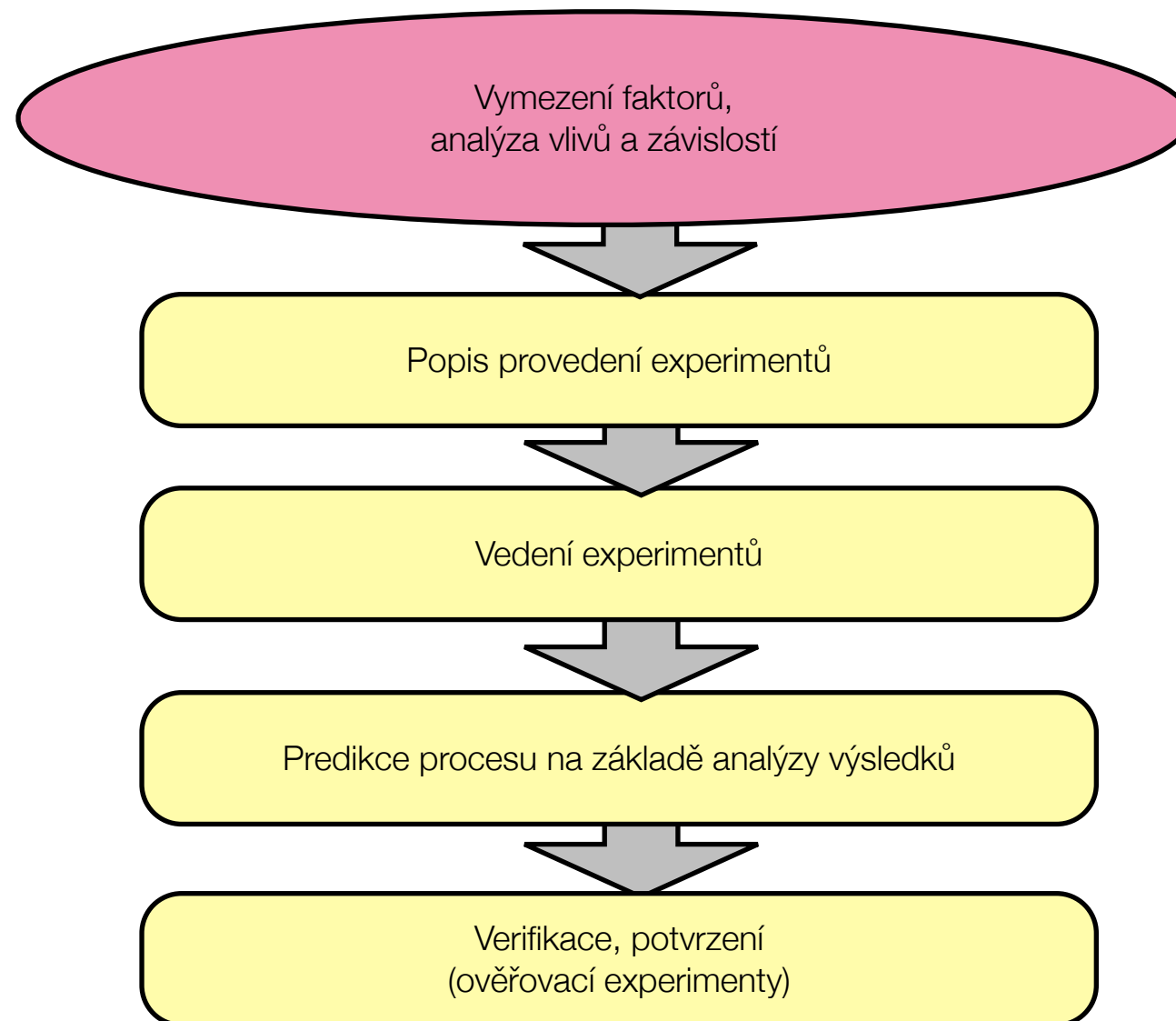


Plánování **P**řemyslových **E**xperimentů

Kontrolní otázky



1. Kolik je základních kroků při plánování experimentů?
 2. Jaké jsou základní kroky při plánování experimentů?
-



- **A**nalýza procesu
- **N**ávrh experimentu
- **P**rovedení zkoušek
- **A**nalýza výsledků
- **Z**ávěry

3. Co označujeme pojmem "odezva"?
 4. Co je to "interakce"?
 5. Co se rozumí pod pojmem "replikace"?
 6. V jaké souvislosti se hovoří o "znáhodnění"?
-

- **Odezva**
 - výstupní veličina
 - měřitelná, zpravidla spojitá
- **Náhodný vliv**
 - neznáme jeho příčiny, nelze jej odstranit,
 - způsobuje variabilitu, kterou lze měřit (experimentální chyba)
 - lze jej předvídat, snaha je co nejvíce jej snížit
- **Systematický vliv**
 - je způsoben známými vlivy (vymežitelnými příčinami)
 - projevuje se například trendem, periodicitou, posunutím
 - snažíme se jej popsat a kvantifikovat jej
- **Faktory**
 - vstupní veličiny
 - kvalitativní (kategoriální), kvantitativní (diskrétní, spojité)
 - hlavní, vedlejší, blokové
- **Interakce**
 - současné působení několika (alespoň dvou) faktorů
- **Replikace**
 - opakování zkoušek za (přibližně) stejných podmínek (úrovní faktorů)
 - umožňuje měřit náhodnou variabilitu a oddělit ji od variability celkové
- **Znáhodnění**
 - stanovení pořadí zkoušek podle náhodného "zamíchání"
 - do jisté míry může eliminovat vedlejší vlivy
 - zajišťuje vyšší míru "nezávislosti" jednotlivých pokusů

7. Jaké jsou základní typy experimentů podle uspořádání?
 8. K čemu slouží (jaké jsou cíle) experiment?
 9. Proč je třeba experiment plánovat?
 10. Jaký je rozdíl mezi úplným a neúplným experimentem?
-

Podle uspořádání:

- **Jednofaktorové experimenty**
- **Vícefaktoriální experimenty**
- **Taguchiho ortogonální návrhy** (robustní návrhy)
- **Optimální návrhy** (optimální odezvové plochy)

Podle cíle:

- **Identifikace vlivných faktorů a jejich úrovní**
- **Hledání optimální odezvy** (optimální kombinace úrovní faktorů k dosažení optimální odezvy)
- **Směsové návrhy** (slouží k nalezení optimální směsi ingrediencí, které se podílejí na tvorbě odezvy)
- **Regresní návrhy** (nalezení regresní závislosti mezi úrovněmi faktorů a odezvou)

Návrh experimentu

- zkracuje dobu pro návrh a vývoj nových produktů
- zlepšuje fungování stávajících procesů
- zvyšuje spolehlivost a zlepšuje kvalitu výrobků
- zvyšuje robustnost výrobků a procesů
- umožňuje vyhodnocení různých variant, výběr komponent, nastavení parametrů a systémových tolerancí

11. Kdy hovoříme o "jednofaktorovém experimentu"?
 12. Jak vypadá statistický model jednofaktorového experimentu?
 13. Co předpokládáme o náhodných chybách ve statistickém modelu?
 14. Jaká je nulová hypotéza při jednofaktorovém experimentu?
-

Jednofaktorové experimenty:

- uvažujeme vliv pouze jediného (hlavního) faktoru
- tento faktor může mít k úrovní
- pro každou úroveň provedeme n měření (replikací)
- musíme provést $k \times n$ měření, která můžeme rozdělit do bloků podle dalšího (vedlejšího) faktoru
- provádíme znáhodnění pořadí měření (buď přes celý experiment nebo pouze uvnitř bloků)

Statistický model: $y_{ij} = \mu + \tau_i + \epsilon_{ij}$

O náhodných chybách ϵ_{ij} předpokládáme, že jsou nezávislé, stejně rozdělené s nulovou střední hodnotou a stejným rozptylem σ^2 .

Speciálně, předpokládáme rozdělení $N(0, \sigma^2)$

vliv i -té úrovně faktoru, $i=1,2,\dots, k$: $\mu_i = \mu + \tau_i$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$$

$$H_A : \mu_i \neq \mu_m, \quad 1 \leq i < m \leq k$$

15. Kdy použijeme k vyhodnocení výsledků dvouvýběrový t-test?
 16. Kdy použijeme k vyhodnocení výsledků párový t-test?
 17. V čem je hlavní rozdíl mezi dvouvýběrovým a párovým t-testem?
-

Dvouvýběrový t-test

Testová statistika je dána vzorcem

$$t = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\sqrt{\frac{2s^2}{r}}}, \quad \bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^r y_{ij}}{r}, \quad s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^r (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{r-1}$$

kde průměr z rozptylů uvnitř skupin $s^2 = (s_1^2 + s_2^2)/2$

H_1	Kritická hodnota	H_0 zamítneme, když
$\mu_1 - \mu_2 > 0$	$t_{1-\alpha}$	$t > t_{1-\alpha}$
$\mu_1 - \mu_2 < 0$	t_{α}	$t < t_{\alpha}$
$\mu_1 - \mu_2 \neq 0$	$t_{1-\alpha/2}$	$ t > t_{1-\alpha/2}$

Párový t-test

$$t = \frac{\bar{d}}{\sqrt{\frac{s_d^2}{r}}}, \quad \bar{d} = \frac{\sum_{j=1}^r d_j}{r}, \quad s_d^2 = \frac{\sum_{j=1}^r (d_j - \bar{d})^2}{r-1}$$

24. K čemu slouží Kruskalův-Wallisův test?
 25. Jaké jsou neparametrické alternativy k testu ANOVA?
 26. K čemu slouží Friedmanův test? V jakém případě byste jej použili?
-

Neparametrická alternativa k jednofaktorové ANOVA je Kruskalův-Wallisův test

Je založen na testové statistice, která má chí-kvadrát rozdělení o $k-1$ stupních volnosti

$$KW = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^k \left(\frac{T_i^2}{n_i} \right) - 3(n+1)$$

k - počet skupin (úrovní faktoru)

n_i - je počet měření při úrovni faktoru i

N - celkový počet měření

T_i - součet pořadí měření patřících do skupiny i

$$K = 1 - \frac{\sum_{i=1}^p (t_i^3 - t_i)}{n^3 - n},$$

Pokud se mezi měřeními vyskytnou shodné hodnoty, jimž se přiřazuje průměrné pořadí, je třeba KW vydělit korekčním faktorem K . Opravená testová statistika potom bude rovna $KW_{opr.}$

$$KW_{opr.} = \frac{KW}{K}.$$

Friedmanův test je neparametrickou obdobou ANOVA pro dva faktory.

$$Q = \frac{SS_t}{SS_e}$$

$$SS_t = n \sum_{j=1}^k (\bar{r}_{.j} - \bar{r})^2$$

$$SS_e = \frac{1}{n(k-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k (r_{ij} - \bar{r})^2$$

k - počet úrovní faktoru

n - počet bloků

r_{ij} - pořadí naměřené hodnoty odezvy y_{ij} v bloku i

$\bar{r}_{.j}$ - průměrné pořadí odezvy při úrovni j přes všechny bloky

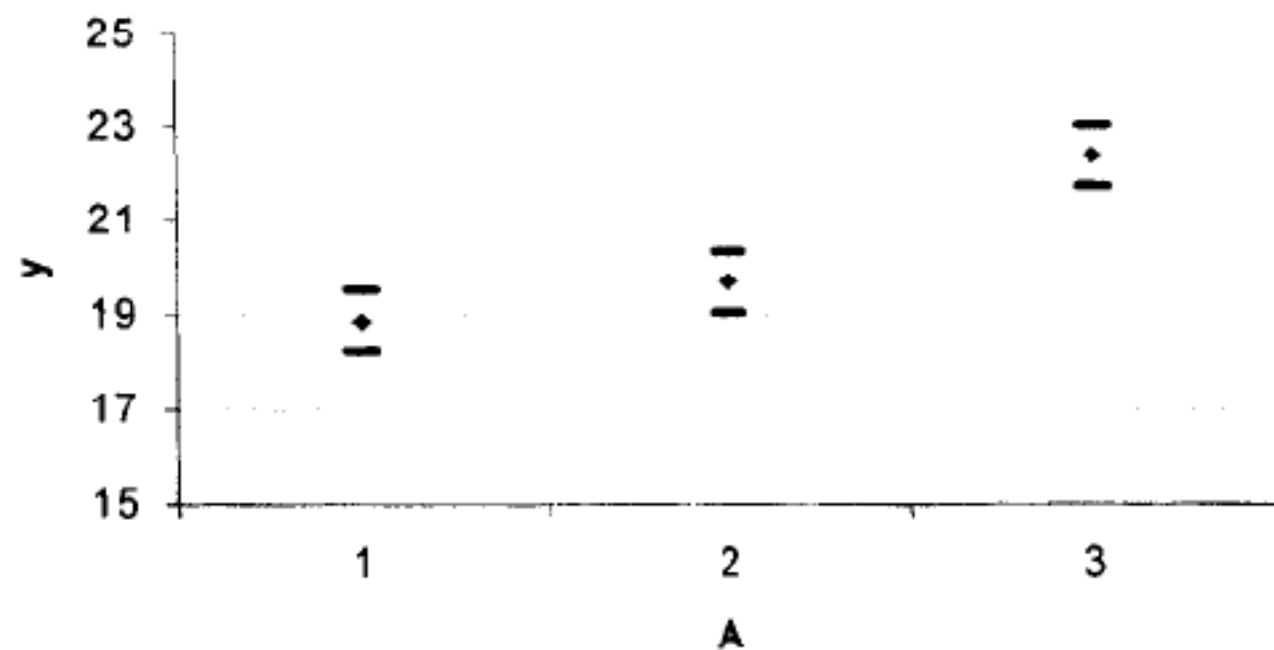
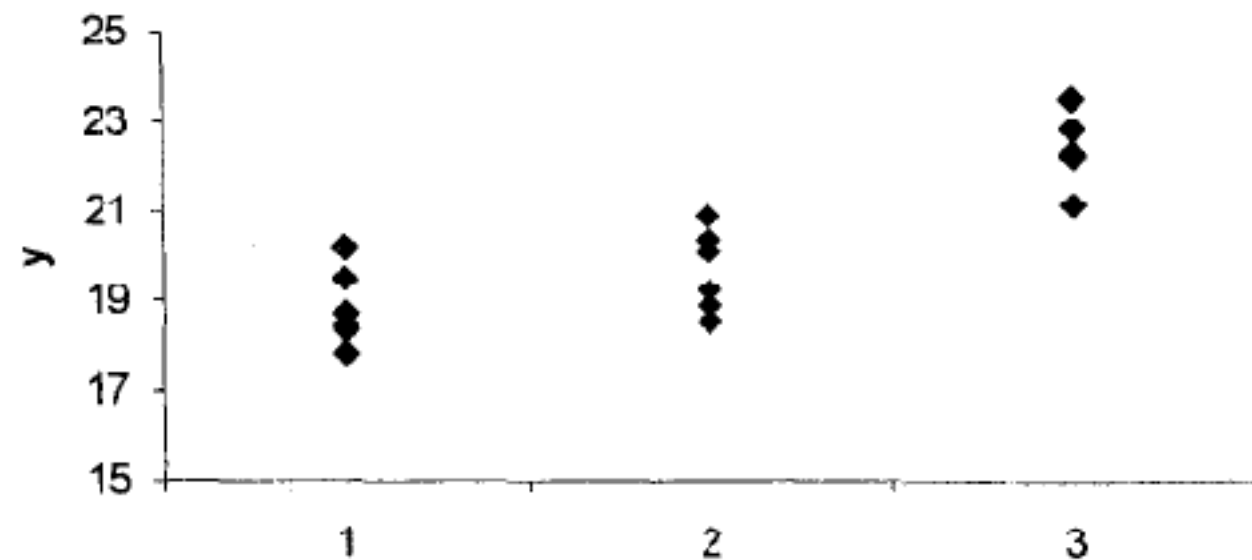
$\bar{r}$ - průměrné pořadí přes všechny úrovně a přes všechny bloky

22. K čemu slouží Bonferroniho metoda? V jaké souvislosti se používá?

23. Jaká je alternativa k Bonferroniho metodě mnohonásobného srovnávání?

$$\bar{y}_i \pm t_{1-\alpha/2p} \cdot \sqrt{\frac{MS_E}{2 \cdot a}}$$

Úroveň	Průměr	Dolní mez	Horní mez
A ₁	18,867	18,217	19,516
A ₂	19,700	19,051	20,349
A ₃	22,383	21,734	23,033



Metody mnohonásobného srovnávání:

- Bonferroni
- Schéfé
- Tukey

27. ~~Popište latinský čtverec.~~

28. ~~K čemu slouží latinský čtverec?~~

- **Latinské čtverce:**

- uvažujeme vliv pouze jediného (hlavního) faktoru
- tento faktor může mít k úrovní
- uvažujeme další dva vedlejší faktory, každý o k úrovních
- cílem je provést k replikací měření s maximálním vyloučením vlivů vedlejších faktorů

1. vedlejší faktor

	1	2	3	4	5
1	A	B	C	D	E
2	B	C	D	E	A
3	C	D	E	A	B
4	D	E	A	B	C
5	E	A	B	C	D

2. vedlejší faktor

18. K čemu se používá jednofaktorová analýza rozptylu?
19. Popište sloupce tabulky ANOVA
20. Jak je definována F-statistika v jednofaktorové analýze rozptylu?
21. Co je to p-hodnota a v jaké souvislosti se používá?

Zdroj variability	Součet čtverců	Stupně volnosti	Průměrný čtverec	F	P-hodnota
faktor	SS_A	$a - 1$	$MS_A = \frac{SS_A}{a - 1}$	$F = \frac{MS_A}{MS_E}$	
reziduální	SS_E	$a(r - 1)$	$MS_E = \frac{SS_E}{a(r - 1)}$		
celkový	SS_T	$ar - 1$			

$$SS_A = r \sum_{i=1}^a (\bar{y}_i - \bar{y})^2, \quad SS_E = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^r (y_{ij} - \bar{y}_i)^2, \quad F = \frac{\frac{SS_A}{a-1}}{\frac{SS_E}{a(r-1)}} = \frac{MS_A}{MS_E}$$

29. Proč se rozdělují měření do bloků?
30. Jak vypadá statistický model jednofaktorového experimentu s uspořádáním do bloků?
31. Lze pro vyhodnocení jednofaktorového experimentu použít dvoufaktorovou analýzu rozptylu? Pokud ne proč a pokud ano v jakém případě?
-

Uspořádání do bloků

- slouží ke snižování náhodné variability (variability náhodné složky)
- v rámci bloku probíhají zkoušky za přibližně stejných experimentálních podmínek (ale při různých kombinacích úrovní faktorů)
- často představuje jednu repliku experimentu

Statistický model při uspořádání do bloků: $y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \epsilon_{ij}$

ANOVA

<i>Zdroj variability</i>	<i>SS</i>	<i>St.vol</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Hodnota P</i>	<i>F krit</i>
Faktor A	149	3	49,66667	49,66667	5,03E-08	3,287383
Bloky	392	5	78,4	78,4	3,28E-10	2,901295
Reziduální	15	15	1			
Celkový	556	23				

32. Co je to "efekt faktoru"?

33. Jak se spočítá efekt faktoru A v experimentu 2^2 ?

34. Jak se spočítá efekt interakce faktorů A a B v experimentu 2^2 ?

Efekt faktoru = průměrná změna odezvy při změně úrovně faktoru

$$\hat{A} = \frac{y_{21} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{12}}{2}$$

$$\hat{B} = \frac{y_{12} + y_{22}}{2} - \frac{y_{11} + y_{21}}{2}$$

$$\widehat{AB} = \bar{y}_{AB+} - \bar{y}_{AB-}$$

$$\bar{y}_{AB-} = \frac{y_{21} + y_{12}}{2}$$

$$\bar{y}_{AB+} = \frac{y_{11} + y_{22}}{2}$$

	B1	B2
A1	y11	y12
A2	y21	y22

35. Jak vypadá statistický model úplného dvoufaktorového experimentu?
36. Co jsou to rezidua?
37. Jaké jsou předpoklady statistického modelu?
-

Statistický model:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

Rezidua:

$$r_{ij} = y_{ij} - \bar{y}_{i.}$$

Předpoklady modelu:

- stejné podmínky měření
- nezávislost měření
- konstantní rozptyl
- normalita reziduí

38. Nakreslete matici úplného dvoufaktového návrhu se dvěma úrovněmi faktorů a s interakcí.
39. Nakreslete matici úplného třífaktového návrhu se dvěma úrovněmi faktorů a s interakcemi.
-

test	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	-	-
3	-	+	-
4	+	+	+

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

40. Jak se rozdělují kombinace úrovní faktorů do bloků metodou "sudá-lichá"?

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
a	+	-	-	-	-	+	+
b	-	+	-	-	+	-	+
c	-	-	+	+	-	-	+
ab	+	+	-	+	-	-	-
ac	+	-	+	-	+	-	-
bc	-	+	+	-	-	+	-
abc	+	+	+	+	+	+	+

	BC sudá	BD lichá
AC sudá	1 abc	b ac
AC lichá	a bc	c ab

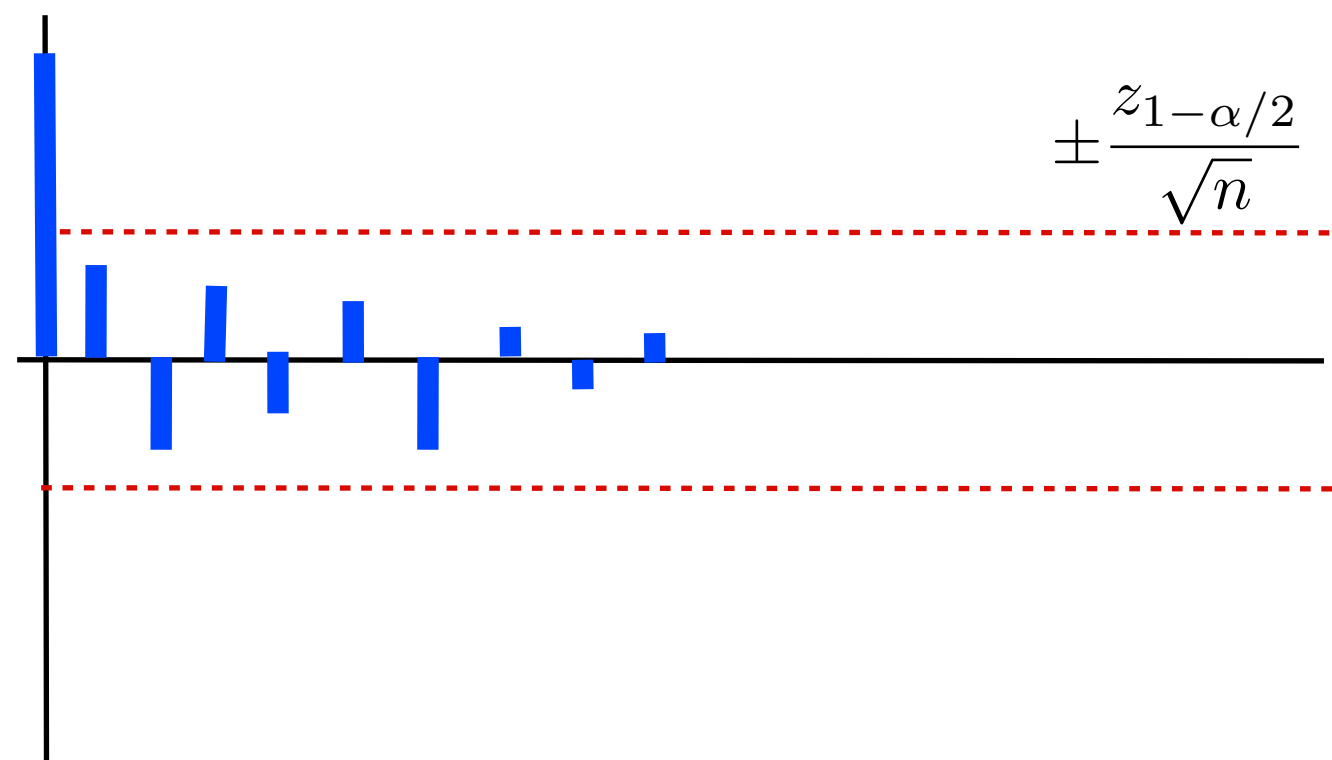
test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	0	0	-
a	+	-	-	-	1	0	+
b	-	+	-	-	0	1	+
c	-	-	+	+	1	1	+
ab	+	+	-	+	1	1	-
ac	+	-	+	-	2	1	-
bc	-	+	+	-	1	2	-
abc	+	+	+	+	2	2	+

41. Jakými nástroji zjišťujeme korelovanost reziduí?
 42. Je nekorelovanost měření totéž co nezávislost?
 43. Jak se projevuje závislost měření při vyhodnocování experimentu?
-

Grafická analýza - graf reziduí v čase (indexový graf)

Autokorelační funkce reziduí

$$\hat{r}_{i,k} = \frac{\sum_{j=1}^{n-k} r_{i,j} r_{i,j+k}}{\sum_{j=1}^n r_{i,j}^2}$$



Durbin-Watsonův test:

$$DW = \frac{\sum_{k=1}^{n-1} (r_k - r_{k+1})^2}{\sum_{k=1}^{n-1} r_k^2}$$

- Rozptyly průměrů se stávají vychýlené (velikost vychýlení závisí na typu závislosti). To způsobí vychýlenost odhadů pro jednotlivé skupiny a pro efekty faktorů a jejich interakcí.
- Nelze určit pravděpodobnost chyby I. druhu.

44. Jakými nástroji zjišťujeme nezávislost rozptylu měření na kombinacích úrovní faktorů?

45. Proč nám vadí nestejně rozptýly? Co je důsledkem nestejných rozptýlů?

- O'Brienův test
 - Brown-Forsythův test
 - Levenův test
 - Bartlettův test
-
- Jsou-li stejné rozsahy skupin ($n_1, \dots, n_g$), potom je vliv nestejných rozptýlů na p -hodnotu F-testu relativně malý
 - Při větším rozsahu skupin s větším rozptylem se p -hodnota zmenšuje oproti nominální (nadhodnocujeme odhad a dostáváme konzervativní test)
 - Při větším rozsahu skupin s menším rozptylem je skutečná p -hodnota větší oproti nominální (podhodnocujeme odhad a dostáváme liberální test)

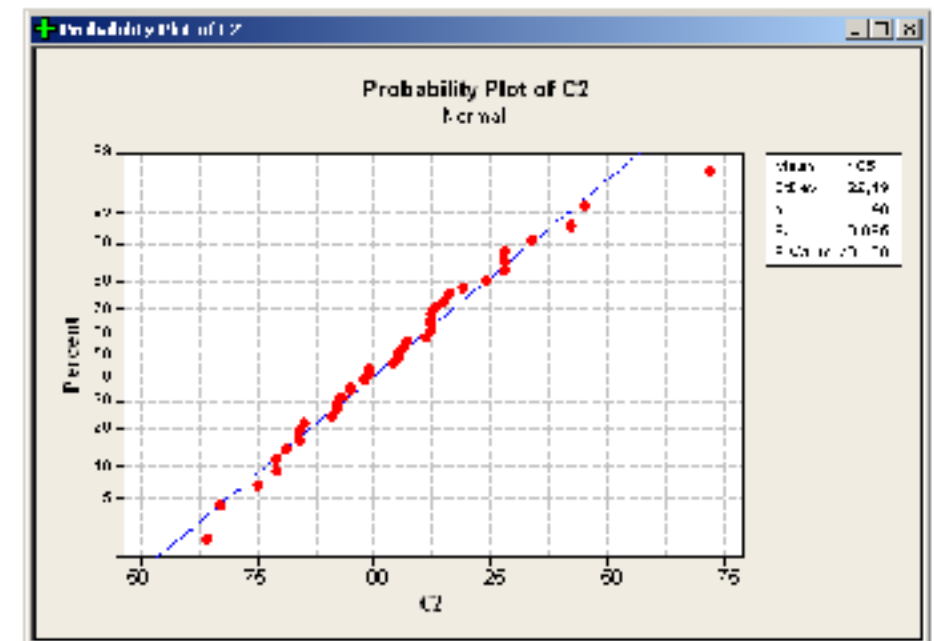
46. Jak se ověřuje normalita reziduí?

47. Co se stane, když jsou data nenormální?

Normální pravděpodobnostní graf (rankitový graf, Q-Q graf)

Testy normality:

- Chí-kvadrát test
- Anderson-Darling
- Shapiro-Wilk (Ryan-Joiner)
- Test normality založený na šikmosti a špičatosti



Pro nenormální data nelze použít ANOVA (F-test).

Na druhou stranu platí CLV pro průměry a ve většině případů lze normalitu předpokládat.

48. Jak se testuje významnost efektu?
49. Co to znamená, že efekt je statisticky významný?
50. Jaké jsou grafické nástroje pro vyhodnocení efektů?
-

Efekt faktoru = průměrná změna odezvy při změně úrovně faktoru $\hat{A} = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-}$

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \epsilon_{ij}$$

$$\epsilon_{ij} \approx N(0, \sigma^2) \Rightarrow \hat{A} \approx N(0, s_e^2)$$

$$s_e^2 = \frac{4\sigma^2}{n}$$

Test významnosti efektu:

- graficky (pravděpodobnostní papír, Paretův diagram)
- t-test
- ANOVA

t-test: testová statistika $t = \frac{\hat{A}}{s_e}$ má $t(n - m)$ rozdělení, kde n je celkový počet měření (s opakováním), m je počet pokusů bez opakování

efekt faktoru A považujeme za významný na hladině významnosti α , pokud

$$|t| > t_{n-m}(\alpha)$$

48. Jak se testuje významnost efektu?
49. Co to znamená, že efekt je statisticky významný?
50. Jaké jsou grafické nástroje pro vyhodnocení efektů?

pravděpodobnostní normální papír:

Hodnoty efektů zakreslíme do normálního pravděpodobnostního papíru:

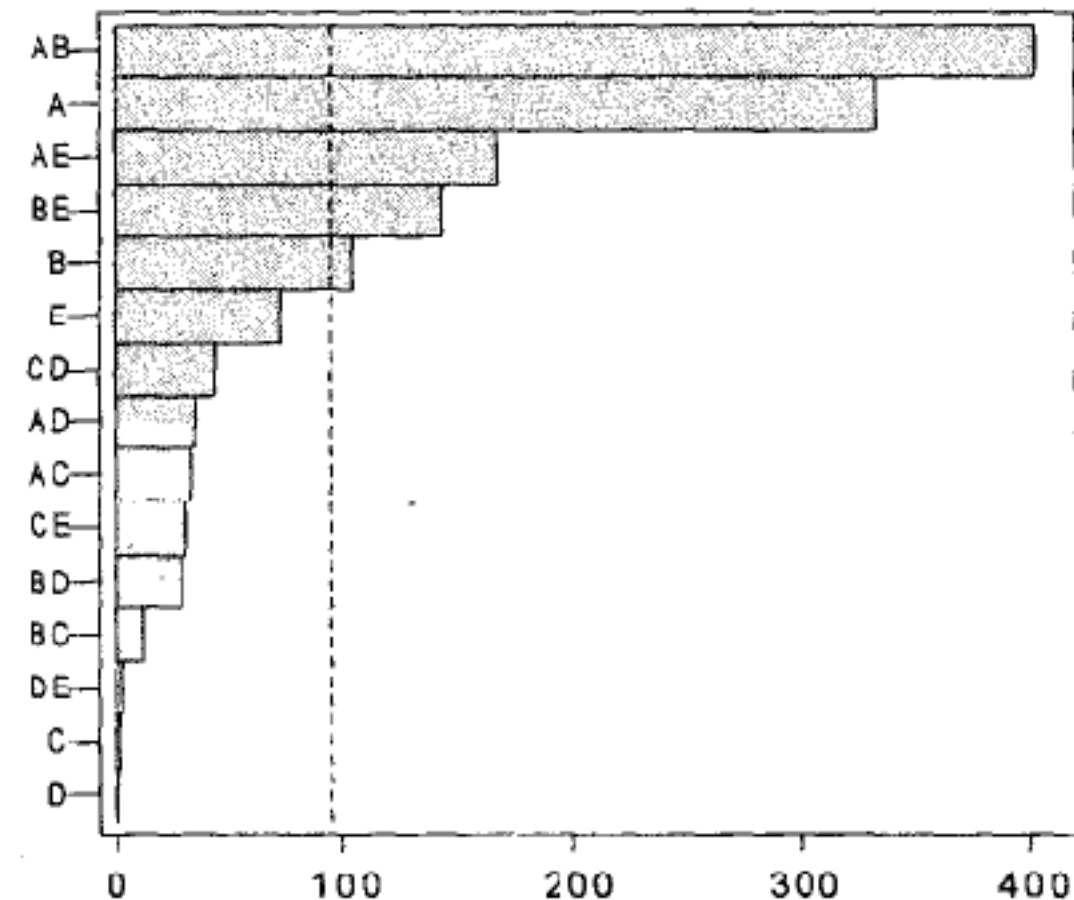
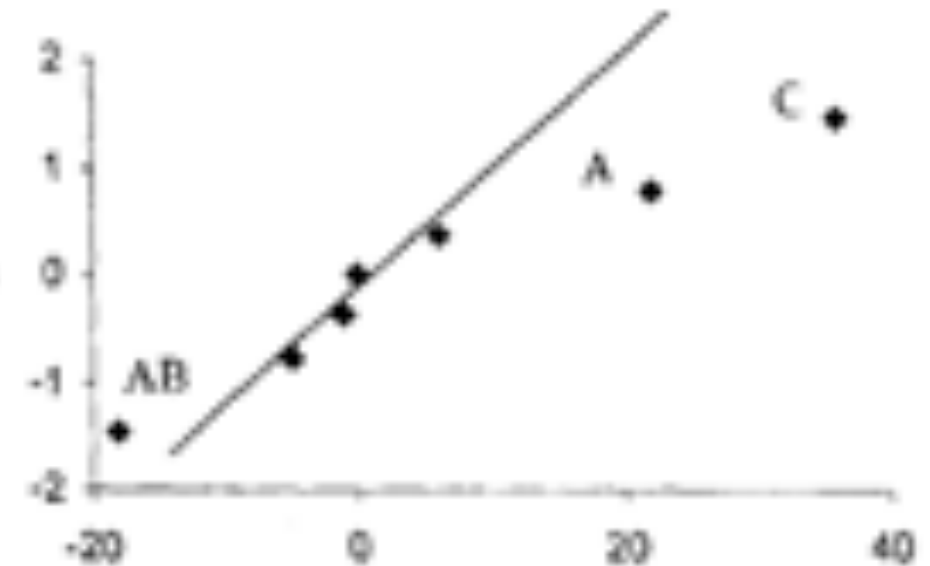
$$u_i = \Phi^{-1} \left(\frac{i - 0.5}{2^n - 1} \right)$$

polonormální pravděpodobnostní papír:

Do normálního pravděpodobnostního papíru zakreslíme absolutní hodnoty efektů:

$$u_i^* = \Phi^{-1} \left(0.5 + 0.5 \frac{i - 0.5}{2^n - 1} \right)$$

Paretův diagram:



51. V jakém případě nastává směřování faktorů a jejich interakcí?
 52. Co to znamená, když je efekt faktoru A nerozlišitelný od interakce BC?
 53. Které efekty a jejich interakce jsou nerozlišitelné, platí-li v návrhu vztah $ABC=I$?
 54. Co je to generátor plánu?
 55. Jak vznikne dílčí faktoriální experiment 2^{3-1} ?
-

Generátor plánu:

$$ABC=I \Rightarrow BC=A, AC=B, AB=C$$

$$ABC=-I \Rightarrow BC=-A, AC=-B, AB=-C$$

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \frac{1}{2} [a + abc - b - c] & \hat{BC} &= \frac{1}{2} [a + abc - b - c] \\ \hat{B} &= \frac{1}{2} [b + abc - a - c] & \hat{AC} &= \frac{1}{2} [b + abc - a - c] \\ \hat{C} &= \frac{1}{2} [c + abc - a - b] & \hat{AB} &= \frac{1}{2} [c + abc - a - b] \end{aligned}$$

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	I
1	-	-	-	+	+	+	-	+
a	+	-	-	-	-	+	+	+
b	-	+	-	-	+	-	+	+
c	-	-	+	+	-	-	+	+
ab	+	+	-	+	-	-	-	+
ac	+	-	+	-	+	-	-	+
bc	-	+	+	-	-	+	-	+
abc	+	+	+	+	+	+	+	+

56. Co je to rozlišení dílčího faktoriálního návrhu?
57. V čem se liší jednotlivé typy rozlišení dílčích faktoriálních návrhů?
58. Jaké rozlišení má dílčí faktoriální návrh 2^{3-1} s generátorem ABC?

rozlišení III: Návrh tohoto typu umožňuje odhady hlavních efektů.
Některé interakce druhého řádu jsou smíchány s hlavními faktory
(předpokládáme, že jsou zanedbatelné)

rozlišení IV: Návrh tohoto typu umožňuje odhady hlavních efektů nezávisle na interakcích druhého řádu. Některé interakce druhého řádu jsou smíchány dohromady a nelze je odhadnout (předp., že jsou zanedb.)

rozlišení VI: Návrh tohoto typu umožňuje odhady hlavních faktorů i interakcí druhého řádu, které jsou smíchány s interakcemi čtvrtého a vyššího řádu. Některé interakce druhého řádu mohou být smíchány dohromady.

rozlišení VII: Návrh tohoto typu umožňuje odhady hlavních faktorů, interakcí druhého řádu, i interakcí třetího řádu. O vyšších interakcích se předpokládá, že jsou zanedbatelné.

rozlišení V: Návrh tohoto typu umožňuje odhady hlavních faktorů i interakcí druhého řádu. Tyto efekty jsou smíchány s interakcemi třetího a vyššího řádu

test	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	I
1	-	-	-	+	+	+	-	+
ab	+	+	-	+	-	-	-	+
ac	+	-	+	-	+	-	-	+
bc	-	+	+	-	-	+	-	+

$$ABC = I \Rightarrow$$

$$A = BC, B = AC, C = AB \Rightarrow$$

Neúplný návrh 2^{3-1} má rozlišení III.

59. Která ze dvou voleb generátorů: $I=ABE$, $I=ABCDE$, v návrhu 2^5 je lepší a proč?

60. Které zúžení plánu je lepší a proč, jsou-li definiční rovnice následující:

a) $I = ABCDE = ABCF = BCDG = DEF = AEG = ADFG = BCEFG$,

b) $I = ABCE = BCDF = ACDG = ADEF = BDEG = CEFG = ABFG$.

ad 59: při volbě a) je $A = BE$, $B = AE$, $E = AB \Rightarrow$ rozlišení je III. (dílčí návrh 2_{III}^{5-1})

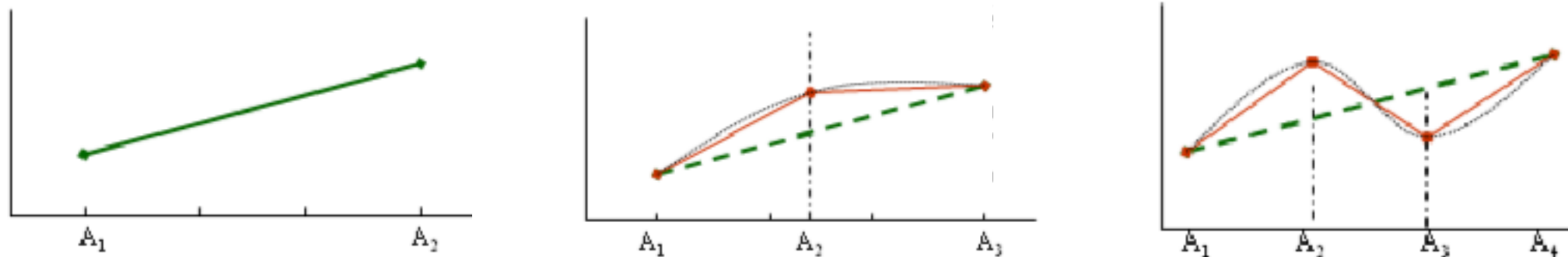
b) je $A = BCDE$, ... $\Rightarrow$ rozlišení je V. (dílčí návrh 2_V^{5-1})

Tedy b) je lepší (má vyšší rozlišení).

ad 60: a) návrh dílčího plánu je v tomto případě s rozlišením III (2_{III}^{7-3}),

b) návrh dílčího plánu je v tomto případě s vyšším rozlišením IV (2_{IV}^{7-3}) a proto je lepší.

61. Kolik úrovní faktoru je třeba volit, abychom zachytili kvadratickou závislost odezvy a faktoru?
62. Kolik úrovní faktoru je třeba volit, abychom zachytili kubickou závislost odezvy a faktoru?
63. Popište lineární/úplný kvadratický/neúplný kvadratický model experimentu.
-



lineární model: $Y = b_0 + b_1 X_A + b_2 X_B + \epsilon$
koeficienty lze nalézt jako poloviční odhady příslušných efektů,
 b_0 je celkový průměr,
nebo odhadem metodou nejmenších čtverců

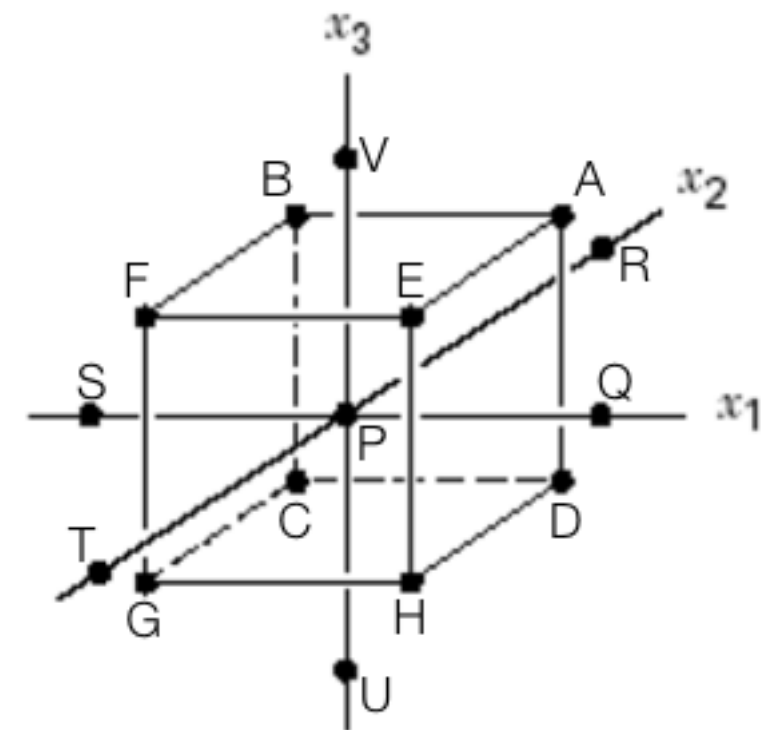
neúplný kvadratický model: $Y = b_0 + b_1 X_A + b_2 X_B + b_{12} X_A X_B + \epsilon$
koeficienty lze nalézt jako poloviční odhady příslušných efektů,
 b_0 je celkový průměr
nebo odhadem metodou nejmenších čtverců

úplný kvadratický model: $Y = b_0 + b_1 X_A + b_2 X_B + b_{11} X_A^2 + b_{22} X_B^2 + b_{12} X_A X_B + \epsilon$
koeficienty nelze nalézt pomocí efektů nebo metodou nejmenších čtverců.
Je třeba použít složitější schémata plánů (kombinovaný, víceúrovňový, ...)
Slouží k výpočtu optimálních hodnot faktoru nebo k výpočtu hodnot Y pro libovolnou úroveň faktoru,

64. Jaké jsou významné body návrhu?
65. Co jsou to krychlové body v návrhu a kolik jich je (například v plánu 2^{k-p} ?)
66. K čemu slouží centrální body v experimentu? Jak se pomocí nich počítají efekty faktorů?

Významné body návrhu: krychlové body;
centrální body;
hvězdicové body

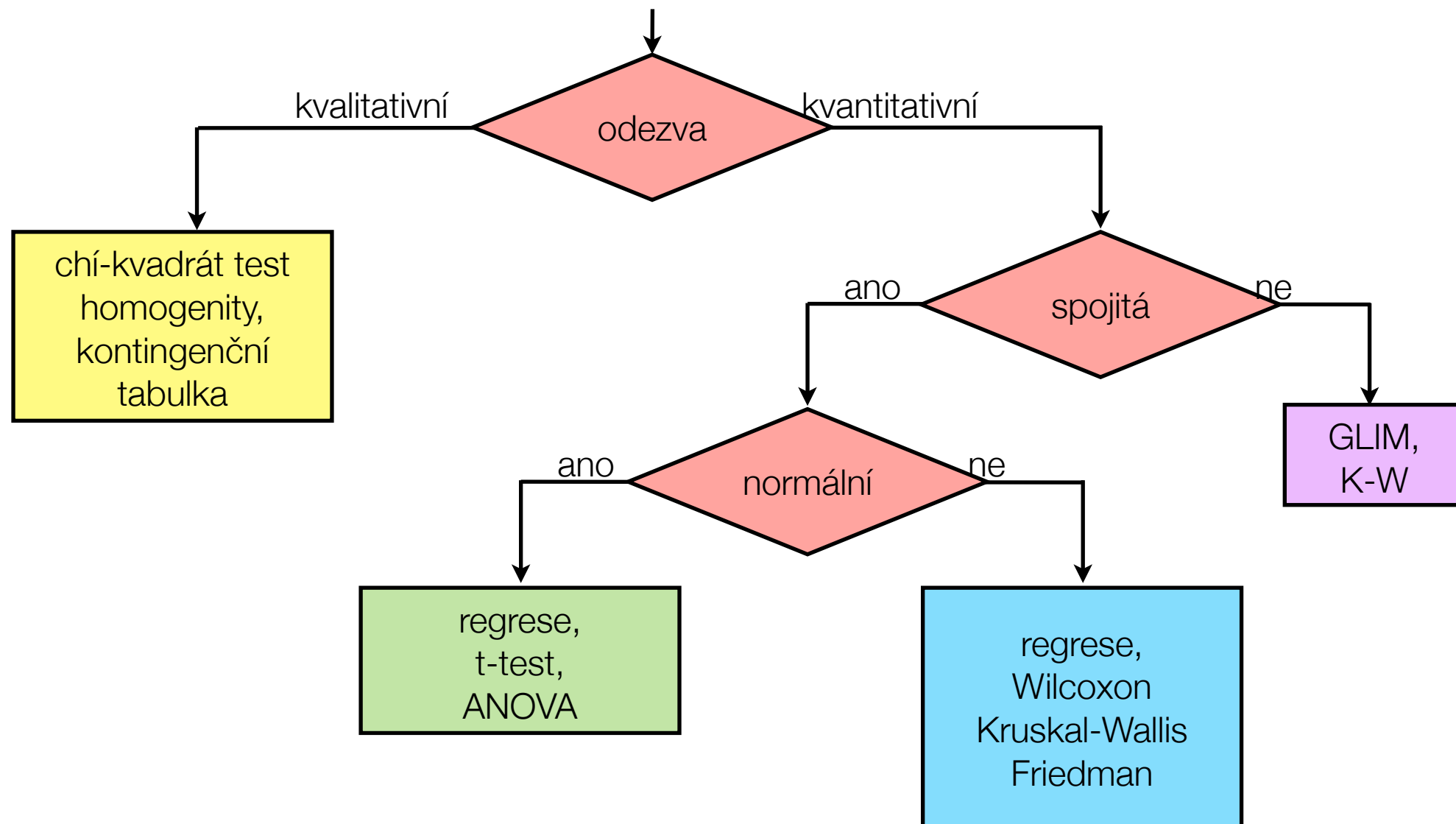
Krychlové body: jsou v plánu vždy a je jich 2^{k-p} .
(A, B, C, D, ...)
Mají souřadnice ± 1 (např. pro 3 faktory jsou jejich souřadnice $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$).
Slouží k výpočtu efektů faktorů nebo koeficientů v lineárním modelu.



Centrální body: doplňují se do experimentu (doporučený počet je 3-5).
(P)
Mají nulové souřadnice (pro 3 faktory je centrální bod $(0, 0, 0)$).
Slouží k odhadu rozptylu σ^2 (náhrada za odhad z opakovaných pokusů).
Z reziduí v centrálních bodech se počítá čistá chyba měření. Nepoužívají se k výpočtu efektů faktorů.

Hvězdicové body: leží na průsečících kulové plochy se středem v centrálním bodu, procházející krychlovými body a souřadných os. Jejich počet je $2k$. Souřadnice pro 3 faktory jsou $(\pm\alpha, 0, 0)$, $(0, \pm\alpha, 0)$, $(0, 0, \pm\alpha)$.
(Q, R, S, T, ...)
Umožňují výpočet koeficientů v úplném kvadratickém modelu. Zpřesňují odhady regresních koeficientů.

67. Jakými metodami analyzujeme výsledky experimentu s kvalitativní odezvou?
68. Jak se provádí test homogenity v kontingenční tabulce? Jaké rozdělení má testová statistika v tomto testu? Jaké pro něj platí omezení?
-



67. Jakými metodami analyzujeme výsledky experimentu s kvalitativní odezvou?
68. Jak se provádí test homogenity v kontingenční tabulce? Jaké rozdělení má testová statistika v tomto testu? Jaké pro něj platí omezení?
-

Chí-kvadrát test homogenity v kontingenční tabulce:

$$\text{testová statistika} = \frac{\sum (\text{pozorované} - \text{očekávané})^2}{\text{očekávané}}$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(n_{ij} - m_{ij})^2}{m_{ij}}$$

testová statistika má chí-kvadrát rozdělení o $(k-1) \times (m-1)$ stupňů volnosti

Omezení: buňky tabulky musejí být větší než 5!

69. Popište význam symbolů, použitých pro Taguchiho návrhy.
70. Jaké jsou základní typy designových matic v Taguchiho přístupu?
71. Co jsou to řízené a neřízené faktory? Jak se v Taguchiho návrhu projevují?
72. Co je vnitřní a vnější sestava v Taguchiho přístupu?
-

$L_n(X^Y)$ n = počet řádek v návrhu = počet měření pro jednu replikaci
 X = počet úrovní faktorů
 Y = počet sloupců v návrhu = počet faktorů

Základní typy designových matic v Taguchiho přístupu:

2-úrovňové návrhy:

- $L_4(2^3)$ (pro 2-3 faktory o dvou úrovních)
- $L_8(2^7)$ (pro 3-7 faktorů o dvou úrovních)
- $L_{12}(2^{11})$ (pro 4-11 faktorů o dvou úrovních)
- $L_{16}(2^{15})$ (pro 4-15 faktorů o dvou úrovních)

3-úrovňové návrhy:

- $L_9(3^4)$
- $L_{18}(2^13^7)$

4-úrovňové návrhy:

- $L_{16}(4^5)$

Sledované faktory:

- říditelné (řízené, lze nastavit jejich úrovně)
 - neřízené, šumové (lze je pouze měřit)
-
- řízené faktory tvoří tzv. vnitřní ortogonální sestavu
 - neřízené faktory tvoří vnější ortogonální sestavu
 - provádí se tolik replikací, kolik je kombinací úrovní ve vnější sestavě

73. Co je to a k čemu slouží poměr signál/šum v Taguchiho přístupu?

74. Jaké míry se používají k vyhodnocování Taguchiho návrhu?

Podíl signál/šum je míra, kterou Taguchi použil k vyhodnocování výsledků pokusů.

Je dána vztahem $S/N = \frac{\text{síla signálu}}{\text{síla šumu}} = \frac{(\text{citlivost})^2}{(\text{variabilita})^2}$

$$S/N = \frac{\mu^2}{\sigma^2}$$

odhady střední hodnoty a rozptylu získáme z dat:

$$\hat{\mu} = \bar{y}_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \bar{y}_{ij} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left[\frac{1}{p} \sum_{k=1}^p y_{ijk} \right]$$

$$\hat{\sigma}^2 = S_i^2 = \frac{1}{Mp} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^p (y_{ijk} - \bar{y}_i)^2$$

Míry založené na poměru S/N:

- "menší je lepší" (jsou-li hodnoty responzní veličiny kladné a cílová hodnota je nula):
- "nominální hodnota je nejlepší" (hodnoty responzní veličiny mohou být kladné i záporné):
- "větší je lepší" (hodnoty responzní veličiny musejí být kladné):

$$z_i = -10 \log_{10} \frac{1}{Mp} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^p y_{ijk}^2$$

$$z_i = 10 \log_{10} \frac{\bar{y}_i^2}{S_i^2}$$

$$z_i = -10 \log_{10} \frac{1}{Mp} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^p \frac{1}{y_{ijk}^2}$$

75. Popište Plackettův-Burmanův přístup k návrhu experimentu

Základní typy designových matic v Plackettově-Burmanově přístupu:

- pro dvě úrovně $N-1$ faktorů, kde N je násobek 4
- pokud je N mocninou 2, jedná se o klasický dílčí návrh faktoriálního experimentu
- pokud je faktorů méně než $N-1$, použijeme pouze odpovídající počet sloupců a ostatní sloupce budou odpovídat tzv. fiktivním proměnným (dummy variables)
- existují i tabulky pro 3, 4, 5 nebo 7 úrovní faktorů

Vytváření designových matic:

- 1. řádek jsou samé +
- 2. řádek je kombinace + a –
- 3. a další řádky vznikají cyklickým posouváním + a –
- to vše se potom náhodně promíchá

Run	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉	X ₁₀	X ₁₁
1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
2	–	+	–	+	+	+	–	–	–	+	–
3	–	–	+	–	+	+	+	–	–	–	+
4	+	–	–	+	–	+	+	+	–	–	–
5	–	+	–	–	+	–	+	+	+	–	–
6	–	–	+	–	–	+	–	+	+	+	–
7	–	–	–	+	–	–	+	–	+	+	+
8	+	–	–	–	+	–	–	+	–	+	+
9	+	+	–	–	–	+	–	–	+	–	+
10	+	+	+	–	–	–	+	–	–	+	–
11	–	+	+	+	–	–	–	+	–	–	+
12	+	–	+	+	+	–	–	–	+	–	–