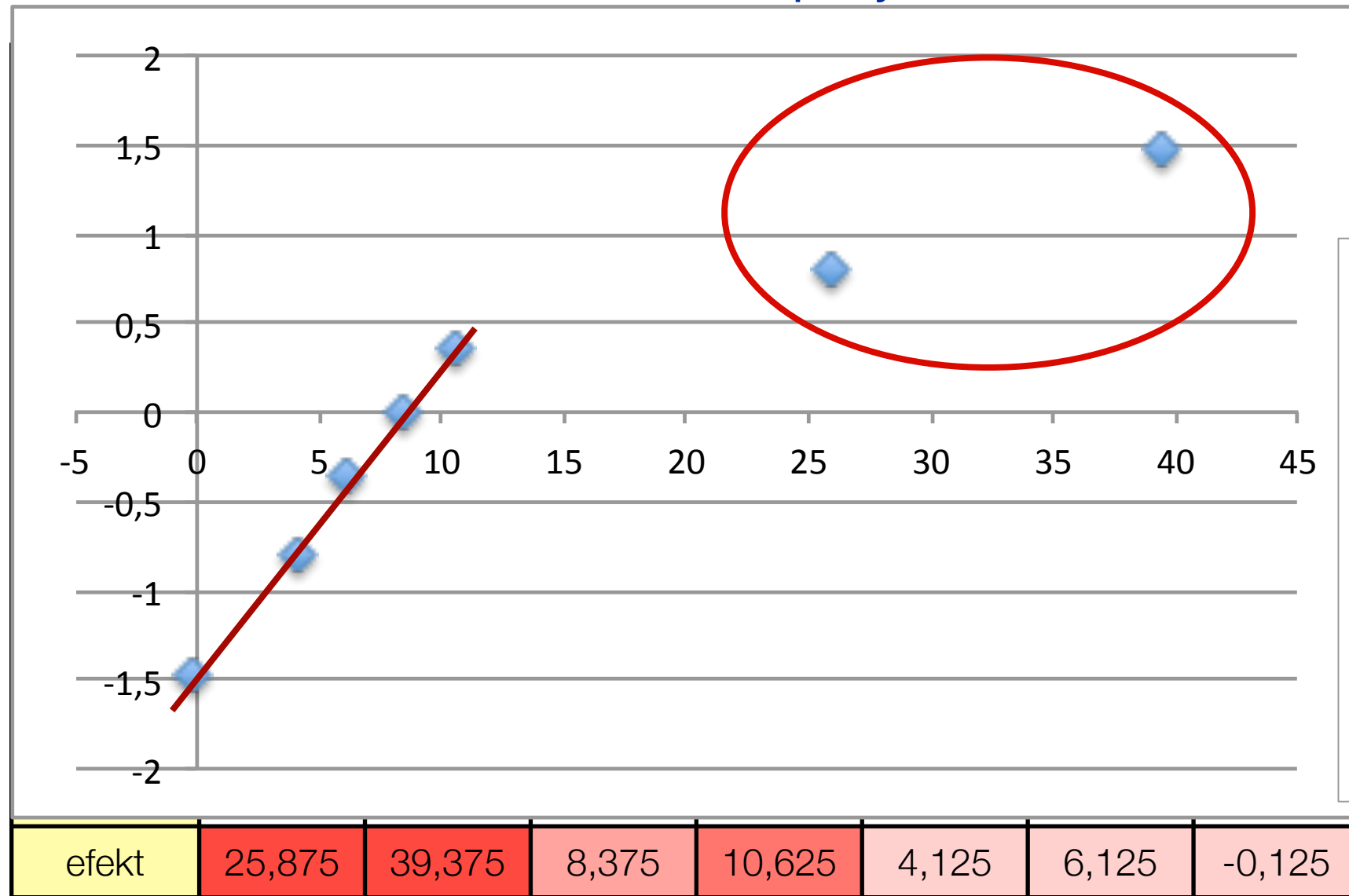
Osa y: $u_i = \Phi^{-1} \left(\frac{i - 0.5}{k} \right),$

$i = 1, 2, \dots, k$

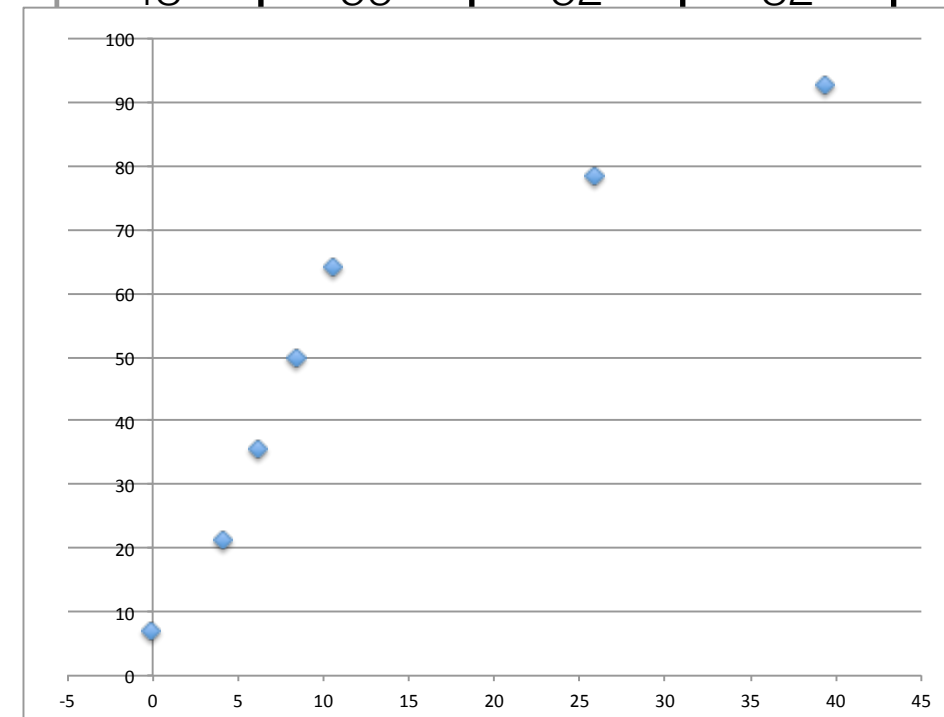
(Normální) Pravděpodobnostní graf:

3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Příklad: Účinek koncentrace a teploty a času na účinnost pracího prášku



y	y	$\bar{y}$	s ²
37	45	41	32
48	56	52	32



$$P_i = \frac{100(i - 0.5)}{k}$$

Test významnosti efektů:

b) graficky

Osa x: hodnoty efektů

Osa y: $u_i = \Phi^{-1} \left(\frac{i - 0.5}{k} \right)$,

$i = 1, 2, \dots, k$

(Normální) Pravděpodobnostní graf:



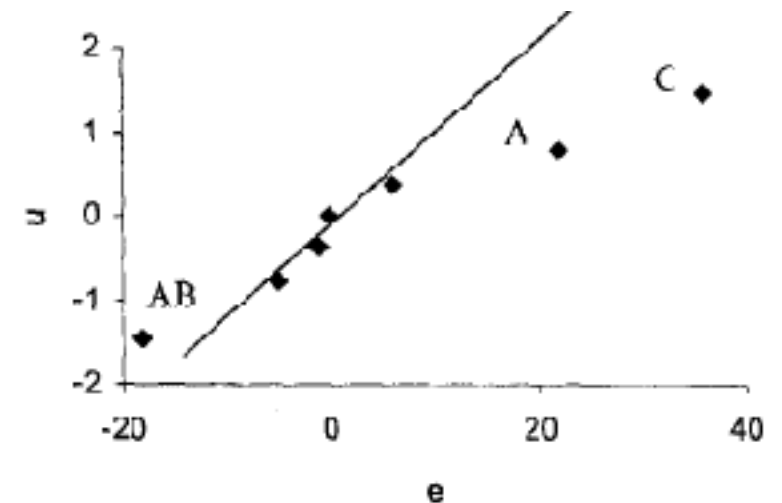
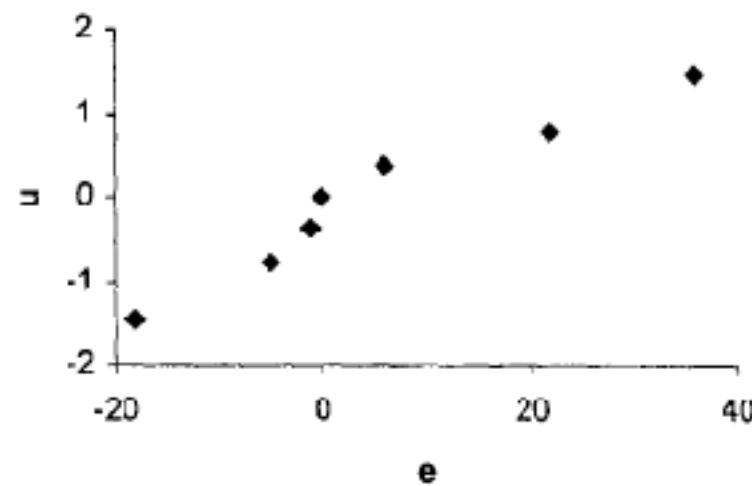
3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Grafické posouzení významnosti efektů:

pravděpodobnostní normální papír: Hodnoty efektů zakreslíme do normálního pravděpodobnostního papíru:

$$u_i = \Phi^{-1} \left(\frac{i - 0.5}{2^n - 1} \right)$$

Významné jsou ty, které neleží na přímce (A, C)



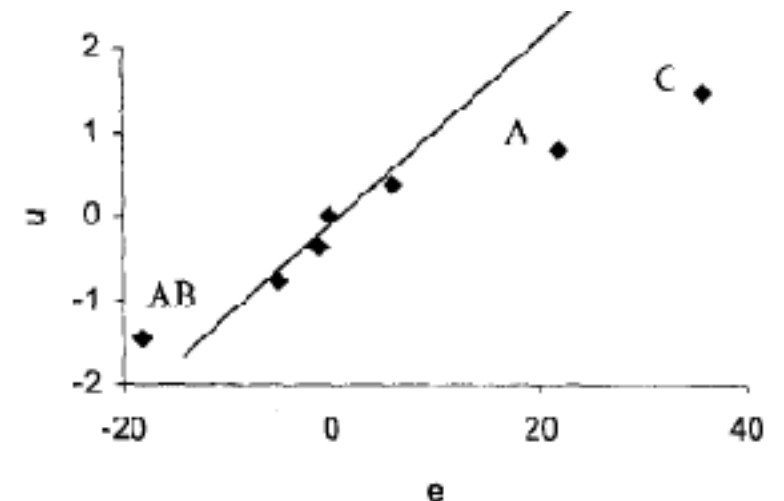
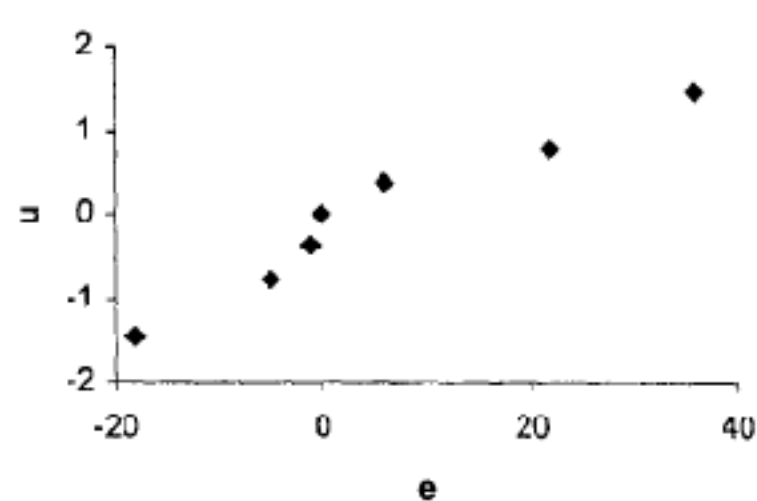
3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Grafické posouzení významnosti efektů:

pravděpodobnostní normální papír: Hodnoty efektů zakreslíme do normálního pravděpodobnostního papíru:

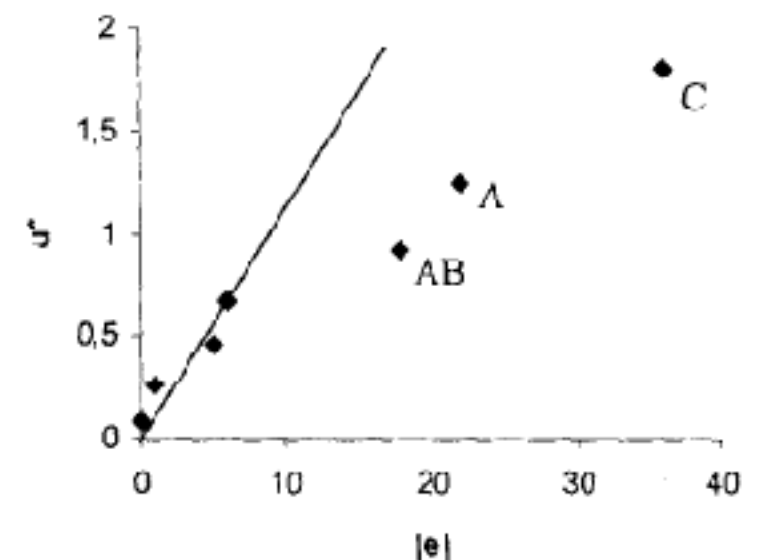
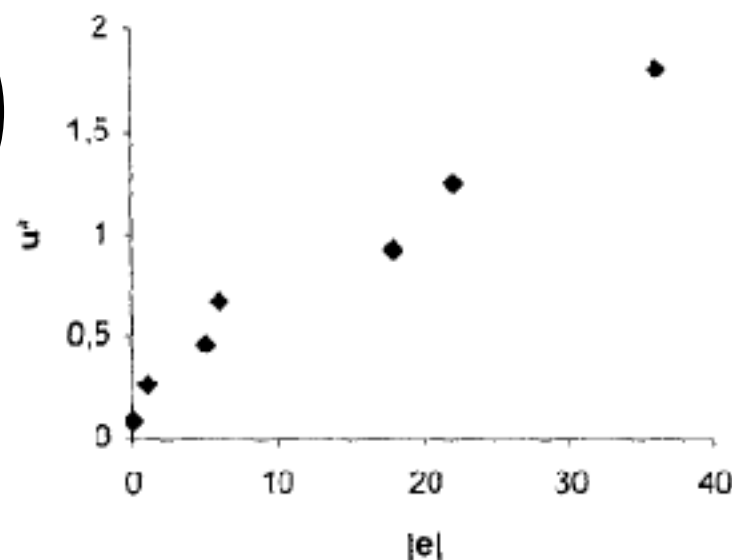
$$u_i = \Phi^{-1} \left(\frac{i - 0.5}{2^n - 1} \right)$$

Významné jsou ty, které neleží na přímce (A, C)



polonormální pravděpodobnostní papír: Do normálního pravděpodobnostního papíru zakreslíme absolutní hodnoty efektů:

$$u_i^* = \Phi^{-1} \left(0.5 + 0.5 \frac{i - 0.5}{2^n - 1} \right)$$



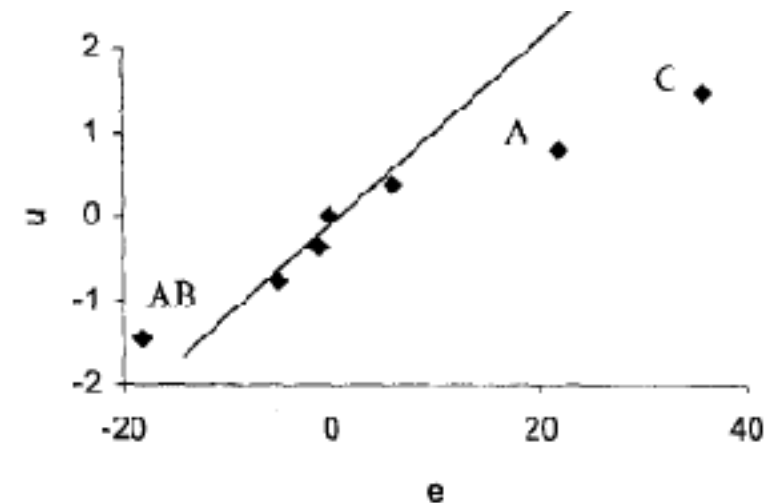
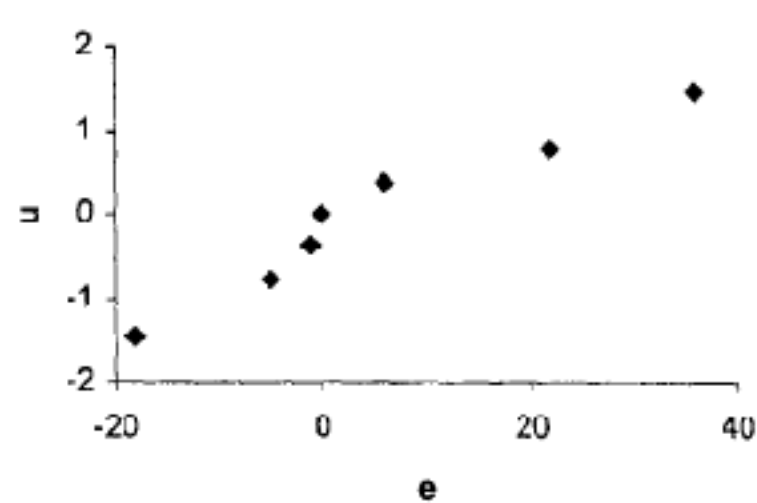
3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Grafické posouzení významnosti efektů:

pravděpodobnostní normální papír: Hodnoty efektů zakreslíme do normálního pravděpodobnostního papíru:

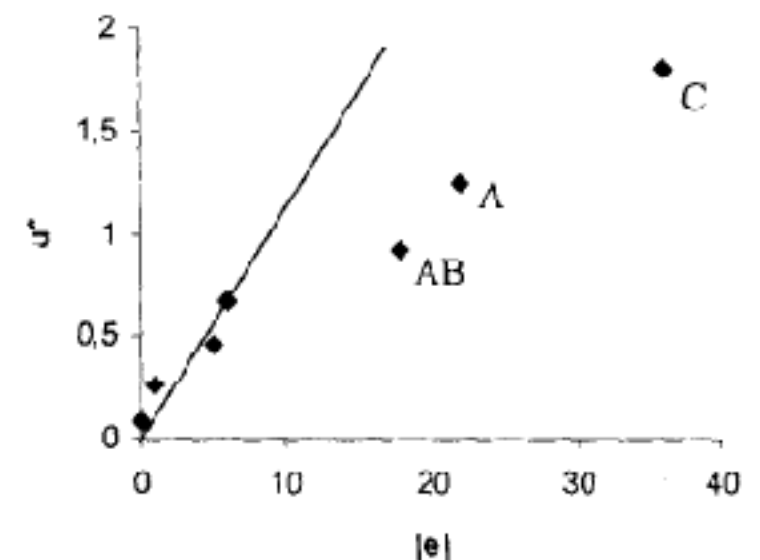
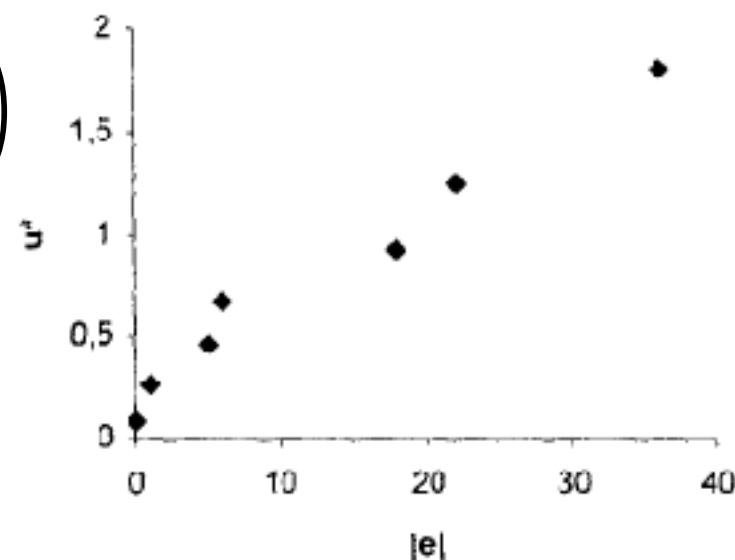
$$u_i = \Phi^{-1} \left(\frac{i - 0.5}{2^n - 1} \right)$$

Významné jsou ty, které neleží na přímce (A, C)



polonormální pravděpodobnostní papír: Do normálního pravděpodobnostního papíru zakreslíme absolutní hodnoty efektů:

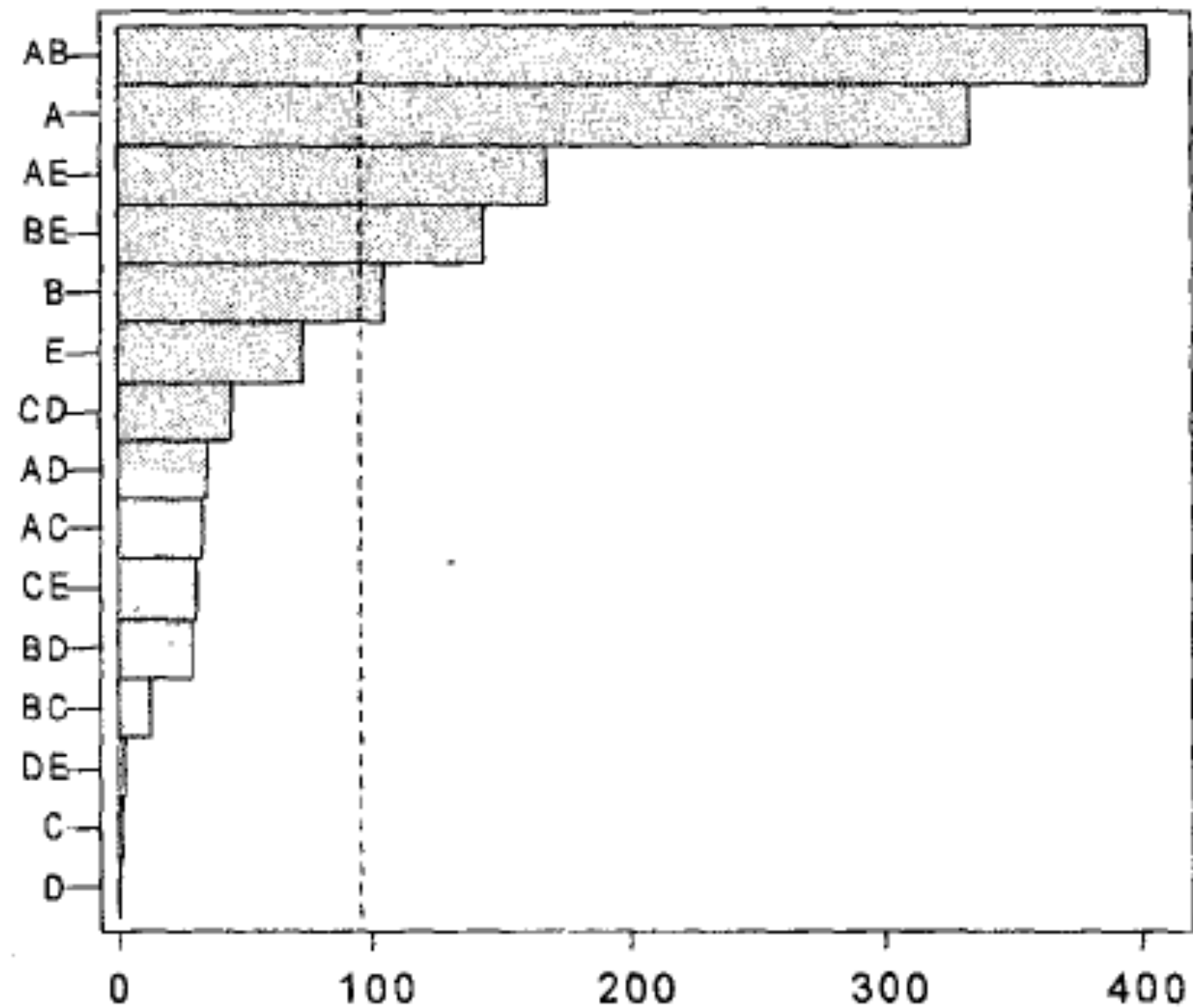
$$u_i^* = \Phi^{-1} \left(0.5 + 0.5 \frac{i - 0.5}{2^n - 1} \right)$$



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Grafické posouzení významnosti efektů:

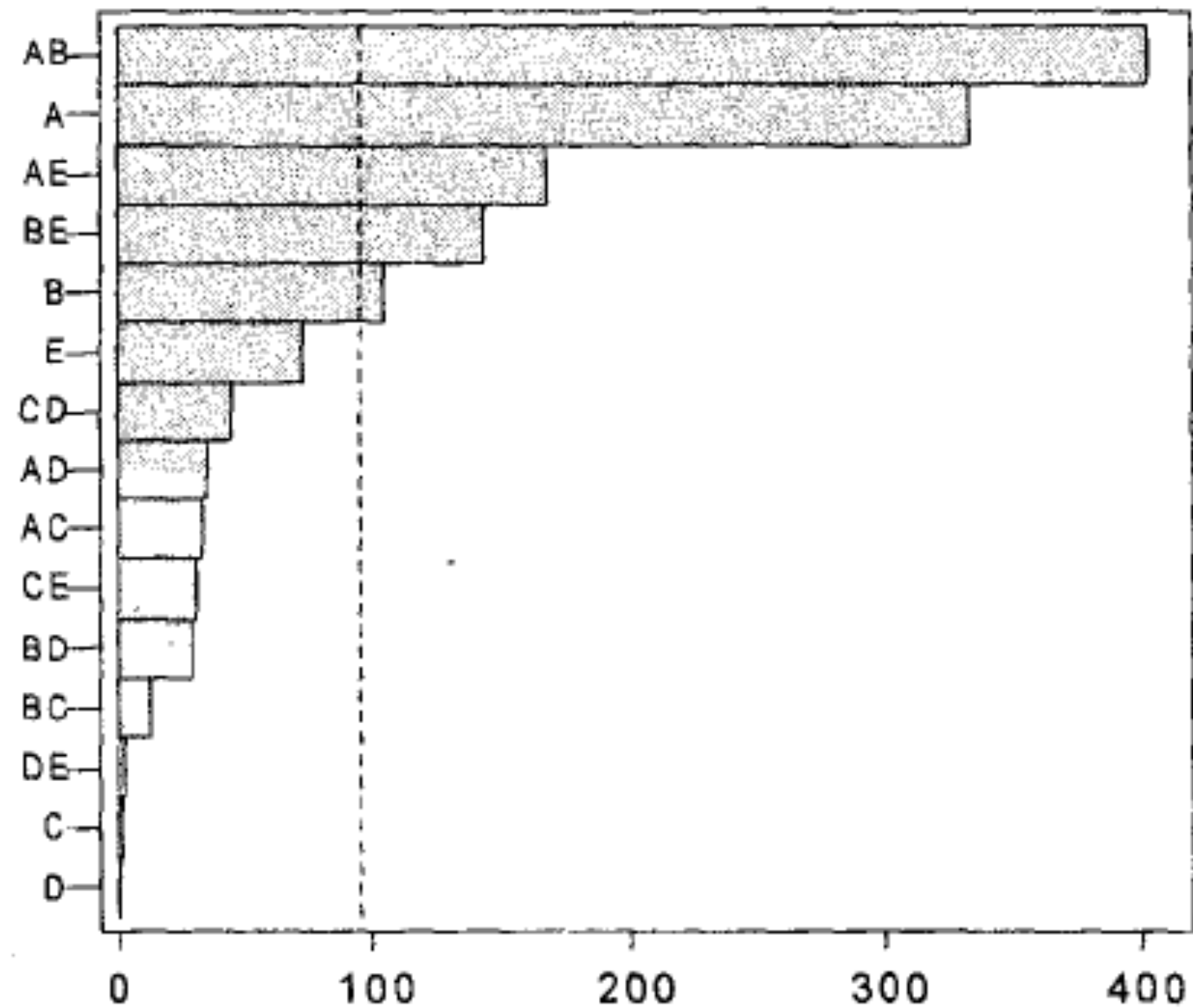
Paretův diagram:



3.3. Dvouúrovňové experimenty 2^N

Grafické posouzení významnosti efektů:

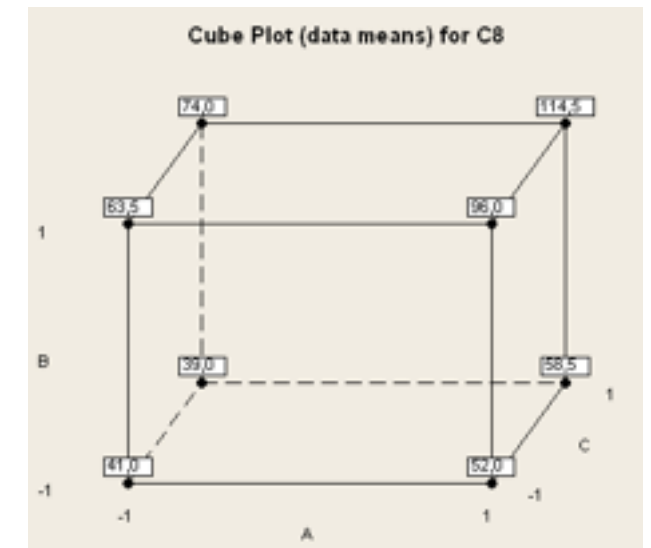
Paretův diagram:



3.4. Významné body návrhu

Významné body návrhu: krychlové body
centrální body
hvězdicové body

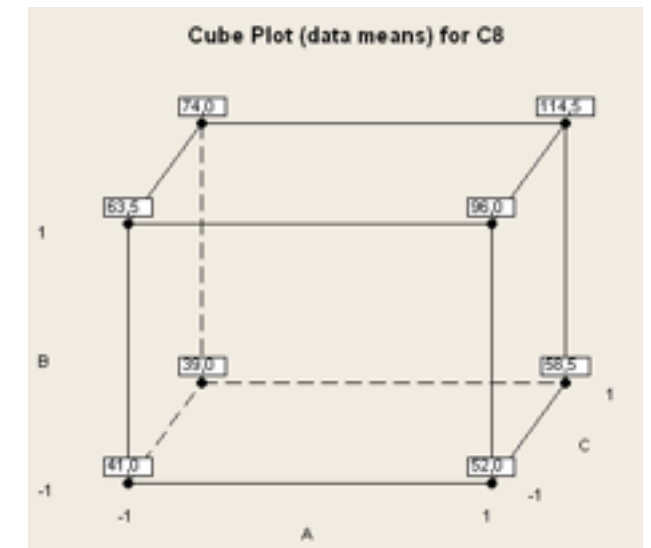
G



3.4. Významné body návrhu

Významné body návrhu: krychlové body
centrální body
hvězdicové body

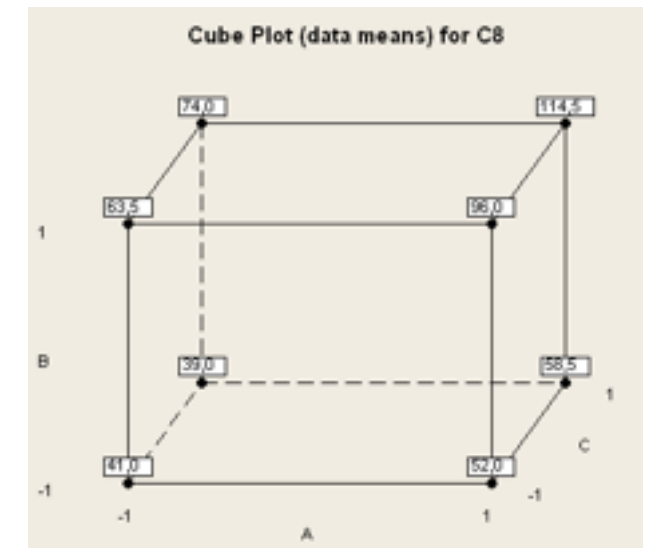
G



3.4. Významné body návrhu

Významné body návrhu: krychlové body
centrální body
hvězdicové body

G



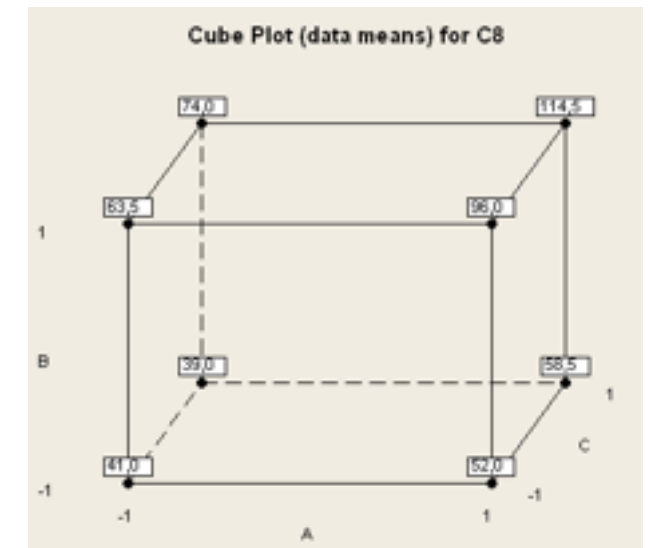
Krychlové body: jsou v plánu vždy a je jich 2^{k-p} .
Mají souřadnice ± 1 (např. pro 3 faktory jsou jejich souřadnice $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$).
Slouží k výpočtu efektů faktorů nebo koeficientů v lineárním modelu.



3.4. Významné body návrhu

Významné body návrhu: krychlové body
centrální body
hvězdicové body

G



Krychlové body: jsou v plánu vždy a je jich 2^{k-p} .
Mají souřadnice ± 1 (např. pro 3 faktory jsou jejich souřadnice $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$).
Slouží k výpočtu efektů faktorů nebo koeficientů v lineárním modelu.

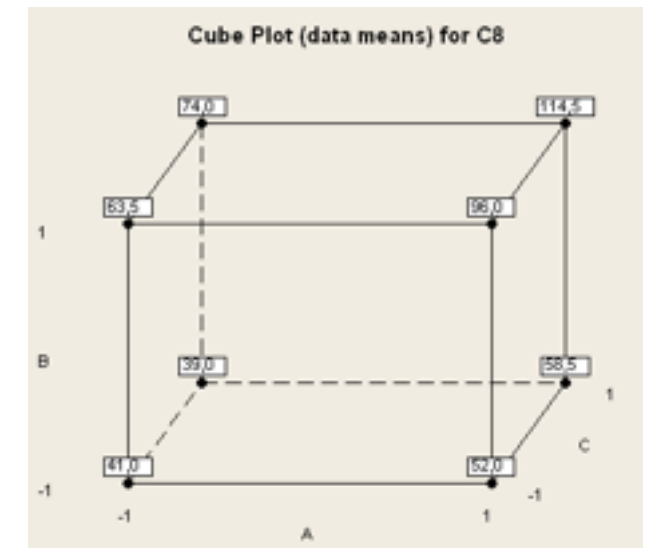
Centrální body: doplňují se do experimentu (doporučený počet je 3-5).
Mají nulové souřadnice (pro 3 faktory je centrální bod $(0, 0, 0)$).
Slouží k odhadu rozptylu σ^2 jako náhrada za odhad z opakovaných pokusů. Z reziduí v centrálních bodech se počítá čistá chyba měření.
Nepoužívají se k výpočtu efektů faktorů.



3.4. Významné body návrhu

Významné body návrhu: krychlové body
centrální body
hvězdicové body

G



Krychlové body: jsou v plánu vždy a je jich 2^{k-p} .
Mají souřadnice ± 1 (např. pro 3 faktory jsou jejich souřadnice $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$).
Slouží k výpočtu efektů faktorů nebo koeficientů v lineárním modelu.

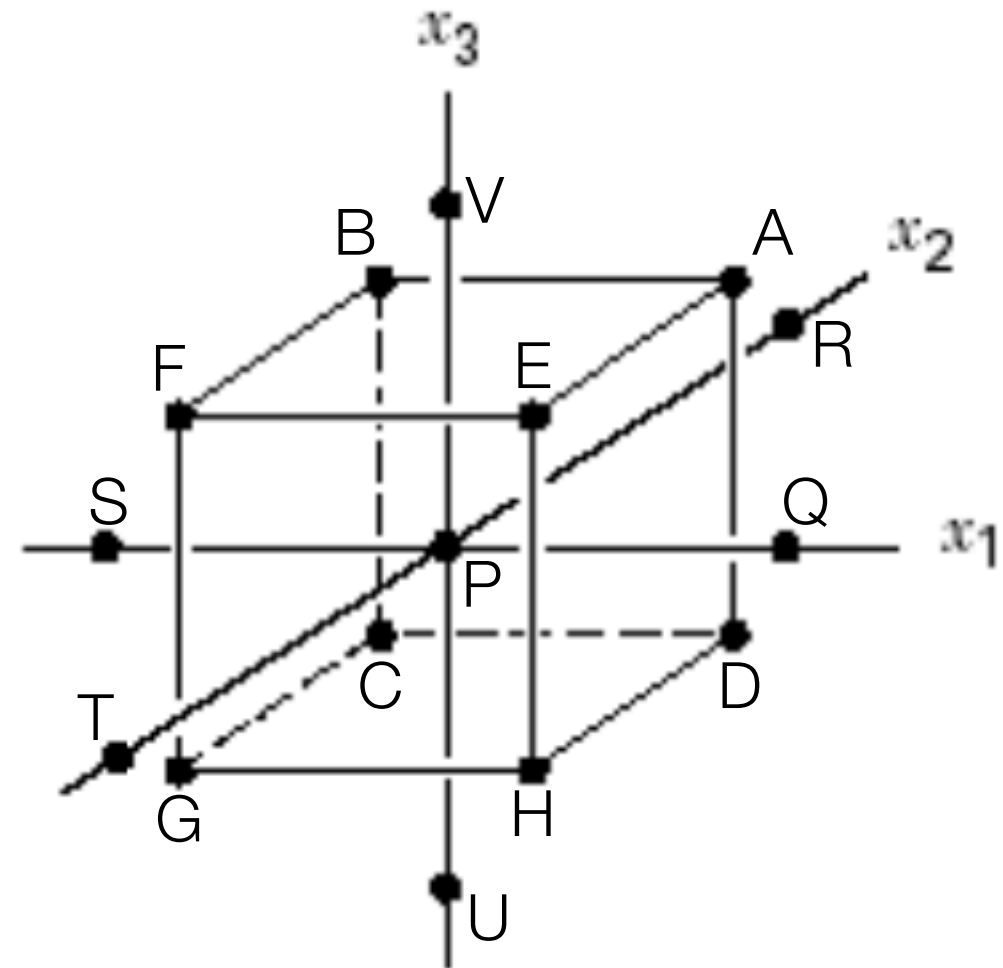
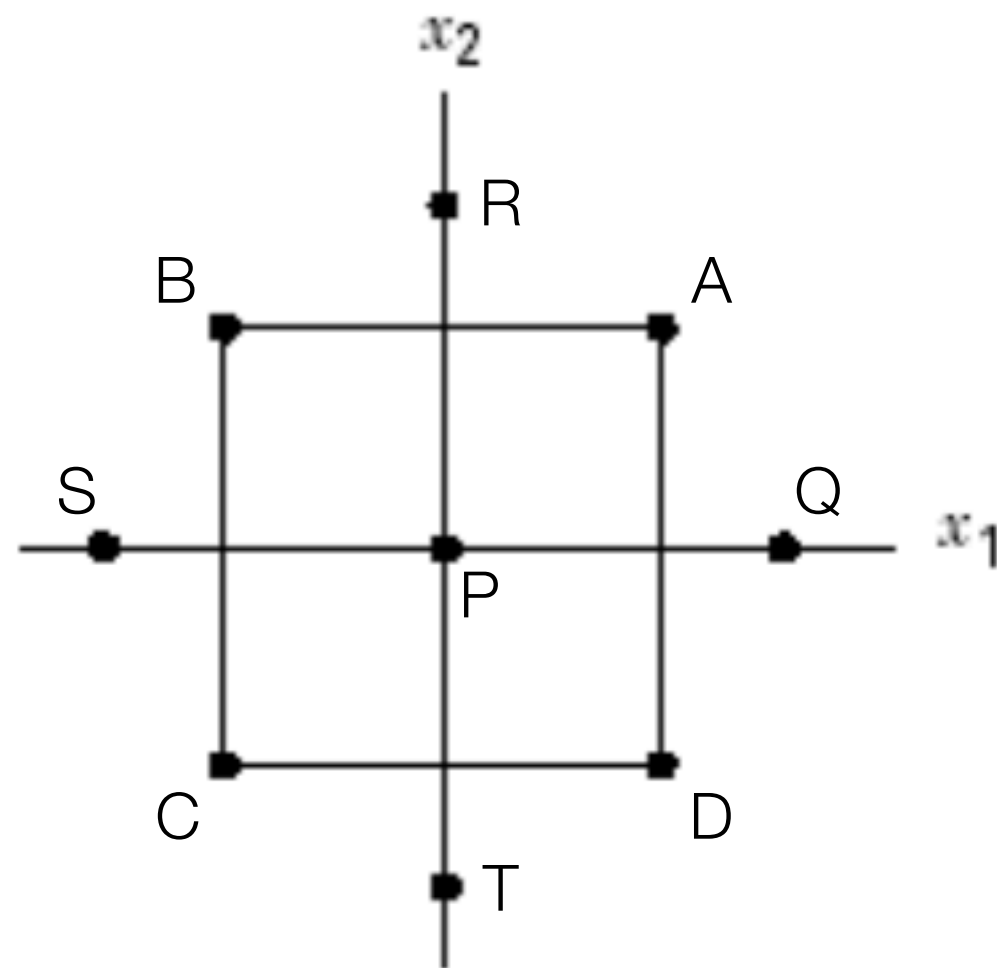
Centrální body: doplňují se do experimentu (doporučený počet je 3-5).
Mají nulové souřadnice (pro 3 faktory je centrální bod $(0, 0, 0)$).
Slouží k odhadu rozptylu σ^2 jako náhrada za odhad z opakovaných pokusů. Z reziduí v centrálních bodech se počítá čistá chyba měření.
Nepoužívají se k výpočtu efektů faktorů.

Hvězdicové body: leží na průsečících kulové plochy se středem v centrálním bodu, procházející krychlovými body a souřadných os. Jejich počet je $2k$.
Souřadnice pro 3 faktory jsou $(\pm\alpha, 0, 0)$, $(0, \pm\alpha, 0)$, $(0, 0, \pm\alpha)$.
Umožňují výpočet koeficientů v úplném kvadratickém modelu.
Zpřesňují odhady regresních koeficientů.



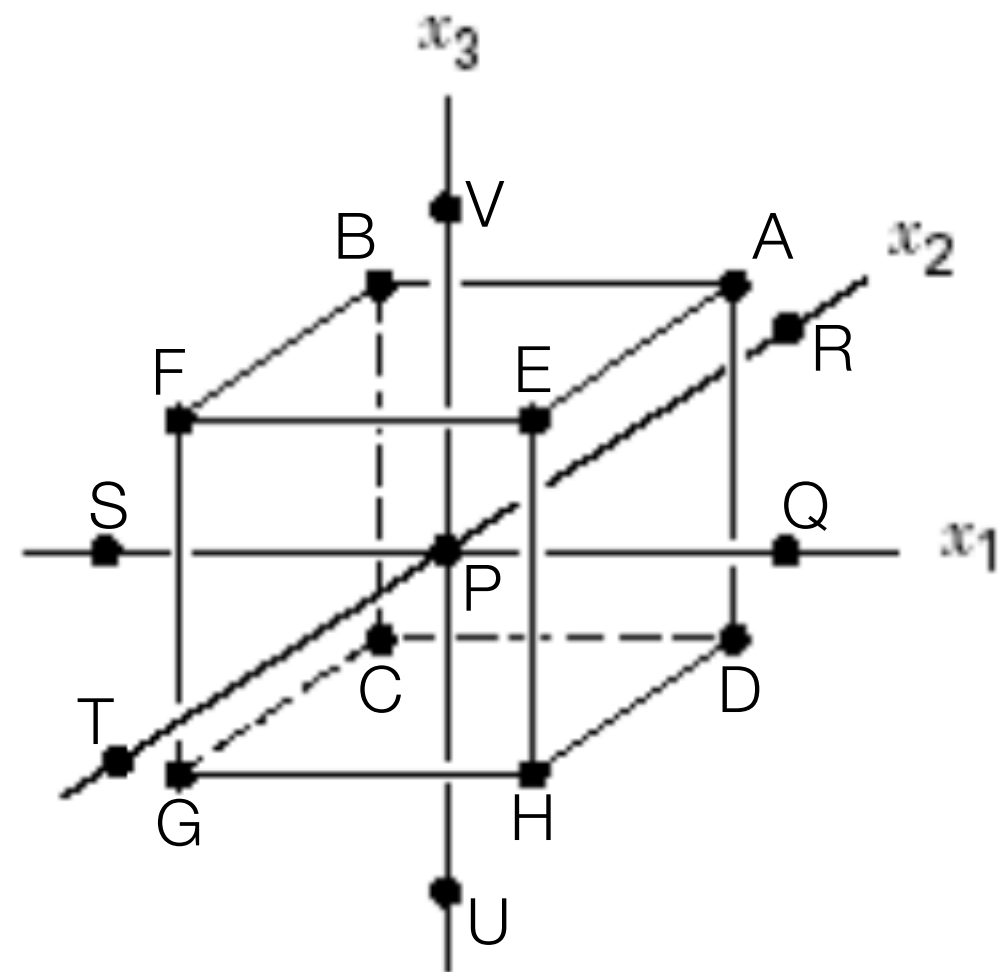
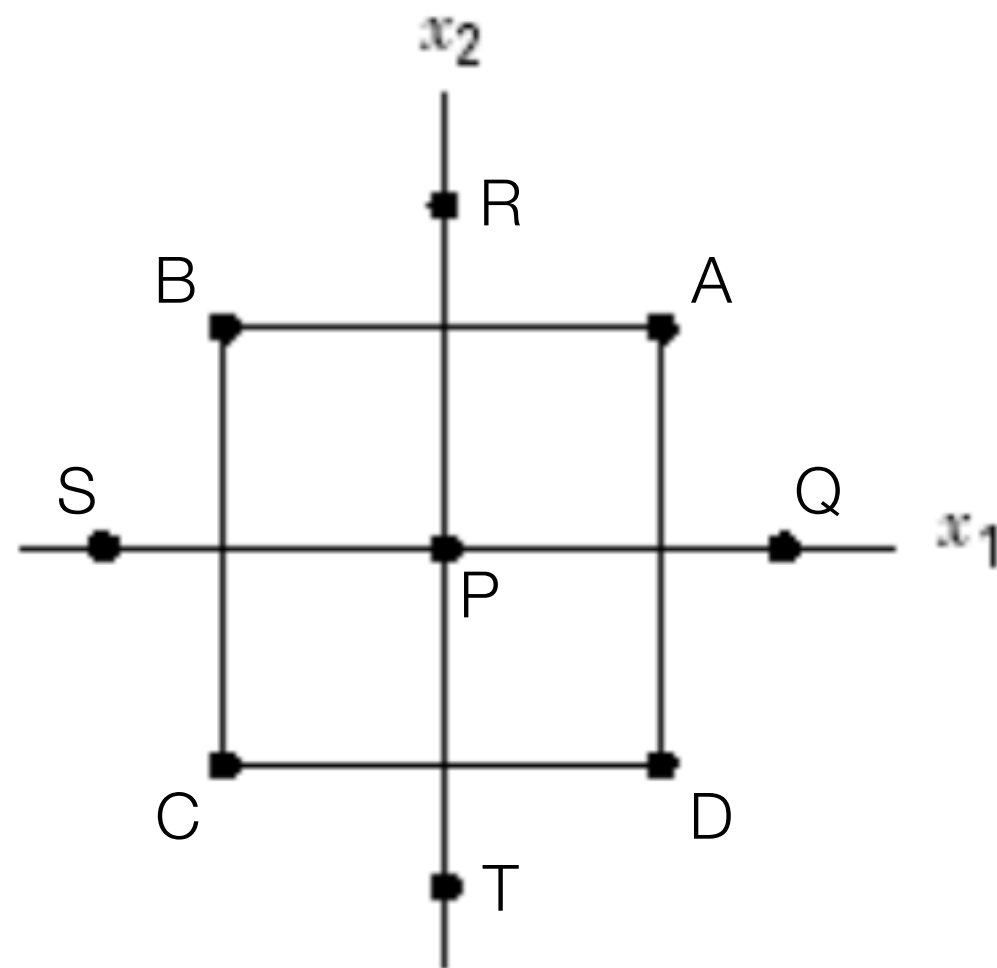
3.4. Významné body návrhu

Významné body návrhu: krychlové body (A, B, C, D, ...)
centrální body (P)
hvězdicové body (Q, R, S, T, ...)



3.4. Významné body návrhu

Významné body návrhu: krychlové body (A, B, C, D, ...)
centrální body (P)
hvězdicové body (Q, R, S, T, ...)



3.4. Významné body návrhu

Příklad:

Úrovně faktorů:

	-	0	+
A	330	480	700
B	0,01	0,015	0,022
C	0,049	0,07	0,1

3.4. Významné body návrhu

Příklad:

Úrovně faktorů:

	-	0	+
A	330	480	700
B	0,01	0,015	0,022
C	0,049	0,07	0,1



3.4. Významné body návrhu

Příklad:

Úrovně faktorů:

	-	0	+
A	330	480	700
B	0,01	0,015	0,022
C	0,049	0,07	0,1

test	A	B	C	Y
1	-	-	-	160
a	+	-	-	37
b	-	+	-	165
c	-	-	+	172
ab	+	+	-	22
ac	+	-	+	35
bc	-	+	+	120
abc	+	+	+	18
H	0	0	0	66
F	0	0	0	83
E	0	0	0	71
G	0	0	0	82



3.4. Významné body návrhu

Příklad:

Úrovně faktorů:

	-	0	+
A	330	480	700
B	0,01	0,015	0,022
C	0,049	0,07	0,1

Průměr Y v centrálních bodech:

$$\bar{Y}_c = \frac{1}{4} (66 + 83 + 71 + 82) = 75,5$$

test	A	B	C	Y
1	-	-	-	160
a	+	-	-	37
b	-	+	-	165
c	-	-	+	172
ab	+	+	-	22
ac	+	-	+	35
bc	-	+	+	120
abc	+	+	+	18
H	0	0	0	66
F	0	0	0	83
E	0	0	0	71
G	0	0	0	82



3.4. Významné body návrhu

Příklad:

Úrovně faktorů:

	-	0	+
A	330	480	700
B	0,01	0,015	0,022
C	0,049	0,07	0,1

Průměr Y v centrálních bodech:

$$\bar{Y}_c = \frac{1}{4} (66 + 83 + 71 + 82) = 75,5$$

Rozptyl Y v centrálních bodech:

$$s^2 = \frac{(66 - 75,5)^2 + (83 - 75,5)^2 + (71 - 75,5)^2 + (82 - 75,5)^2}{4 - 1} = 69,667$$

test	A	B	C	Y
1	-	-	-	160
a	+	-	-	37
b	-	+	-	165
c	-	-	+	172
ab	+	+	-	22
ac	+	-	+	35
bc	-	+	+	120
abc	+	+	+	18
H	0	0	0	66
F	0	0	0	83
E	0	0	0	71
G	0	0	0	82



3.4. Významné body návrhu

Příklad:

Úrovně faktorů:

	-	0	+
A	330	480	700
B	0,01	0,015	0,022
C	0,049	0,07	0,1

test	A	B	C	Y
1	-	-	-	160
a	+	-	-	37
b	-	+	-	165
c	-	-	+	172
ab	+	+	-	22
ac	+	-	+	35
bc	-	+	+	120
abc	+	+	+	18
H	0	0	0	66
F	0	0	0	83
E	0	0	0	71
G	0	0	0	82

Průměr Y v centrálních bodech:

$$\bar{Y}_c = \frac{1}{4} (66 + 83 + 71 + 82) = 75,5$$

Rozptyl Y v centrálních bodech:

$$s^2 = \frac{(66 - 75,5)^2 + (83 - 75,5)^2 + (71 - 75,5)^2 + (82 - 75,5)^2}{4 - 1} = 69,667$$

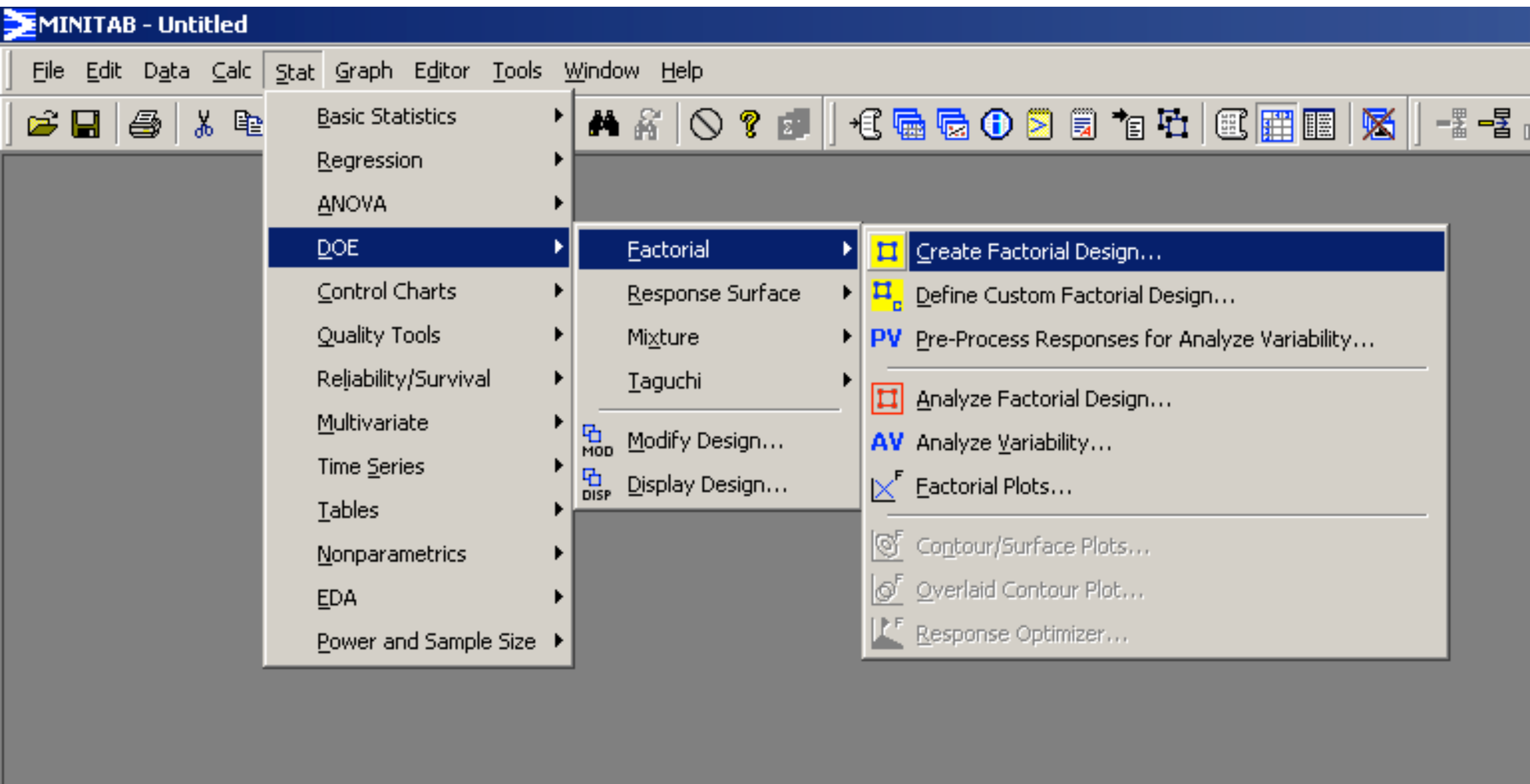
Rozptyl odhadu efektu:

$$s_e^2 = \frac{4s^2}{n_k} = \frac{4 \cdot 69,667}{8} = 34,83$$

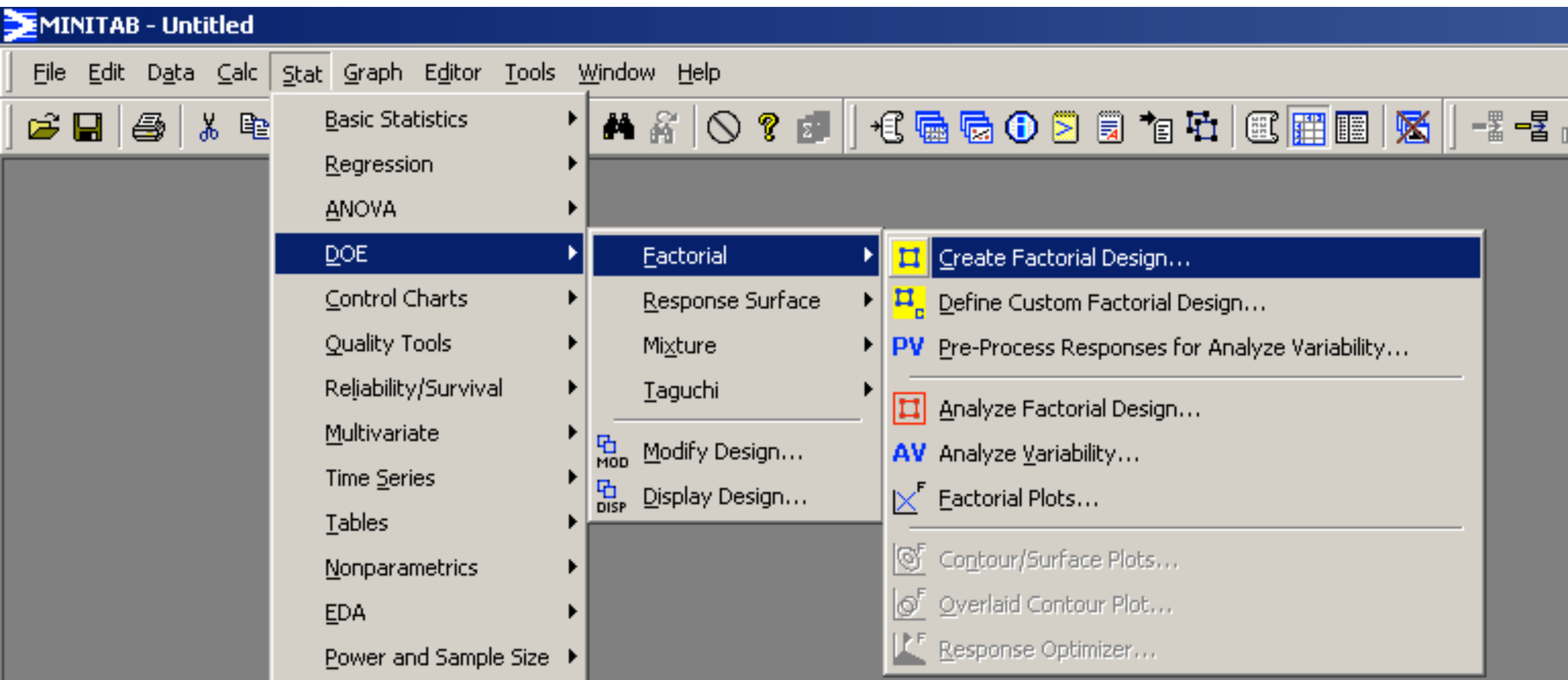
a směrodatná odchylka: $s_e = 5,9$



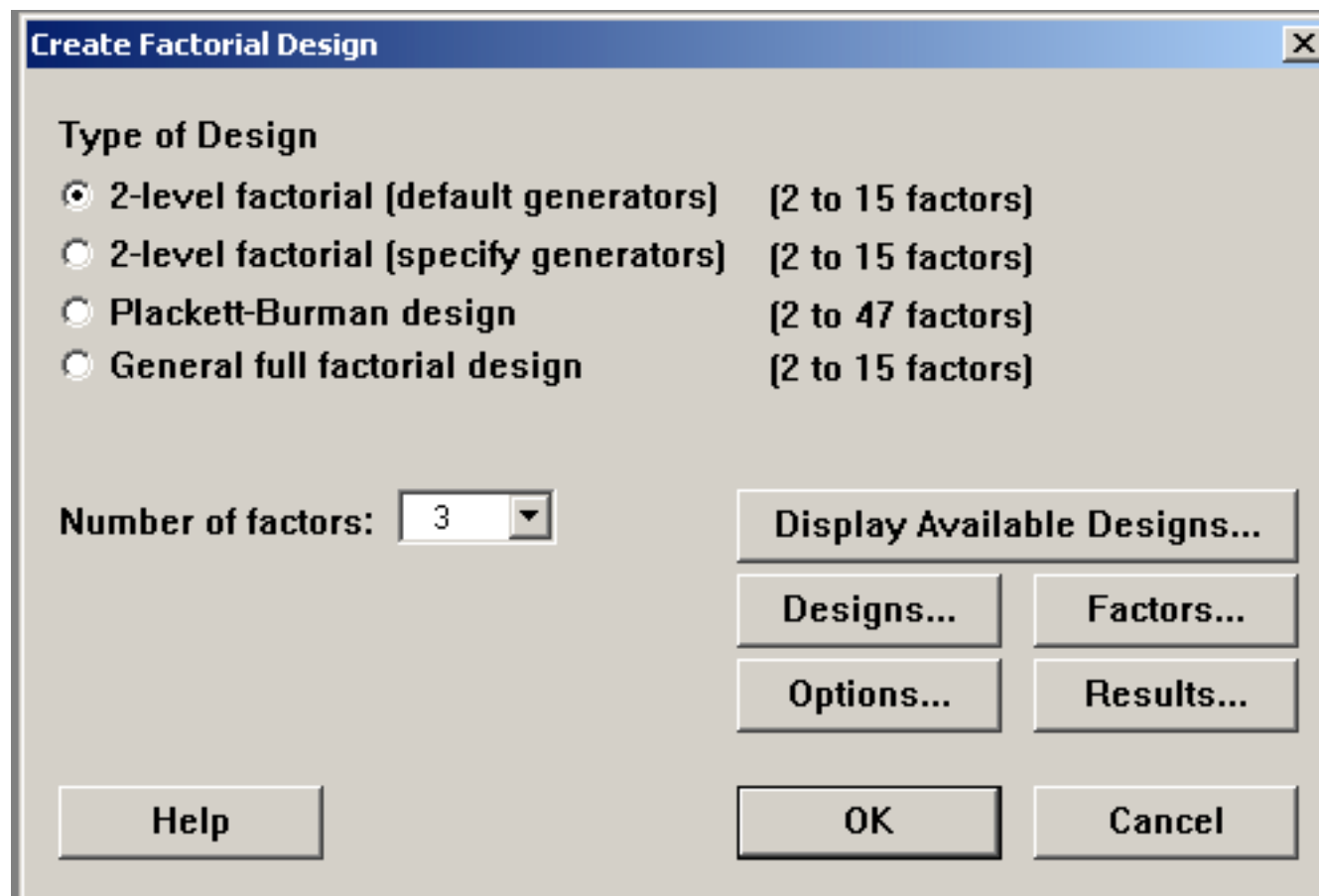
3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB



3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB



3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB



3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB

Create Factorial Design

Type of Design

- ☒ 2-level factorial (default generators) (2 to 15 factors)
- ☐ 2-level factorial (specify generators) (2 to 15 factors)
- ☐ Plackett-Burman design (2 to 47 factors)
- ☐ General full factorial design (2 to 15 factors)

Number of factors: 3

Display Available Designs...

Designs... Factors...

Options... Results...

Help OK

Create Factorial Design - Designs

Designs	Runs	Resolution	2**[k-p]
1/2 fraction	4	III	2**(3-1)
Full factorial	8	Full	2**3

Number of center points per block: 0

Number of replicates for corner points: 2

Number of blocks: 1

Help OK Cancel

3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB

Create Factorial Design

Type of Design

- ☒ 2-level factorial (default generators) (2 to 15 factors)
- ☐ 2-level factorial (specify generators) (2 to 15 factors)
- ☐ Plackett-Burman design (2 to 47 factors)
- ☐ General full factorial design (2 to 15 factors)

Number of factors: 3

Display Available Designs...

Designs... Factors...

Options... Results...

Help OK

Create Factorial Design - Designs

Designs	Runs	Resolution	2**[k-p]
1/2 fraction	4	III	2**(3-1)
Full factorial	8	Full	2**3

Number of center points per block: 0

Number of replicates for corner points: 2

Number of blocks: 1

Help OK Cancel



3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB



Session

Design Table (randomized)

Run	A	B	C
1	+	+	+
2	+	+	+
3	+	+	-
4	+	-	-
5	-	+	+
6	+	-	+
7	+	+	-
8	-	+	-
9	-	+	+
10	-	-	-
11	+	-	-
12	-	-	-
13	-	-	+
14	-	+	-
15	+	-	+
16	-	-	+

3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB

Session

Design Table (randomized)

Run	A	B	C
1	+	+	+
2	+	+	+
3	+	+	-
4	+	-	-
5	-	+	+
6	+	-	+
7	+	+	-
8	-	+	-
9	-	+	+
10	-	-	-
11	+	-	-
12	-	-	-
13	-	-	+
14	-	+	-
15	+	-	+
16	-	-	+

[illegible]

3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB

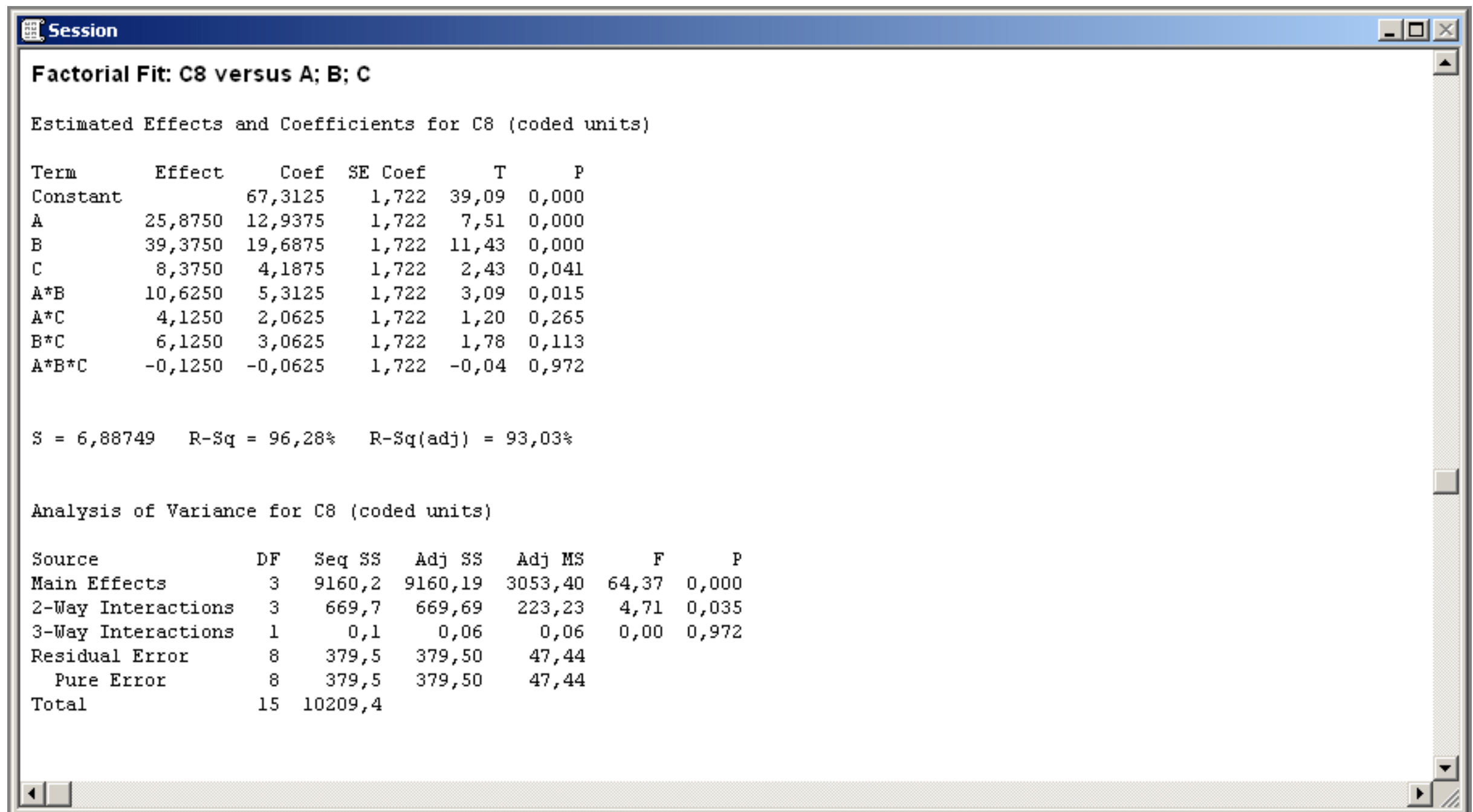
Session

Design Table (randomized)

Run	A	B	C
1	+	+	+
2	+	+	+
3	+	+	-
4	+	-	-
5	-	+	+
6	+	-	+
7	+	+	-
8	-	+	-
9	-	+	+
10	-	-	-
11	+	-	-
12	-	-	-
13	-	-	+
14	-	+	-
15	+	-	+
16	-	-	+

[illegible]

3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB



Session

Factorial Fit: C8 versus A; B; C

Estimated Effects and Coefficients for C8 (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		67,3125	1,722	39,09	0,000
A	25,8750	12,9375	1,722	7,51	0,000
B	39,3750	19,6875	1,722	11,43	0,000
C	8,3750	4,1875	1,722	2,43	0,041
A*B	10,6250	5,3125	1,722	3,09	0,015
A*C	4,1250	2,0625	1,722	1,20	0,265
B*C	6,1250	3,0625	1,722	1,78	0,113
A*B*C	-0,1250	-0,0625	1,722	-0,04	0,972

S = 6,88749 R-Sq = 96,28% R-Sq(adj) = 93,03%

Analysis of Variance for C8 (coded units)

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Main Effects	3	9160,2	9160,19	3053,40	64,37	0,000
2-Way Interactions	3	669,7	669,69	223,23	4,71	0,035
3-Way Interactions	1	0,1	0,06	0,06	0,00	0,972
Residual Error	8	379,5	379,50	47,44		
Pure Error	8	379,5	379,50	47,44		
Total	15	10209,4				

3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB

Session

Factorial Fit: C8 versus A; B; C

Estimated Effects and Coefficients for C8 (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		67,3125	1,722	39,09	0,000
A	25,8750	12,9375	1,722	7,51	0,000
B	39,3750	19,6875	1,722	11,43	0,000
C	8,3750	4,1875	1,722	2,43	0,041
A*B	10,6250	5,3125	1,722	3,09	0,015
A*C	4,1250	2,0625	1,722	1,20	0,265
B*C	6,1250	3,0625	1,722	1,78	0,113
A*B*C	-0,1250	-0,0625	1,722	-0,04	0,972

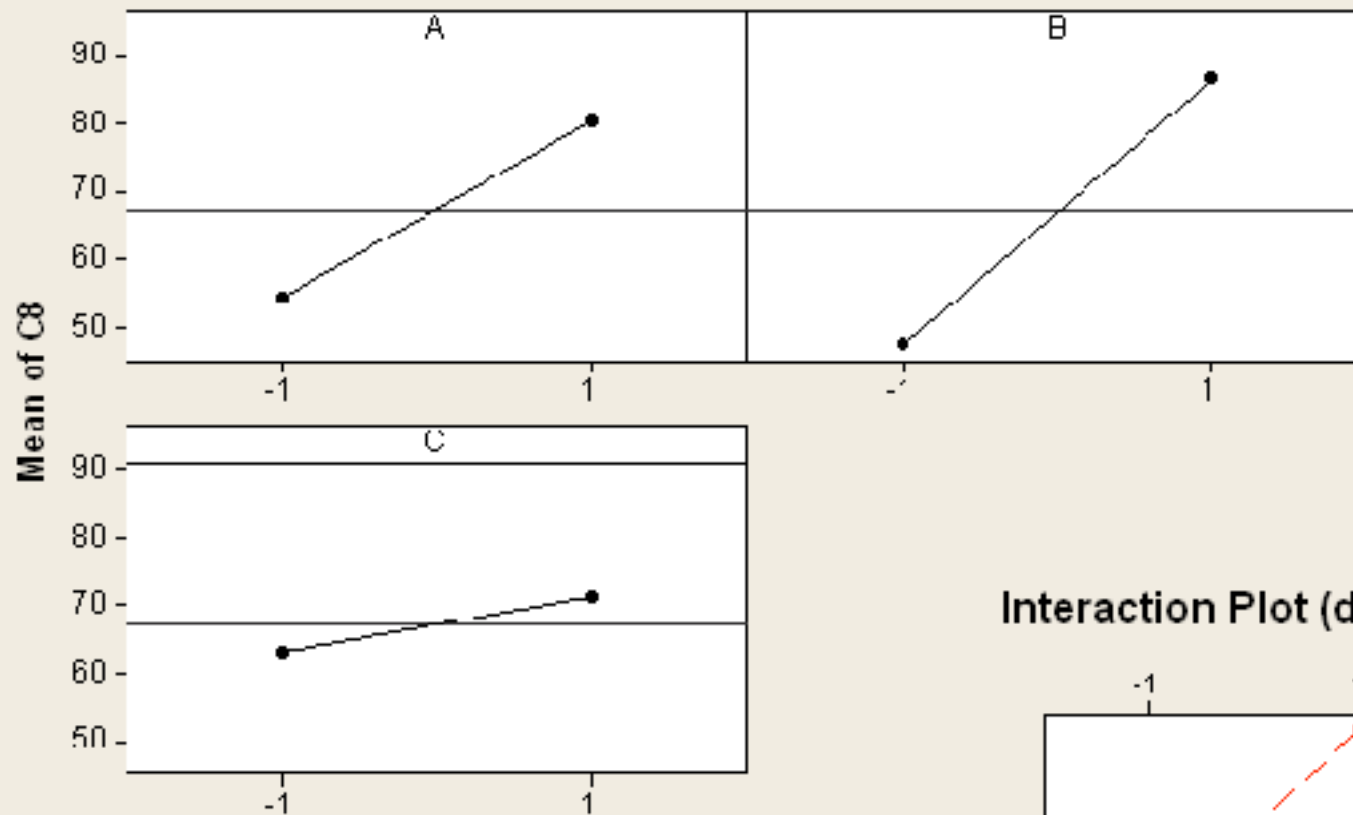
S = 6,88749 R-Sq = 96,28% R-Sq(adj) = 93,03%

Analysis of Variance for C8 (coded units)

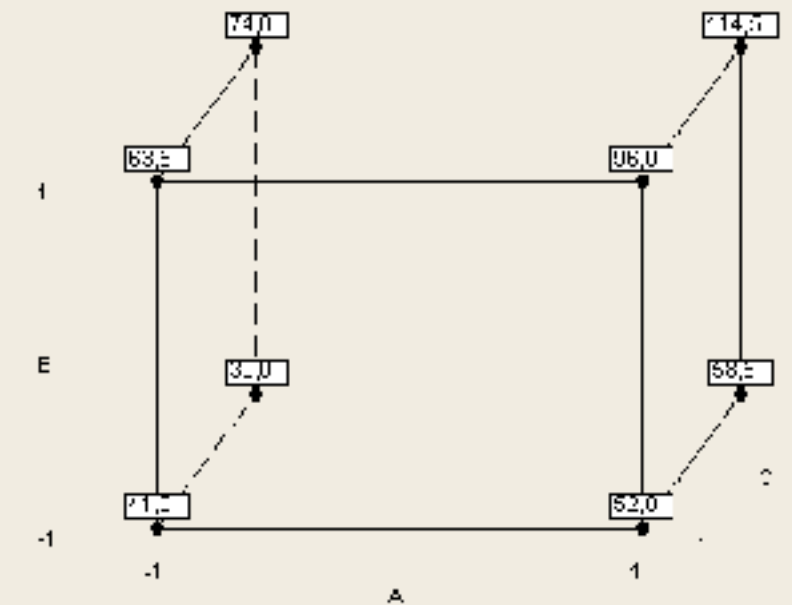
Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Main Effects	3	9160,2	9160,19	3053,40	64,37	0,000
2-Way Interactions	3	669,7	669,69	223,23	4,71	0,035
3-Way Interactions	1	0,1	0,06	0,06	0,00	0,972
Residual Error	8	379,5	379,50	47,44		
Pure Error	8	379,5	379,50	47,44		
Total	15	10209,4				

3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB

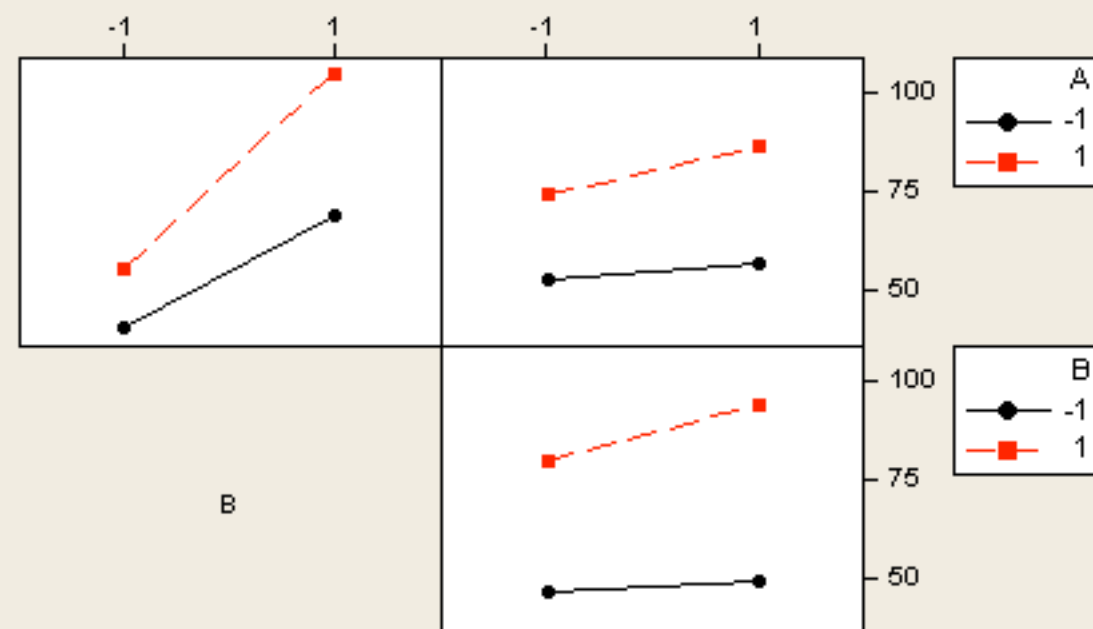
Main Effects Plot (data means) for C8



Cube Plot (data means) for C8

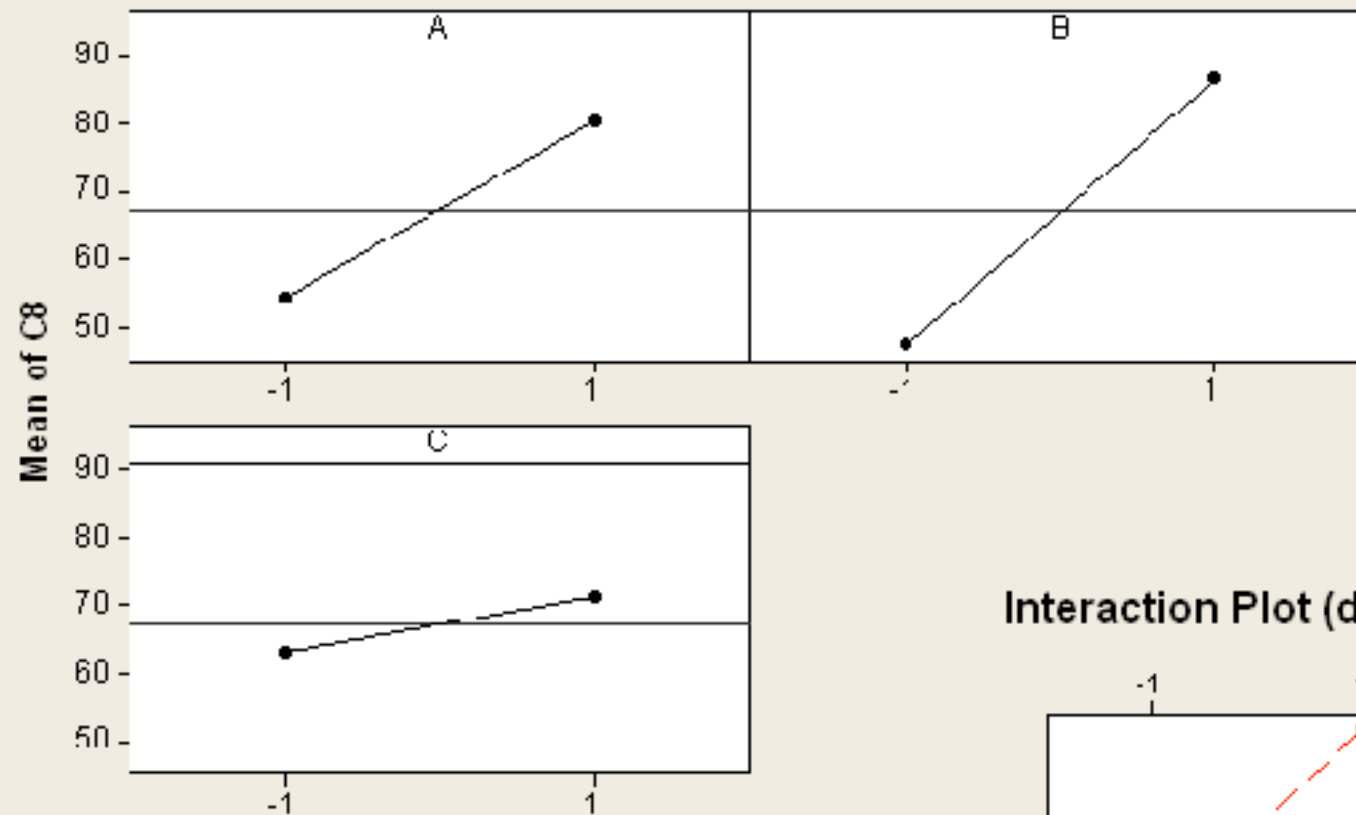


Interaction Plot (data means) for C8

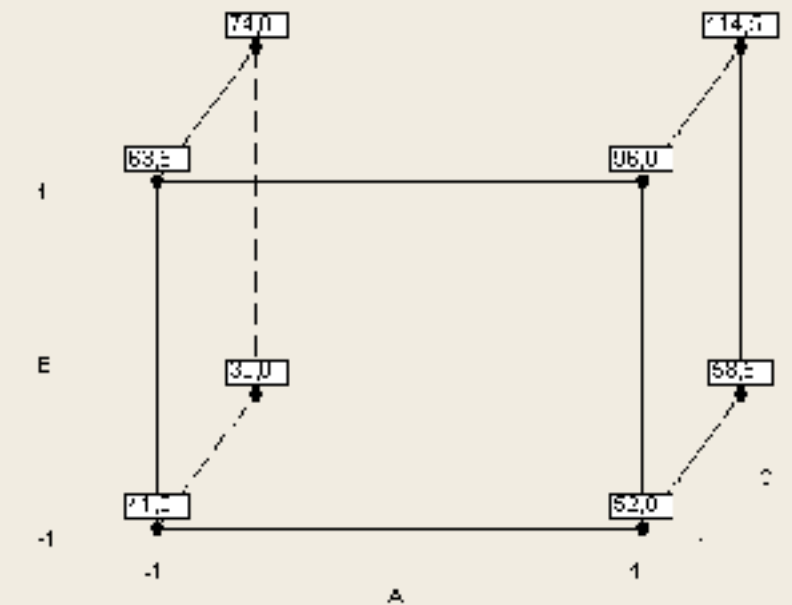


3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB

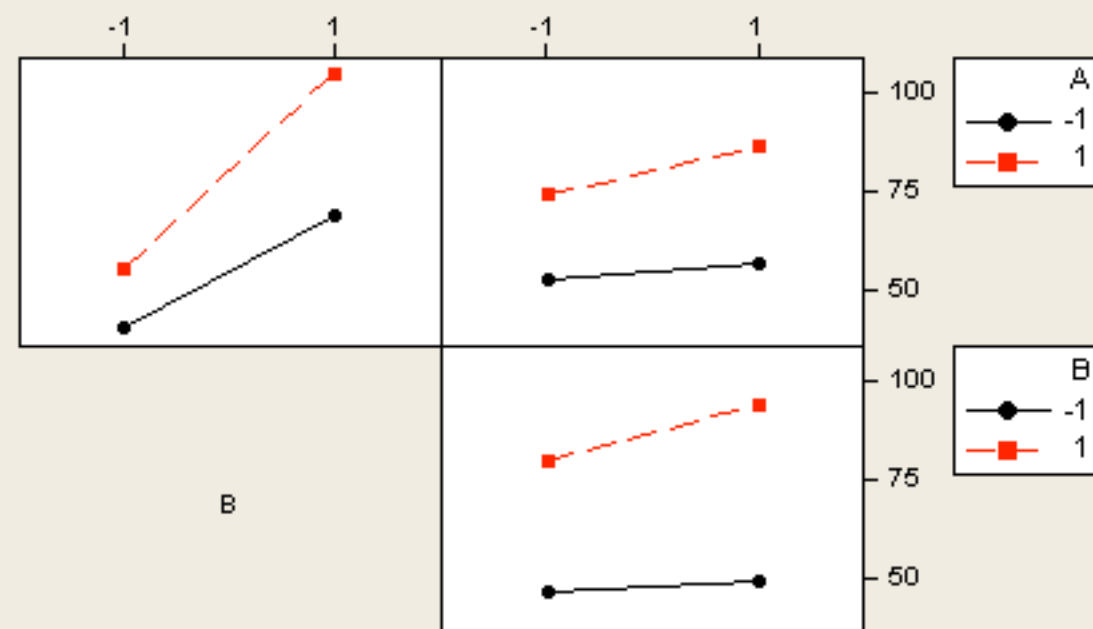
Main Effects Plot (data means) for C8



Cube Plot (data means) for C8

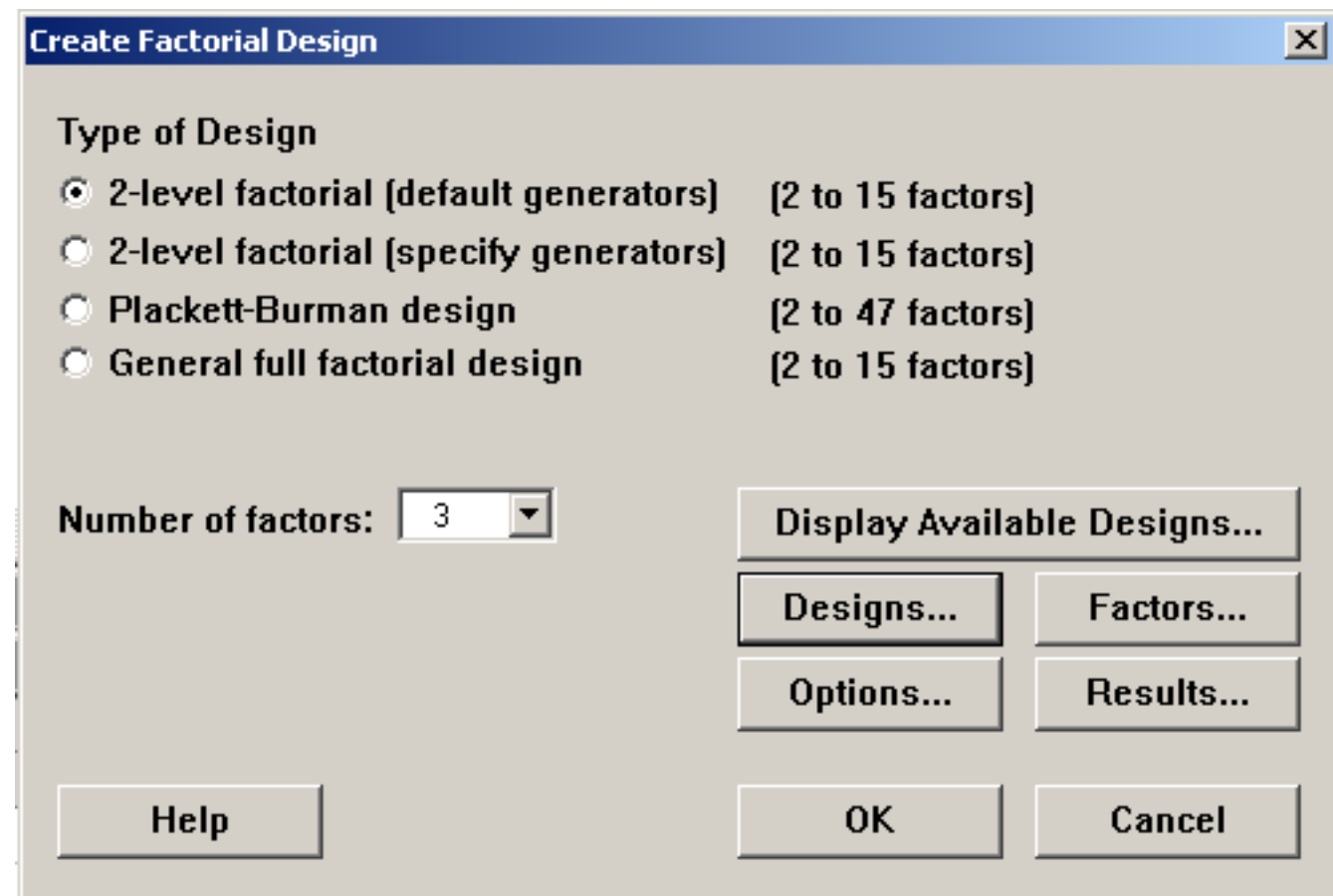


Interaction Plot (data means) for C8



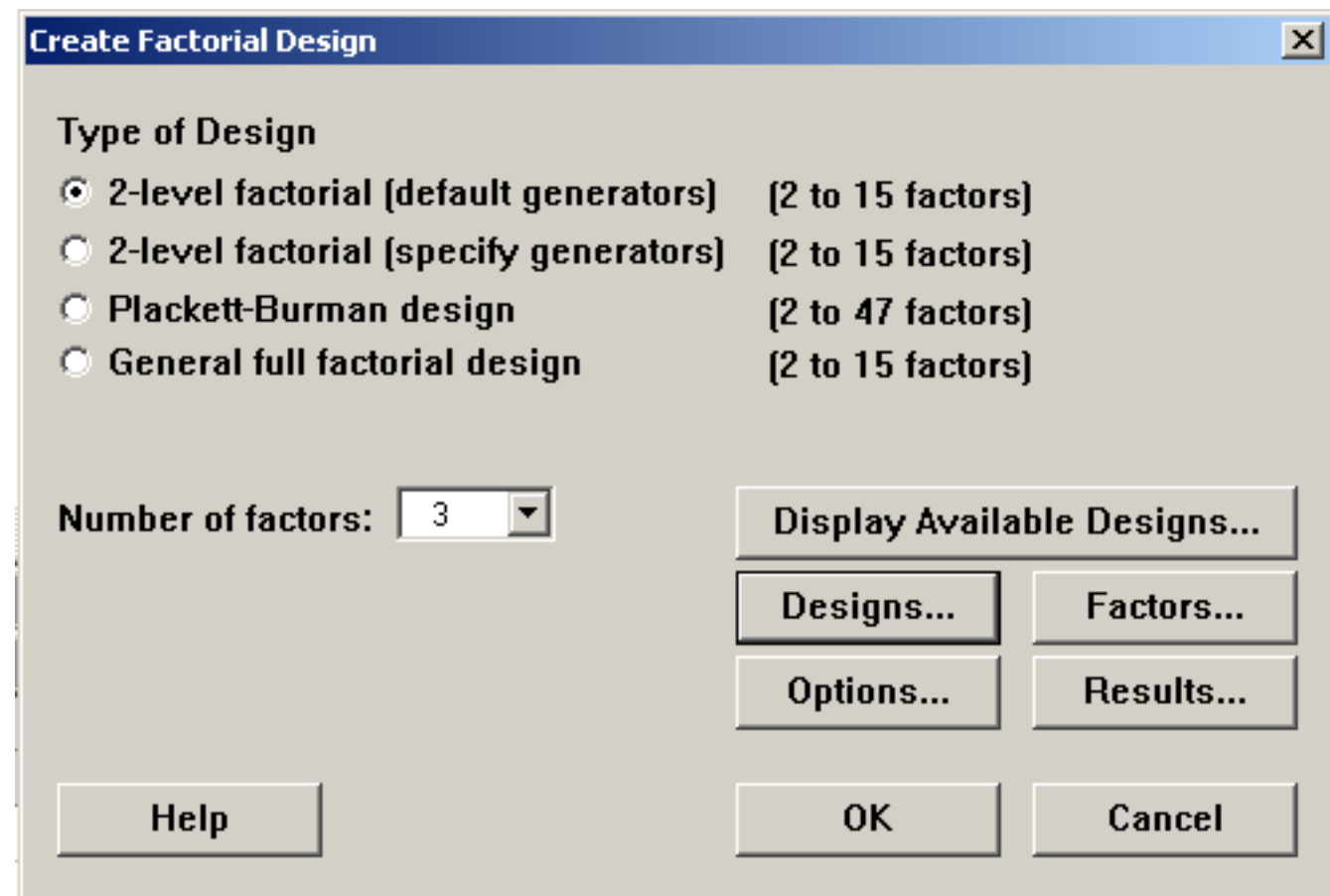
3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB

Příklad:



3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB

Příklad:



3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB

Příklad:

Create Factorial Design

Type of Design

- ☒ 2-level factorial (default generators) (2 to 15 factors)
- ☐ 2-level factorial (specify generators) (2 to 15 factors)
- ☐ Plackett-Burman design (2 to 47 factors)
- ☐ General full factorial design (2 to 15 factors)

Number of factors: 3

Display Available Designs...

Designs... Factors...

Help

Create Factorial Design - Designs

Designs	Runs	Resolution	2**(k-p)
1/2 fraction	4	III	2**(3-1)
Full factorial	8	Full	2**3

Number of center points per block: 4

Number of replicates for corner points: 1

Number of blocks: 1

Help OK Cancel



3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB

Session

Factorial Fit: C8 versus A, B, C

Estimated Effects and Coefficients for C8 (coded units)

Term	Effect	Coef	SE Coef	T	P
Constant		91,13	2,951	30,88	0,000
A	-125,25	-63,13	2,951	-21,39	0,000
B	-19,75	-9,37	2,951	-3,19	0,044
C	-9,75	-4,88	2,951	-1,65	0,197
A*B	3,75	1,88	2,951	0,64	0,570
A*C	5,75	2,88	2,951	0,98	0,336
B*C	-14,75	-7,38	2,951	-2,50	0,088
A*B*C	13,75	6,88	2,951	2,33	0,102
Ct P=		-15,53	5,111	-3,06	0,055

S = 8,34666 R-Sq = 99,401% R-Sq(adj) = 97,79%

Worksheet 1

Worksheet 2 ***

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
	StdOrder	RunOrder	CenterPt	Blocks	A	B	C	
1								
2	1	11	1	0	1	0	L	66
3	2	4	2	1	1	1	-1	22
4	3	5	3	1	1	-1	1	172
5	4	2	4	1	1	-1	-1	37
6	5	6	5	1	1	1	1	35
7	6	9	3	0	1	0	C	C3
8	7	10	7	0	1	0	C	71
9	8	3	3	1	1	-1	-1	165
10	9	12	3	0	1	0	C	62
11	10	7	10	1	1	-1	1	120
12	11	8	11	1	1	1	1	18
13	12	1	12	1	1	-1	-1	160
14								
15								

Create Factorial Design

Type of Design

- ☒ 2-level factorial (default generators) (2 to 15 factors)
- ☐ 2-level factorial (specify generators) (2 to 15 factors)
- ☐ Plackett-Burman design (2 to 47 factors)
- ☐ General full factorial design (2 to 15 factors)

Number of factors: 3

Display Available Designs...

Designs... Factors...

Help

Create Factorial Design - Designs

Designs	Runs	Resolution	2**(k-p)
1/2 fraction	4	III	2**(3-1)
Full factorial	8	Full	2**3

Number of center points per block: 4

Number of replicates for corner points: 1

Number of blocks: 1

Help OK Cancel

3.5. Výpočet pomocí programu MINITAB

