Pravděpodobnost a matematická statistika

prof. RNDr. Gejza Dohnal, CSc.
dohnal@nipax.cz

Pravděpodobnost a matematická statistika

prof. RNDr. Gejza Dohnal, CSc.
dohnal@nipax.cz

I. Úvod

https://sms.nipax.cz/pas

Základy stochastiky

(1) Jiří Likeš, Josef Machek: Počet pravděpodobnosti. Sešit X edice MVŠT, SNTL Praha 1981

(2) Jiří Likeš, Josef Machek: Matematická statistika. Sešit XI edice MVŠT, SNTL Praha 1988 (2. vydání)

(3) tyto přednášky a další učebnice naleznete na adrese:

Základy stochastiky

(1) Jiří Likeš, Josef Machek: Počet pravděpodobnosti. Sešit X edice MVŠT, SNTL Praha 1981

(2) Jiří Likeš, Josef Machek: Matematická statistika. Sešit XI edice MVŠT, SNTL Praha 1988 (2. vydání)

(3) tyto přednášky a další učebnice naleznete na adrese:

https://sms.nipax.cz/zs

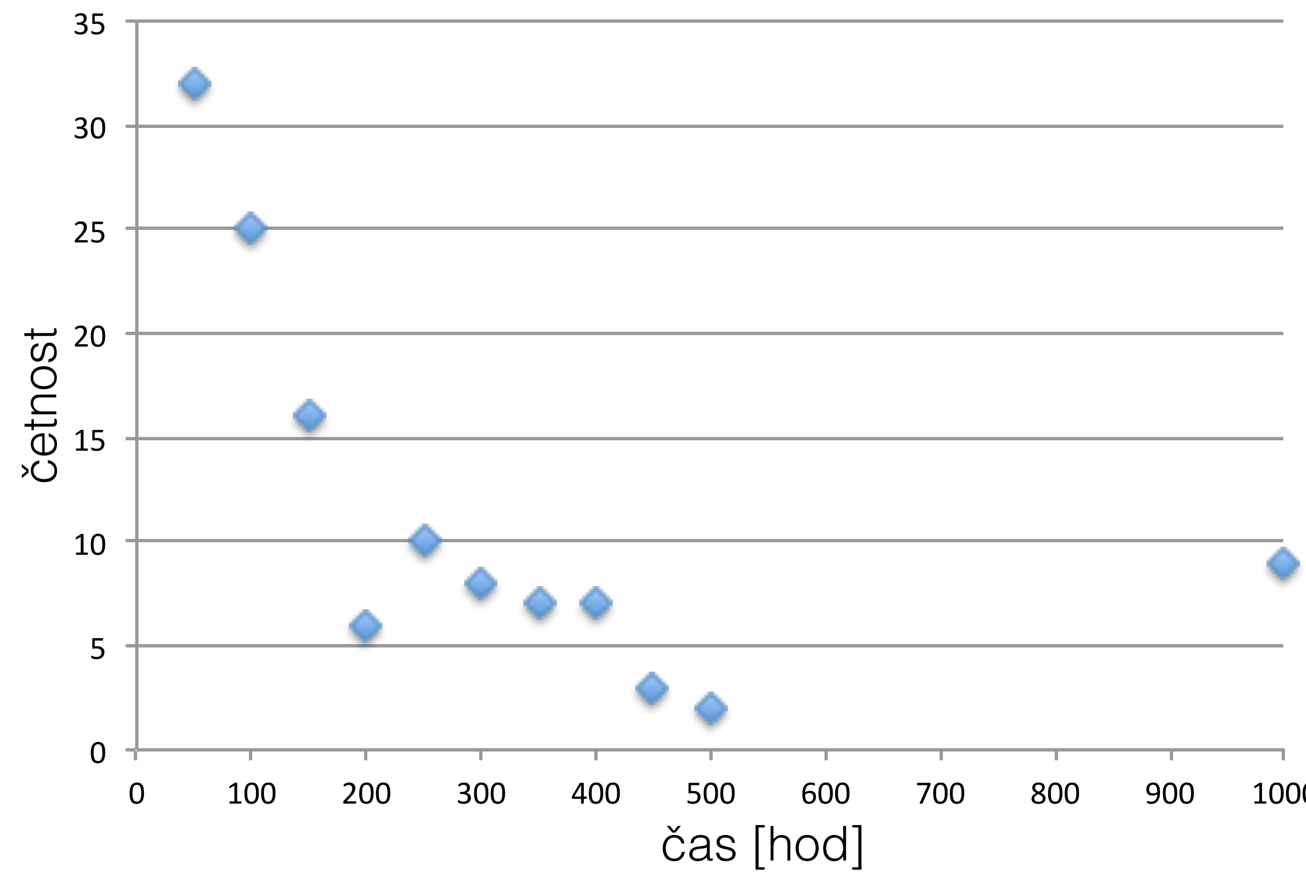
Doba do poruchy navigačních přístrojů

i	t_i	n_i
1	50	32
2	100	25
3	150	16
4	200	6
5	250	10
6	300	8
7	350	7
8	400	7
9	450	3
10	500	2
11	1000	9

i … pořadové číslo intervalu,
t_i … horní mez intervalu i [hod],
n_i … četnost poruch v intervalu i,

Doba do poruchy navigačních přístrojů

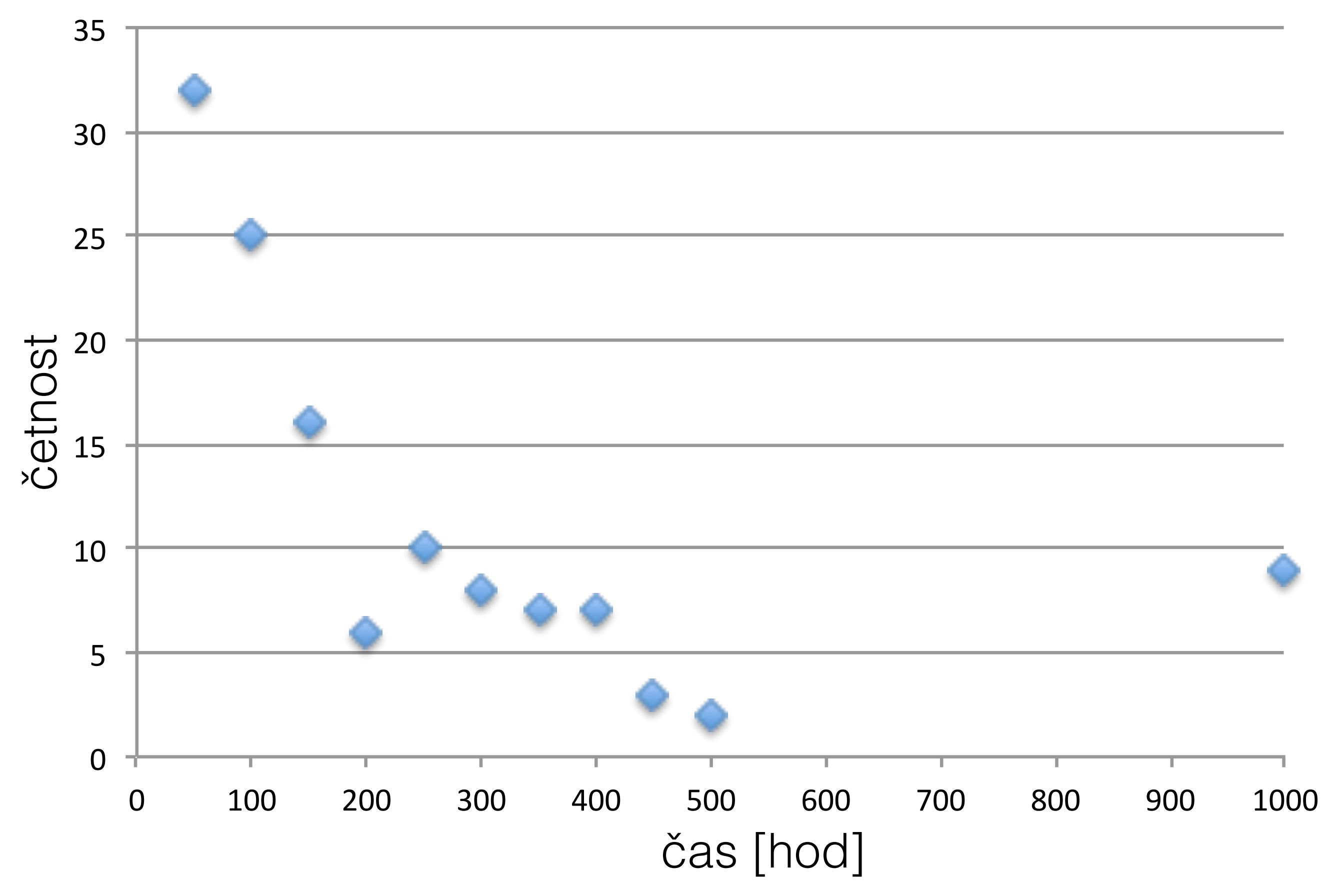
i	t_i	n_i
1	50	32
2	100	25
3	150	16
4	200	6
5	250	10
6	300	8
7	350	7
8	400	7
9	450	3
10	500	2
11	1000	9



i … pořadové číslo intervalu,
t_i … horní mez intervalu i [hod],
n_i … četnost poruch v intervalu i,

Doba do poruchy navigačních přístrojů

i	t_i	n_i
1	50	32
2	100	25
3	150	16
4	200	6
5	250	10
6	300	8
7	350	7
8	400	7
9	450	3
10	500	2
11	1000	9



i … pořadové číslo intervalu,

t_i … horní mez intervalu i [hod],

n_i … četnost poruch v intervalu i,

Doba do poruchy navigačních přístrojů

i	t_i	n_i	R_i
1	50	32	93
2	100	25	68
3	150	16	52
4	200	6	46
5	250	10	36
6	300	8	28
7	350	7	21
8	400	7	14
9	450	3	11
10	500	2	9
11	1000	9	0

i … pořadové číslo intervalu,

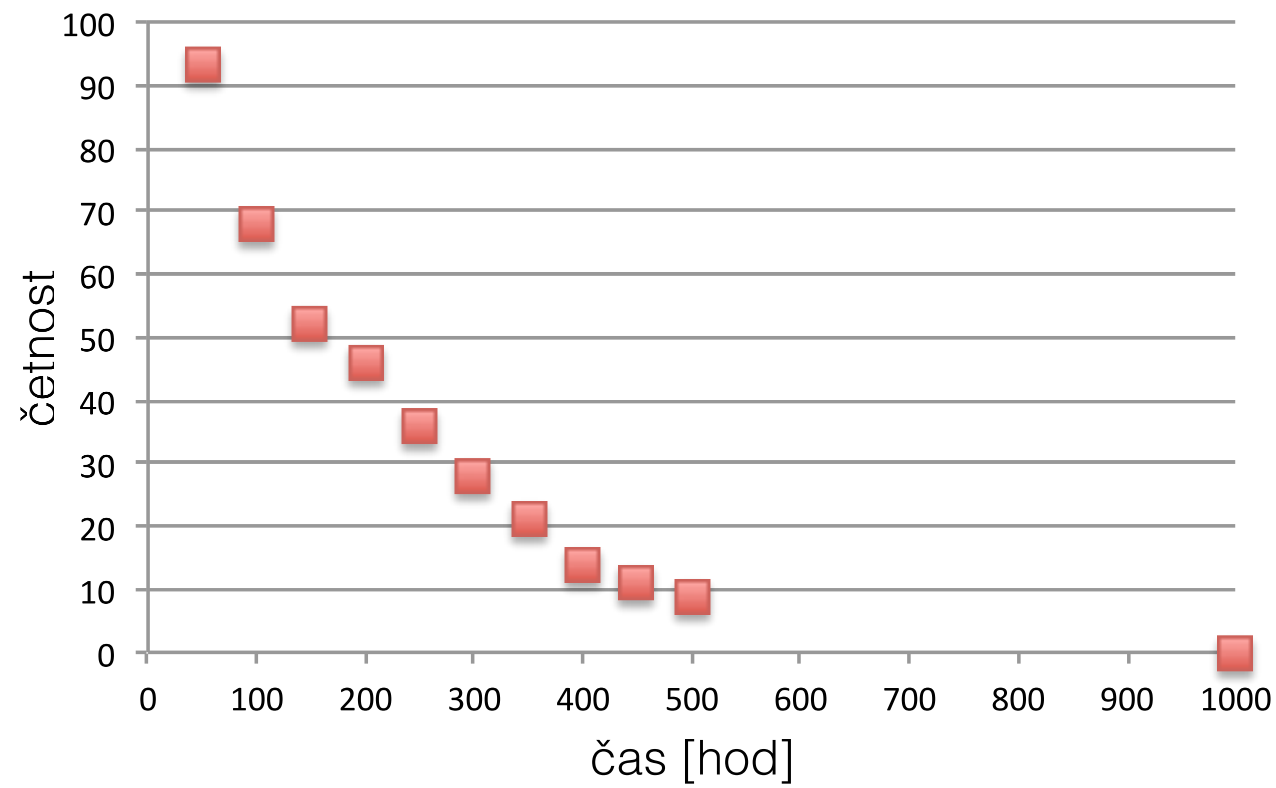
t_i … horní mez intervalu i [hod],

n_i … četnost poruch v intervalu i,

R_i … četnost přežití intervalu i,

Doba do poruchy navigačních přístrojů

i	t_i	n_i	R_i
1	50	32	93
2	100	25	68
3	150	16	52
4	200	6	46
5	250	10	36
6	300	8	28
7	350	7	21
8	400	7	14
9	450	3	11
10	500	2	9
11	1000	9	0



i … pořadové číslo intervalu,

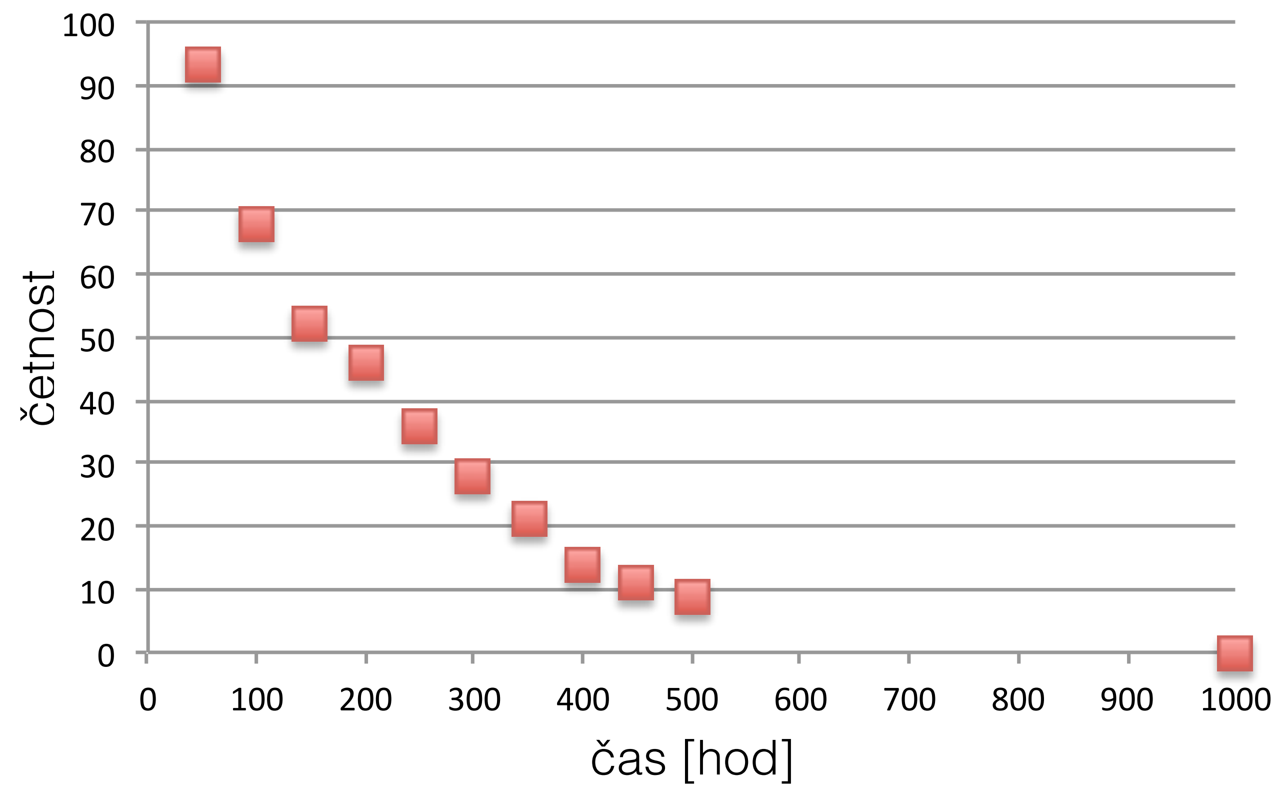
t_i … horní mez intervalu i [hod],

n_i … četnost poruch v intervalu i,

R_i … četnost přežití intervalu i,

Doba do poruchy navigačních přístrojů

i	t_i	n_i	R_i
1	50	32	93
2	100	25	68
3	150	16	52
4	200	6	46
5	250	10	36
6	300	8	28
7	350	7	21
8	400	7	14
9	450	3	11
10	500	2	9
11	1000	9	0



i … pořadové číslo intervalu,

t_i … horní mez intervalu i [hod],

n_i … četnost poruch v intervalu i,

R_i … četnost přežití intervalu i,

Doba do poruchy navigačních přístrojů

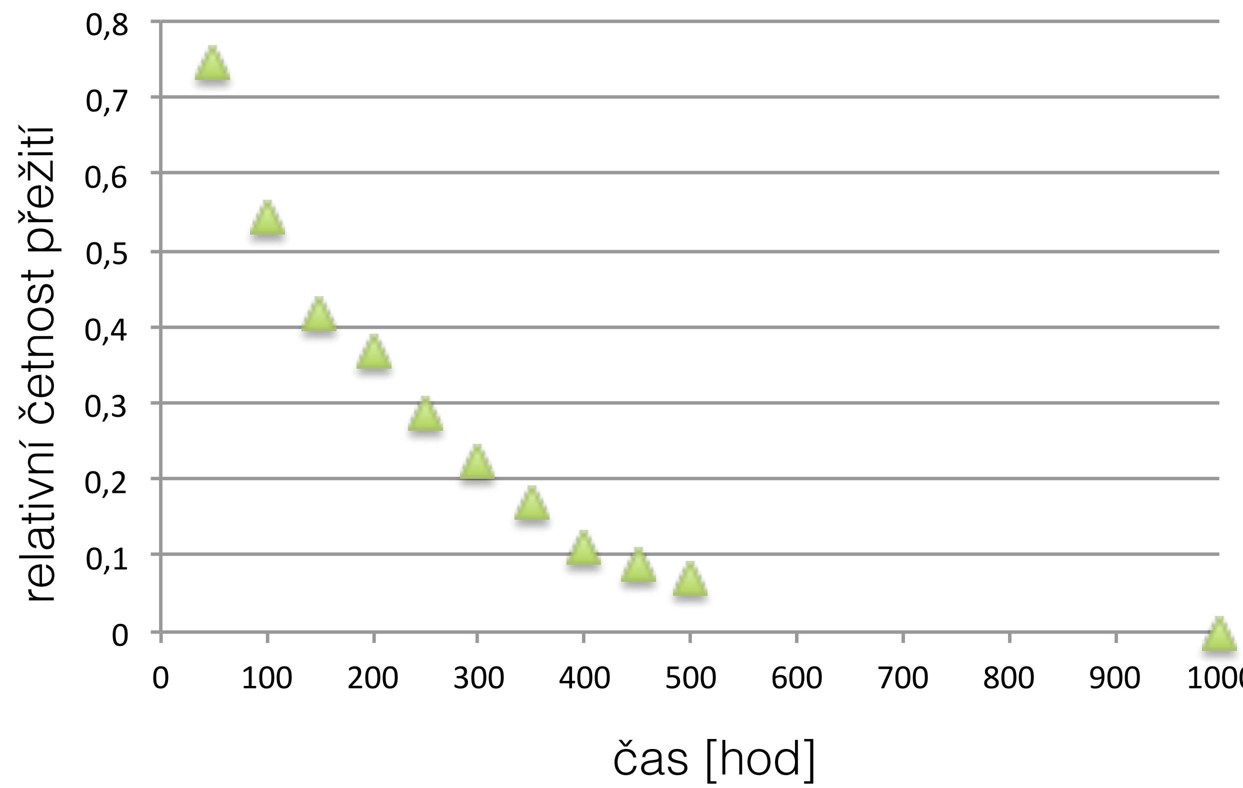
i	t_i	n_i	R_i	R_i/n
1	50	32	93	0,744
2	100	25	68	0,544
3	150	16	52	0,416
4	200	6	46	0,368
5	250	10	36	0,288
6	300	8	28	0,224
7	350	7	21	0,168
8	400	7	14	0,112
9	450	3	11	0,088
10	500	2	9	0,072
11	1000	9	0	0

i … pořadové číslo intervalu,
t_i … horní mez intervalu i [hod],
n_i … četnost poruch v intervalu i,

R_i … četnost přežití intervalu i,
R_i/n … relativní četnost přežití,

Doba do poruchy navigačních přístrojů

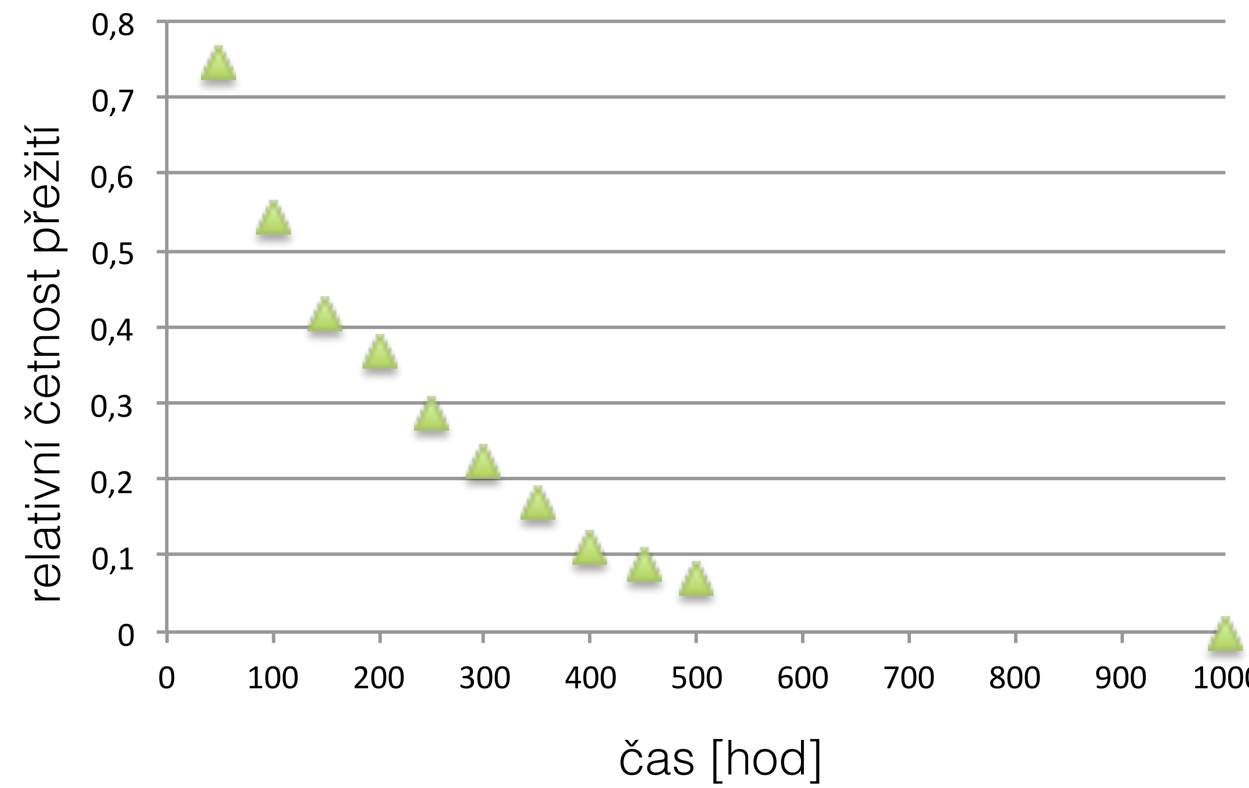
i	t_i	n_i	R_i	R_i/n
1	50	32	93	0,744
2	100	25	68	0,544
3	150	16	52	0,416
4	200	6	46	0,368
5	250	10	36	0,288
6	300	8	28	0,224
7	350	7	21	0,168
8	400	7	14	0,112
9	450	3	11	0,088
10	500	2	9	0,072
11	1000	9	0	0



i … pořadové číslo intervalu,
t_i … horní mez intervalu i [hod],
n_i … četnost poruch v intervalu i,
R_i … četnost přežití intervalu i,
R_i/n … relativní četnost přežití,

Doba do poruchy navigačních přístrojů

i	t_i	n_i	R_i	R_i/n
1	50	32	93	0,744
2	100	25	68	0,544
3	150	16	52	0,416
4	200	6	46	0,368
5	250	10	36	0,288
6	300	8	28	0,224
7	350	7	21	0,168
8	400	7	14	0,112
9	450	3	11	0,088
10	500	2	9	0,072
11	1000	9	0	0



i … pořadové číslo intervalu,
t_i … horní mez intervalu i [hod],
n_i … četnost poruch v intervalu i,
R_i … četnost přežití intervalu i,
R_i/n … relativní četnost přežití,

Doba do poruchy navigačních přístrojů

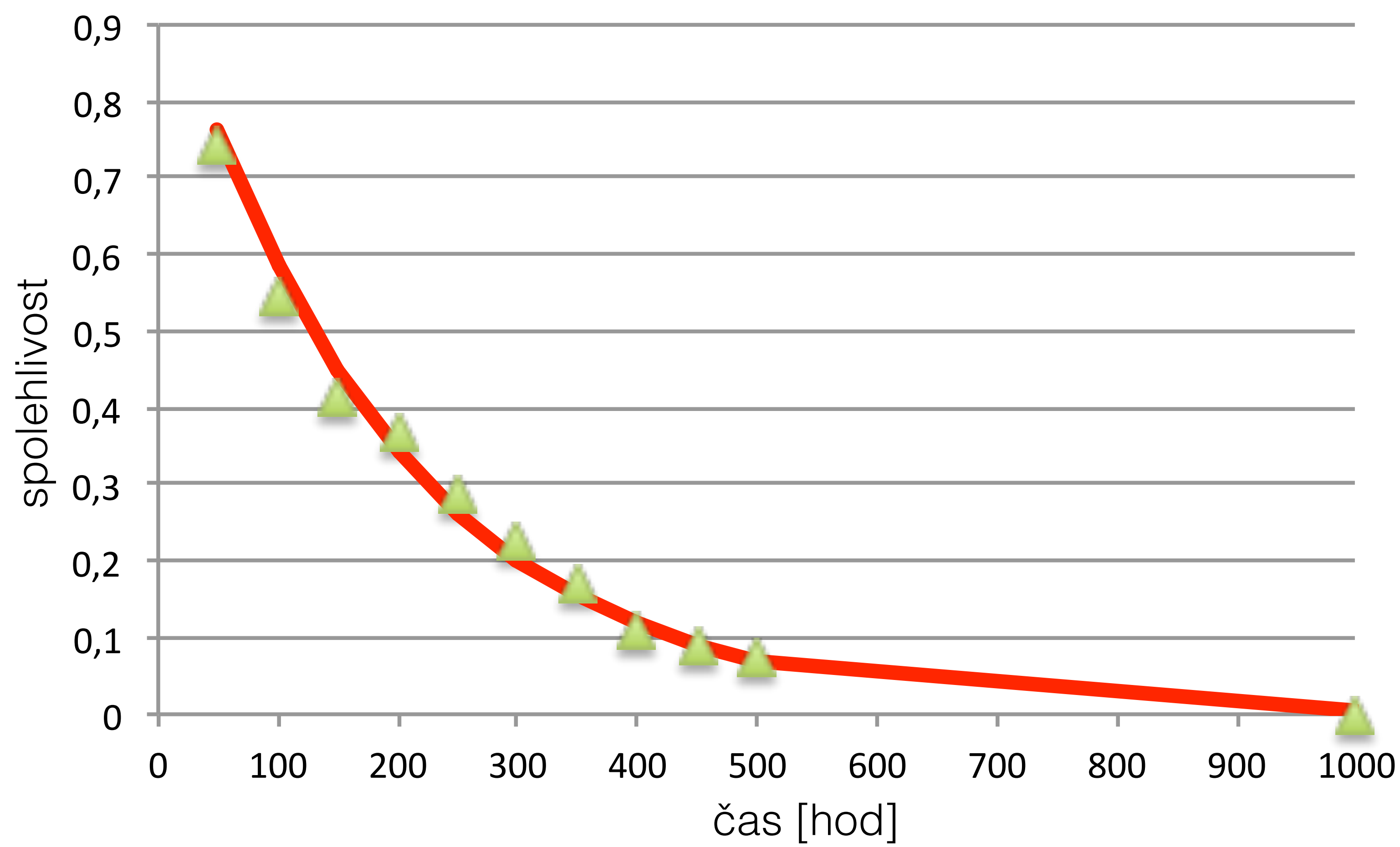
i	t_i	n_i	R_i	R_i/n	$P(t_i)$
1	50	32	93	0,744	0,765
2	100	25	68	0,544	0,586
3	150	16	52	0,416	0,448
4	200	6	46	0,368	0,343
5	250	10	36	0,288	0,262
6	300	8	28	0,224	0,201
7	350	7	21	0,168	0,154
8	400	7	14	0,112	0,118
9	450	3	11	0,088	0,090
10	500	2	9	0,072	0,069
11	1000	9	0	0	0,005

i … pořadové číslo intervalu,
t_i … horní mez intervalu i [hod],
n_i … četnost poruch v intervalu i,

R_i … četnost přežití intervalu i,
R_i/n … relativní četnost přežití,
$P(t_i)$… odhad funkce spolehlivosti.

Doba do poruchy navigačních přístrojů

i	t_i	n_i	R_i	R_i/n	$P(t_i)$
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					

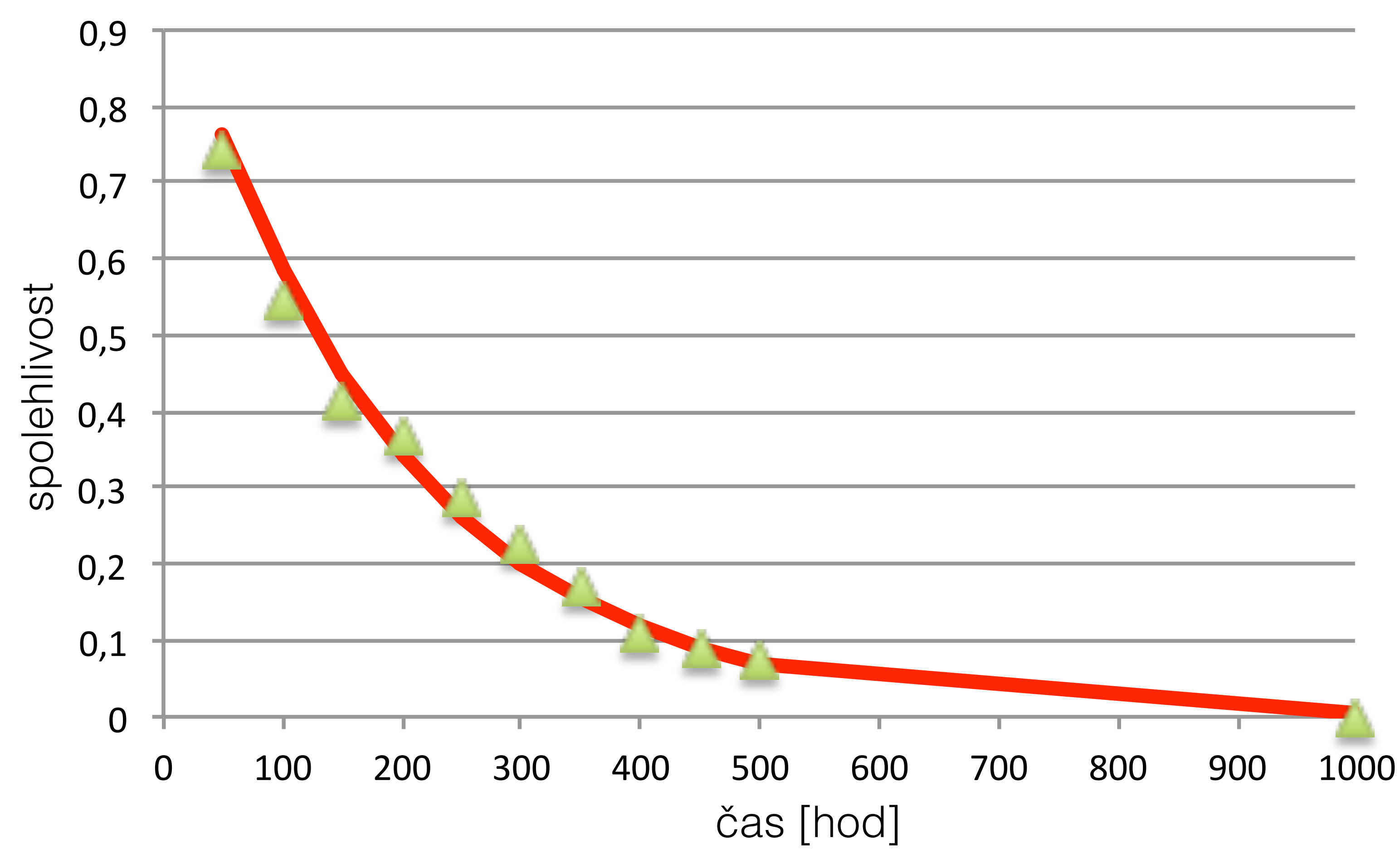


i … pořadové číslo intervalu,
t_i … horní mez intervalu i [hod],
n_i … četnost poruch v intervalu i,

R_i … četnost přežití intervalu i,
R_i/n … relativní četnost přežití,
$P(t_i)$… odhad funkce spolehlivosti.

Doba do poruchy navigačních přístrojů

i	t_i	n_i	R_i	R_i/n	$P(t_i)$
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					



i … pořadové číslo intervalu,
t_i … horní mez intervalu i [hod],
n_i … četnost poruch v intervalu i,
R_i … četnost přežití intervalu i,
R_i/n … relativní četnost přežití,
$P(t_i)$… odhad funkce spolehlivosti.

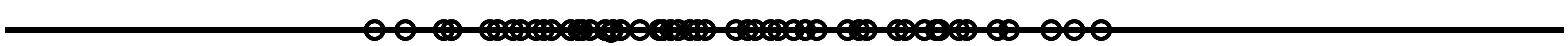
Balící automat na kávu

Balící automat na kávu

24.52586	24.17119	24.54486	24.44240	23.93455
24.20389	24.19974	24.34851	23.94024	24.21022
24.87474	25.06155	25.48924	25.32572	23.71721
24.61622	25.06676	24.90055	24.36213	24.98580
24.80591	24.20853	24.72623	24.64437	24.70405
23.97645	25.29837	24.46910	24.99453	25.42994
24.66147	24.75773	25.03970	24.44901	25.13285
24.40205	24.78721	23.83656	24.17186	23.65390
24.48244	24.68550	24.22988	23.83956	24.09777
24.52098	24.89240	24.25332	24.14259	25.12906

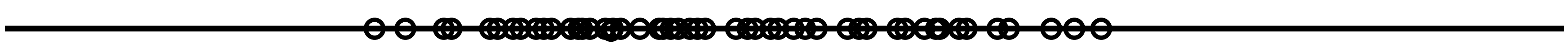
Balící automat na kávu

24.52586	24.17119	24.54486	24.44240	23.93455
24.20389	24.19974	24.34851	23.94024	24.21022
24.87474	25.06155	25.48924	25.32572	23.71721
24.61622	25.06676	24.90055	24.36213	24.98580
24.80591	24.20853	24.72623	24.64437	24.70405
23.97645	25.29837	24.46910	24.99453	25.42994
24.66147	24.75773	25.03970	24.44901	25.13285
24.40205	24.78721	23.83656	24.17186	23.65390
24.48244	24.68550	24.22988	23.83956	24.09777
24.52098	24.89240	24.25332	24.14259	25.12906



Balící automat na kávu

24.52586	24.17119	24.54486	24.44240	23.93455
24.20389	24.19974	24.34851	23.94024	24.21022
24.87474	25.06155	25.48924	25.32572	23.71721
24.61622	25.06676	24.90055	24.36213	24.98580
24.80591	24.20853	24.72623	24.64437	24.70405
23.97645	25.29837	24.46910	24.99453	25.42994
24.66147	24.75773	25.03970	24.44901	25.13285
24.40205	24.78721	23.83656	24.17186	23.65390
24.48244	24.68550	24.22988	23.83956	24.09777
24.52098	24.89240	24.25332	24.14259	25.12906



Balící automat na kávu

Stem and Leaf diagram

254 | 39
252 | 03
250 | 46733
248 | 179099
246 | 24690369
244 | 04578234
242 | 00113556
240 | 0477
238 | 44348
236 | 52

Balící automat na kávu

<u>Stem and Leaf diagram</u>

254 | 39
252 | 03
250 | 46733
248 | 179099
246 | 24690369
244 | 04578234
242 | 00113556
240 | 0477
238 | 44348
236 | 52

Balící automat na kávu

Stem and Leaf diagram

254 | 39 ← maximum
252 | 03
250 | 46733
248 | 179099
246 | 24690369
244 | 04578234
242 | 00113556
240 | 0477
238 | 44348
236 | 52 ← minimum

Balící automat na kávu

<u>Stem and Leaf diagram</u>

254 | 39 ← maximum
252 | 03
250 | 46733
248 | 179099
246 | 24690369
244 | 04578234
242 | 00113556
240 | 0477
238 | 44348
236 | 52 ← minimum

Balící automat na kávu

<u>Stem and Leaf diagram</u>

254 | 39 ← maximum
252 | 03
250 | 46733
248 | 179099
246 | 24690369
244 | 04578234 ← medián
242 | 00113556
240 | 0477
238 | 44348
236 | 52 ← minimum

Balící automat na kávu

<u>Stem and Leaf diagram</u>

254 | 39 ← maximum
252 | 03
250 | 46733
248 | 179099
246 | 24690369
244 | 04578234 ← medián
242 | 00113556
240 | 0477
238 | 44348
236 | 52 ← minimum

Balící automat na kávu

<u>Stem and Leaf diagram</u>

254 | 39 ← maximum
252 | 03
250 | 46733
248 | 179099 ← horní kvartil
246 | 24690369
244 | 04578234 ← medián
242 | 00113556 ← dolní kvartil
240 | 0477
238 | 44348
236 | 52 ← minimum

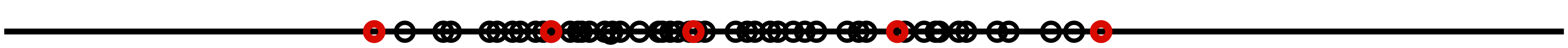
Balící automat na kávu

<u>Stem and Leaf diagram</u>

254 | 39 ← maximum
252 | 03
250 | 46733
248 | 179099 ← horní kvartil
246 | 24690369
244 | 04578234 ← medián
242 | 00113556 ← dolní kvartil
240 | 0477
238 | 44348
236 | 52 ← minimum

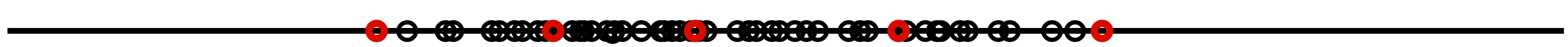
Balící automat na kávu

24.52586	24.17119	24.54486	24.44240	23.93455
24.20389	24.19974	24.34851	23.94024	24.21022
24.87474	25.06155	25.48924	25.32572	23.71721
24.61622	25.06676	24.90055	24.36213	24.98580
24.80591	24.20853	24.72623	24.64437	24.70405
23.97645	25.29837	24.46910	24.99453	25.42994
24.66147	24.75773	25.03970	24.44901	25.13285
24.40205	24.78721	23.83656	24.17186	23.65390
24.48244	24.68550	24.22988	23.83956	24.09777
24.52098	24.89240	24.25332	24.14259	25.12906

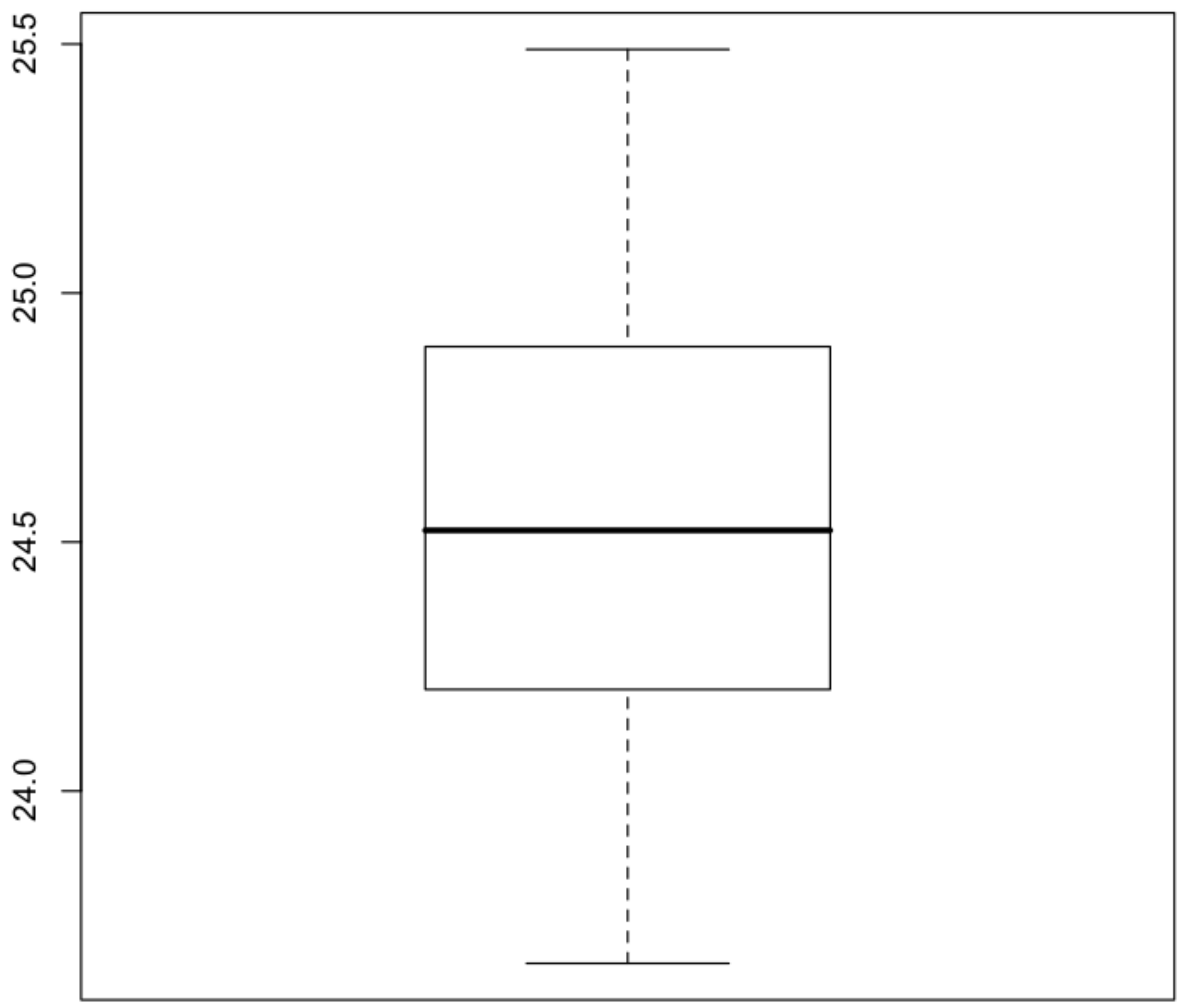


Balící automat na kávu

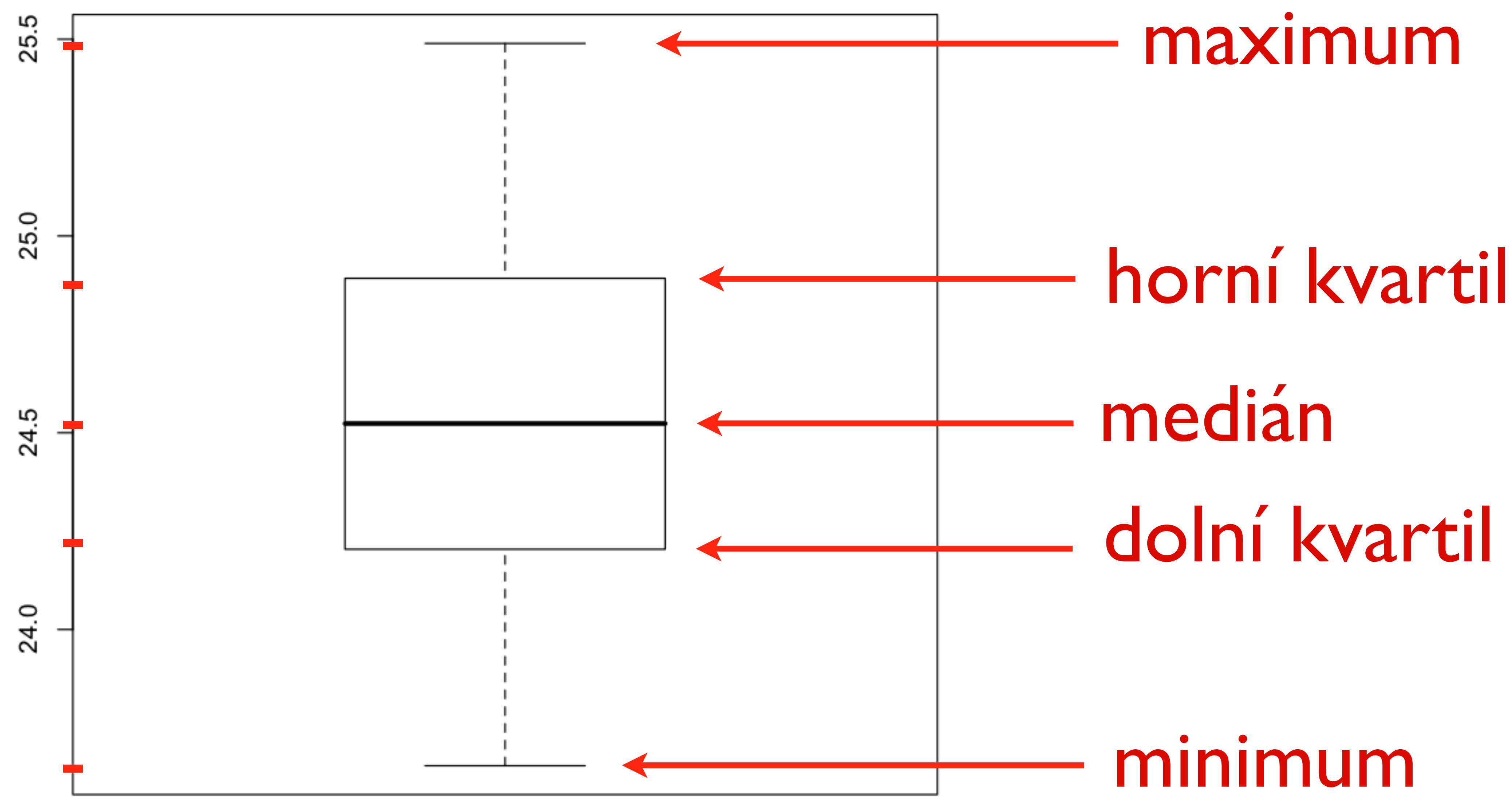
24.52586	24.17119	24.54486	24.44240	23.93455
24.20389	24.19974	24.34851	23.94024	24.21022
24.87474	25.06155	25.48924	25.32572	23.71721
24.61622	25.06676	24.90055	24.36213	24.98580
24.80591	24.20853	24.72623	24.64437	24.70405
23.97645	25.29837	24.46910	24.99453	25.42994
24.66147	24.75773	25.03970	24.44901	25.13285
24.40205	24.78721	23.83656	24.17186	23.65390
24.48244	24.68550	24.22988	23.83956	24.09777
24.52098	24.89240	24.25332	24.14259	25.12906



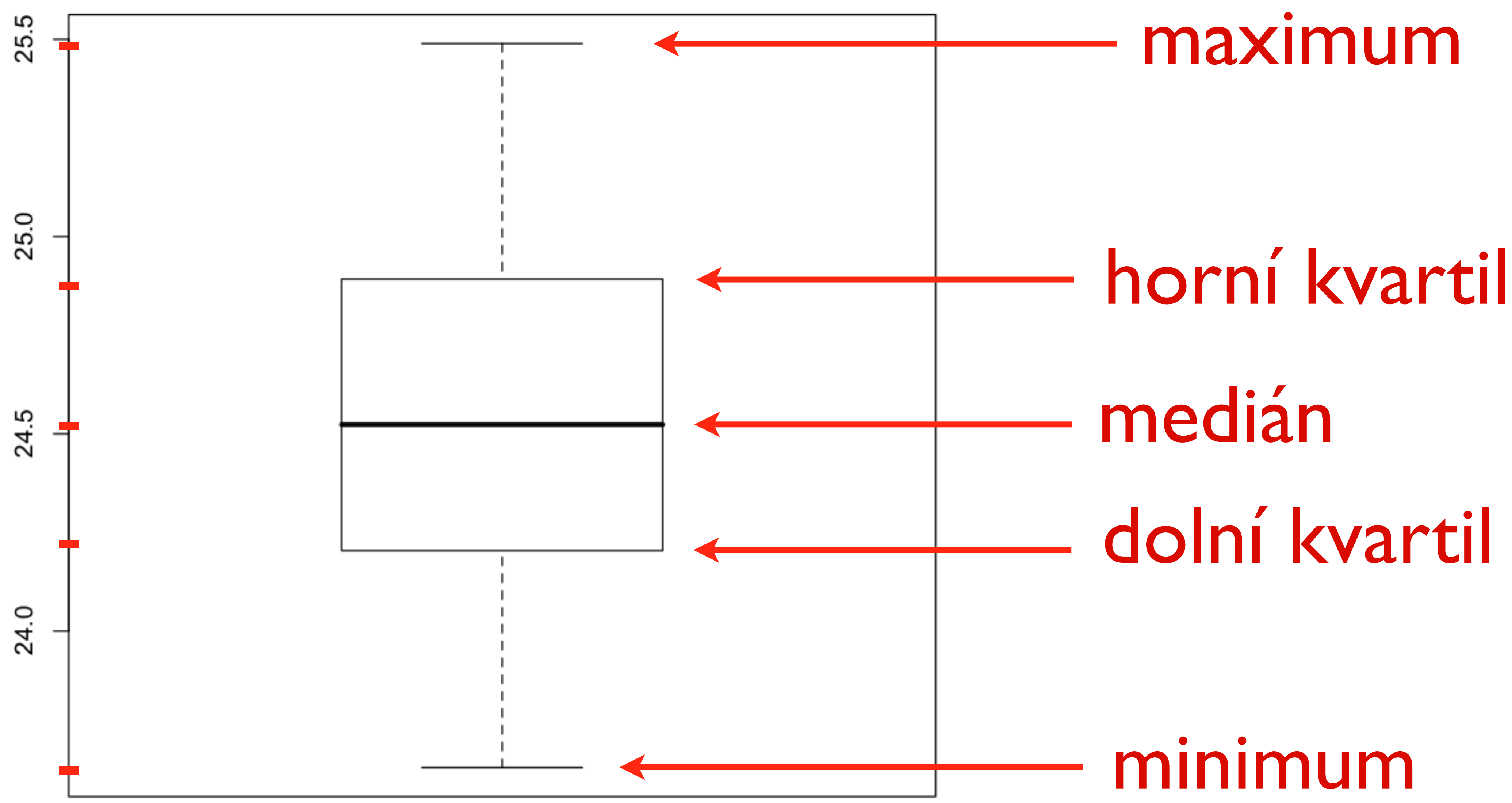
Balící automat na kávu



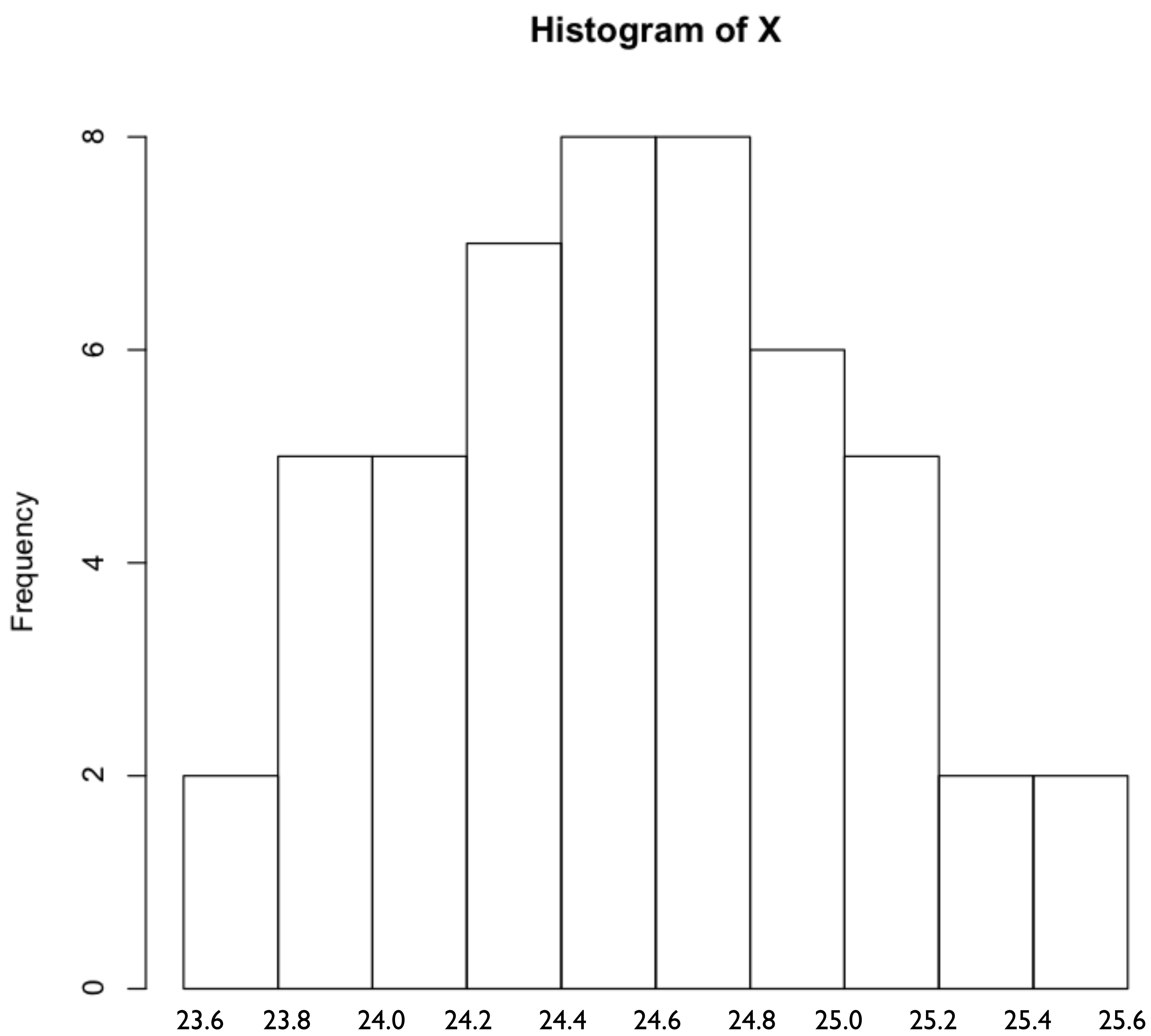
Balící automat na kávu



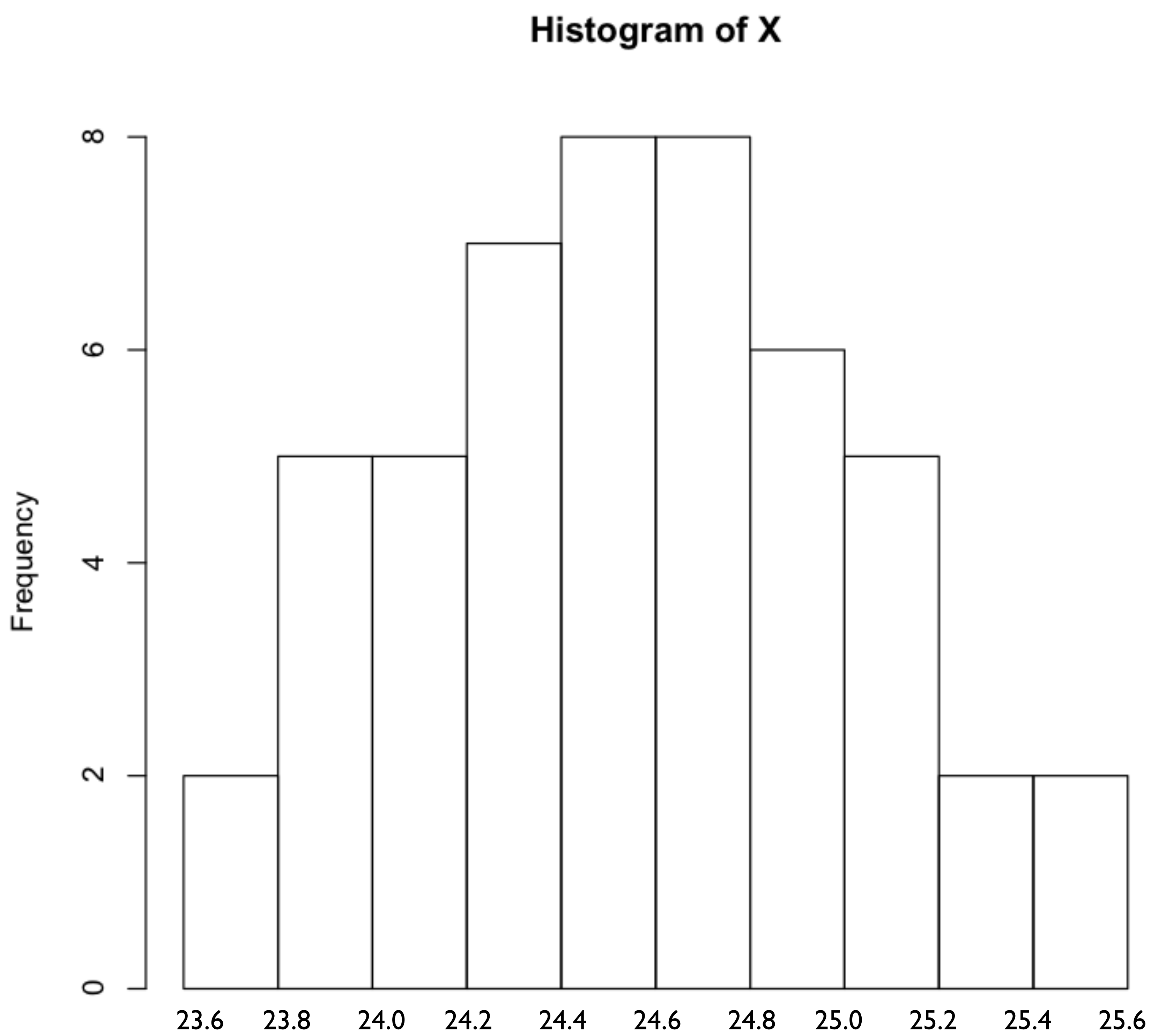
Balící automat na kávu



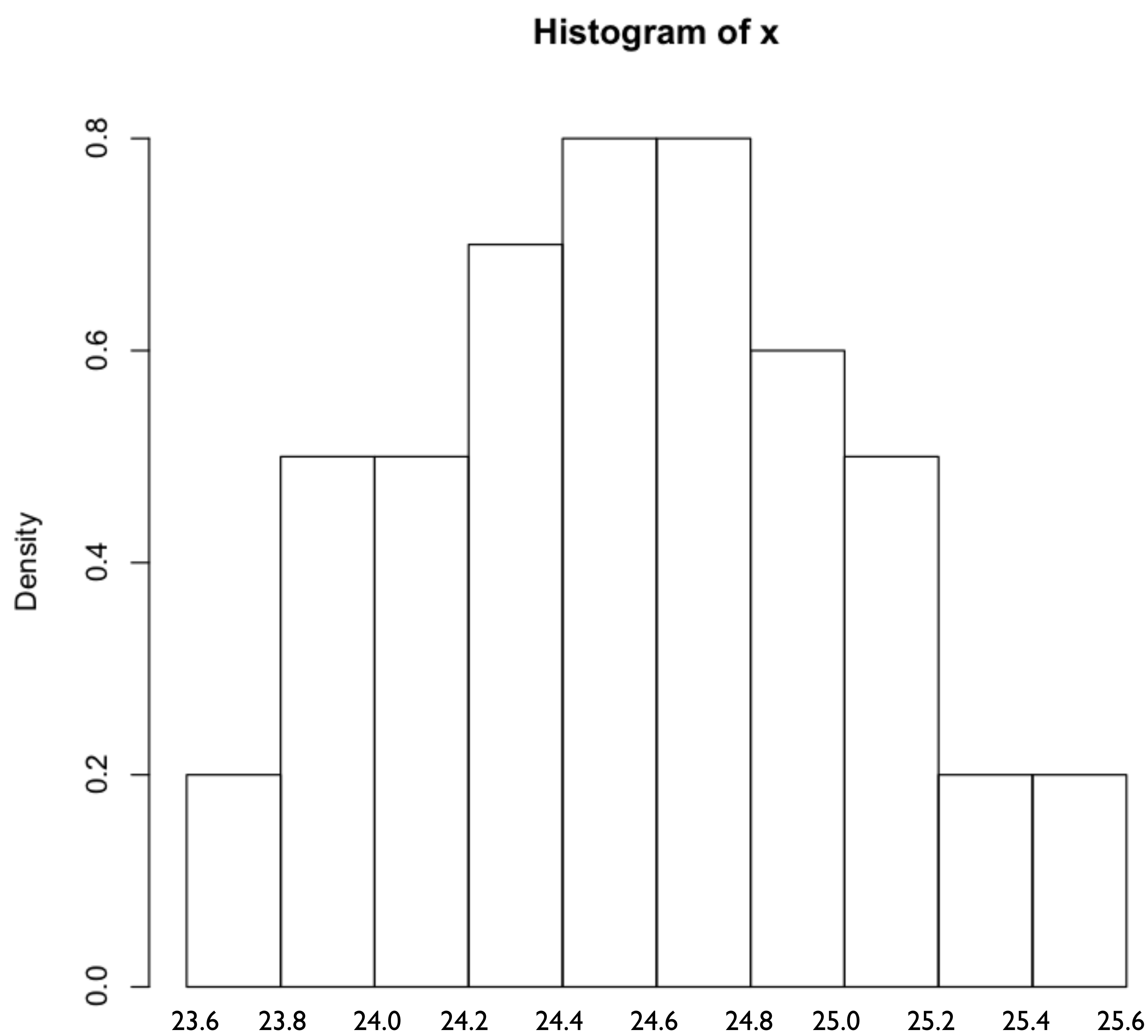
Balící automat na kávu



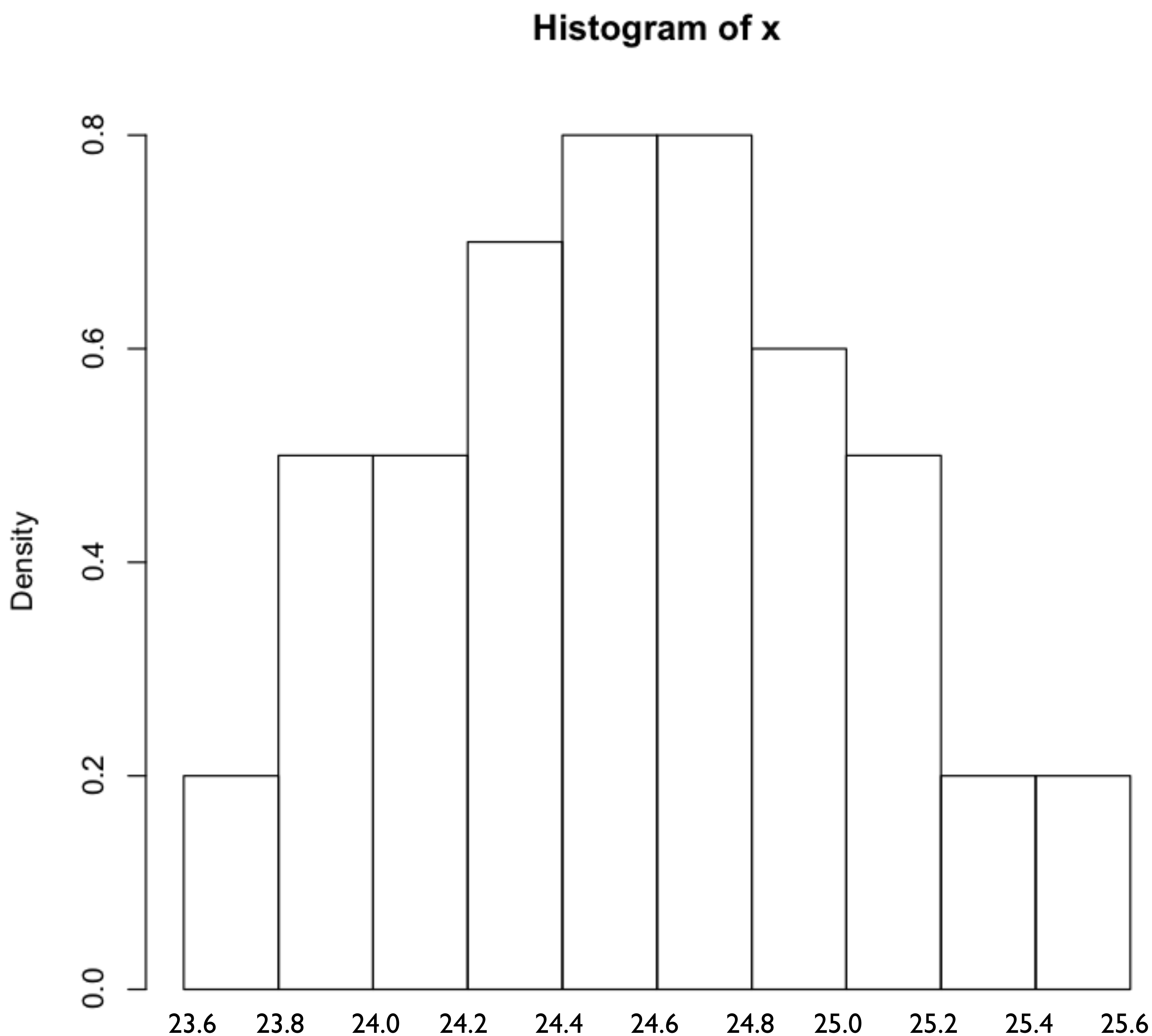
Balící automat na kávu



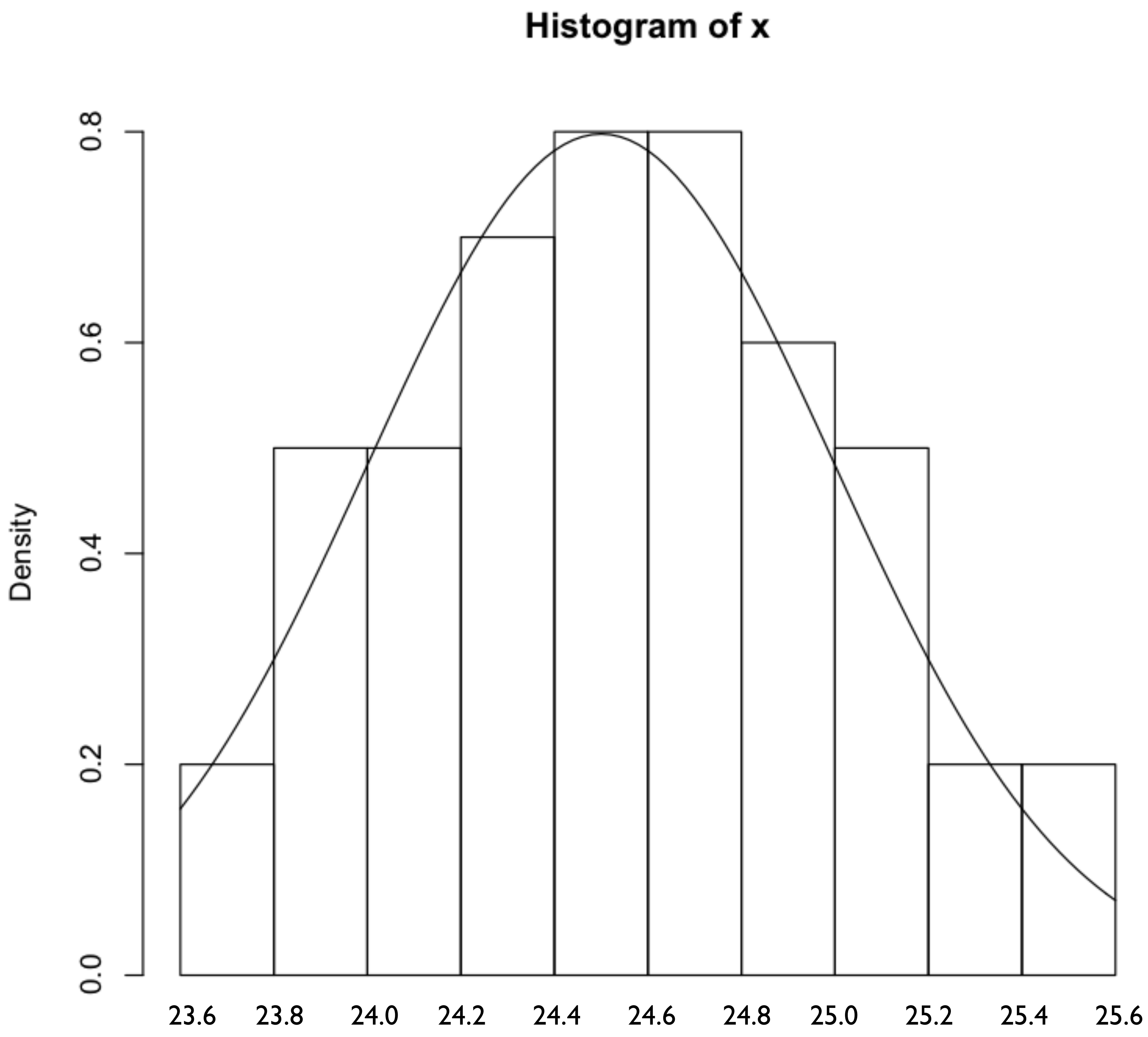
Balící automat na kávu



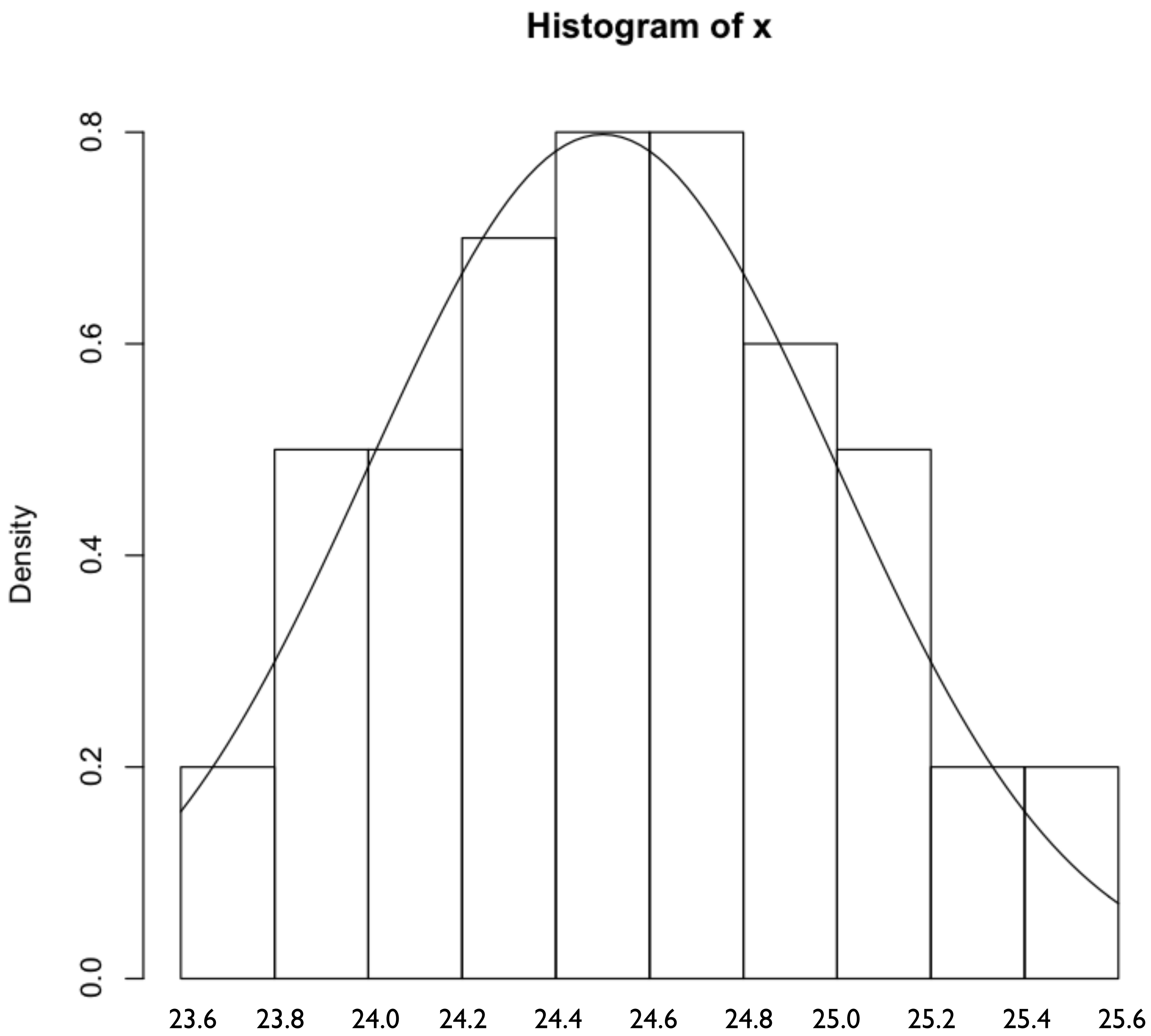
Balící automat na kávu



Balící automat na kávu



Balící automat na kávu



Balící automat na kávu

Výběrový průměr

$$\boxed{\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i = 24.54689}$$

Balící automat na kávu

Výběrový průměr

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i = 24.54689$$

Výběrový rozptyl

$$s^2_{n-1}(X) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2 = 0.2102477$$

Balící automat na kávu

Výběrový průměr

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i = 24.54689$$

Výběrový rozptyl

$$s_{n-1}^2(X) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2 = 0.2102477$$

Výběrová směrodatná odchylka

$$s_{n-1}(X) = \sqrt{s_{n-1}^2(X)} = 0.4585277$$

Balící automat na kávu

Výběrový průměr

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i = 24.54689$$

Výběrový rozptyl

$$s_{n-1}^2(X) = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})^2 = 0.2102477$$

Výběrová směrodatná odchylka

$$s_{n-1}(X) = \sqrt{s_{n-1}^2(X)} = 0.4585277$$

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

0.26	5.00	8.65	7.20	1.62	2.91	0.17	6.05	2.70	3.95
1.12	3.18	3.27	7.45	3.08	0.81	3.65	0.40	0.32	0.23
0.57	6.24	4.65	6.49	2.80	5.62	11.78	4.17	0.48	1.15
0.93	1.32	3.43	0.28	5.95	0.63	1.91	3.94	2.57	4.81
1.81	5.04	2.05	12.64	1.73	10.54	5.75	5.41	5.21	2.39

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

0.26	5.00	8.65	7.20	1.62	2.91	0.17	6.05	2.70	3.95
1.12	3.18	3.27	7.45	3.08	0.81	3.65	0.40	0.32	0.23
0.57	6.24	4.65	6.49	2.80	5.62	11.78	4.17	0.48	1.15
0.93	1.32	3.43	0.28	5.95	0.63	1.91	3.94	2.57	4.81
1.81	5.04	2.05	12.64	1.73	10.54	5.75	5.41	5.21	2.39

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

0.26	5.00	8.65	7.20	1.62	2.91	0.17	6.05	2.70	3.95
1.12	3.18	3.27	7.45	3.08	0.81	3.65	0.40	0.32	0.23
0.57	6.24	4.65	6.49	2.80	5.62	11.78	4.17	0.48	1.15
0.93	1.32	3.43	0.28	5.95	0.63	1.91	3.94	2.57	4.81
1.81	5.04	2.05	12.64	1.73	10.54	5.75	5.41	5.21	2.39

0	22333456689113 6789
2	146789123479
4	0278002468
6	012525
8	7
10	58
12	6

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

0.26	5.00	8.65	7.20	1.62	2.91	0.17	6.05	2.70	3.95
1.12	3.18	3.27	7.45	3.08	0.81	3.65	0.40	0.32	0.23
0.57	6.24	4.65	6.49	2.80	5.62	11.78	4.17	0.48	1.15
0.93	1.32	3.43	0.28	5.95	0.63	1.91	3.94	2.57	4.81
1.81	5.04	2.05	12.64	1.73	10.54	5.75	5.41	5.21	2.39

$Y_{min} = 0.17$

0	223334566891136789
2	146789123479
4	0278002468
6	012525
8	7
10	58
12	6

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

0.26	5.00	8.65	7.20	1.62	2.91	0.17	6.05	2.70	3.95
1.12	3.18	3.27	7.45	3.08	0.81	3.65	0.40	0.32	0.23
0.57	6.24	4.65	6.49	2.80	5.62	11.78	4.17	0.48	1.15
0.93	1.32	3.43	0.28	5.95	0.63	1.91	3.94	2.57	4.81
1.81	5.04	2.05	12.64	1.73	10.54	5.75	5.41	5.21	2.39

$Y_{min} = 0.17$

$Y_{max} = 12.64$

0	22333456689113678 9
2	146789123479
4	0278002468
6	012525
8	7
10	58
12	6

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

0.26	5.00	8.65	7.20	1.62	2.91	$\boxed{0.17}$	6.05	2.70	3.95
1.12	$\boxed{3.18}$	3.27	7.45	$\boxed{3.08}$	0.81	3.65	0.40	0.32	0.23
0.57	6.24	4.65	6.49	2.80	5.62	11.78	4.17	0.48	1.15
0.93	1.32	3.43	0.28	5.95	0.63	1.91	3.94	2.57	4.81
1.81	5.04	2.05	$\boxed{12.64}$	1.73	10.54	5.75	5.41	5.21	2.39

Y_{min} = 0.17

Y_{max} = 12.64

Y_{med} = 3.13

0	$\boxed{2}$2333456689113 6789
2	146789$\boxed{12}$3479
4	0278002468
6	012525
8	7
10	58
12	$\boxed{6}$

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

0.26	5.00	8.65	7.20	1.62	2.91	0.17	6.05	2.70	3.95
1.12	3.18	3.27	7.45	3.08	0.81	3.65	0.40	0.32	0.23
0.57	6.24	4.65	6.49	2.80	5.62	11.78	4.17	0.48	1.15
0.93	1.32	3.43	0.28	5.95	0.63	1.91	3.94	2.57	4.81
1.81	5.04	2.05	12.64	1.73	10.54	5.75	5.41	5.21	2.39

$Y_{min} = 0.17$

$Y_{max} = 12.64$

$Y_{med} = 3.13$

$Y_{LQ} = 1.15$

$Y_{UQ} = 5.41$

0	22333456689113 6789
2	146789123479
4	02780024 68
6	012525
8	7
10	58
12	6

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

0.26	5.00	8.65	7.20	1.62	2.91	0.17	6.05	2.70	3.95
1.12	3.18	3.27	7.45	3.08	0.81	3.65	0.40	0.32	0.23
0.57	6.24	4.65	6.49	2.80	5.62	11.78	4.17	0.48	1.15
0.93	1.32	3.43	0.28	5.95	0.63	1.91	3.94	2.57	4.81
1.81	5.04	2.05	12.64	1.73	10.54	5.75	5.41	5.21	2.39

$Y_{min} = 0.17$

$Y_{max} = 12.64$

$Y_{med} = 3.13$

$Y_{LQ} = 1.15$

$Y_{UQ} = 5.41$

0	223334566891136789
2	146789123479
4	0278002468
6	012525
8	7
10	58
12	6

$\overline{Y} = 3.69$

$s^2_{n-1}(Y) = 9.0957$

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

0.26	5.00	8.65	7.20	1.62	2.91	0.17	6.05	2.70	3.95
1.12	3.18	3.27	7.45	3.08	0.81	3.65	0.40	0.32	0.23
0.57	6.24	4.65	6.49	2.80	5.62	11.78	4.17	0.48	1.15
0.93	1.32	3.43	0.28	5.95	0.63	1.91	3.94	2.57	4.81
1.81	5.04	2.05	12.64	1.73	10.54	5.75	5.41	5.21	2.39

$Y_{min} = 0.17$

$Y_{max} = 12.64$

$Y_{med} = 3.13$

$Y_{LQ} = 1.15$

$Y_{UQ} = 5.41$

0	2233345668911136789
2	146789123479
4	0278002468
6	012525
8	7
10	58
12	6

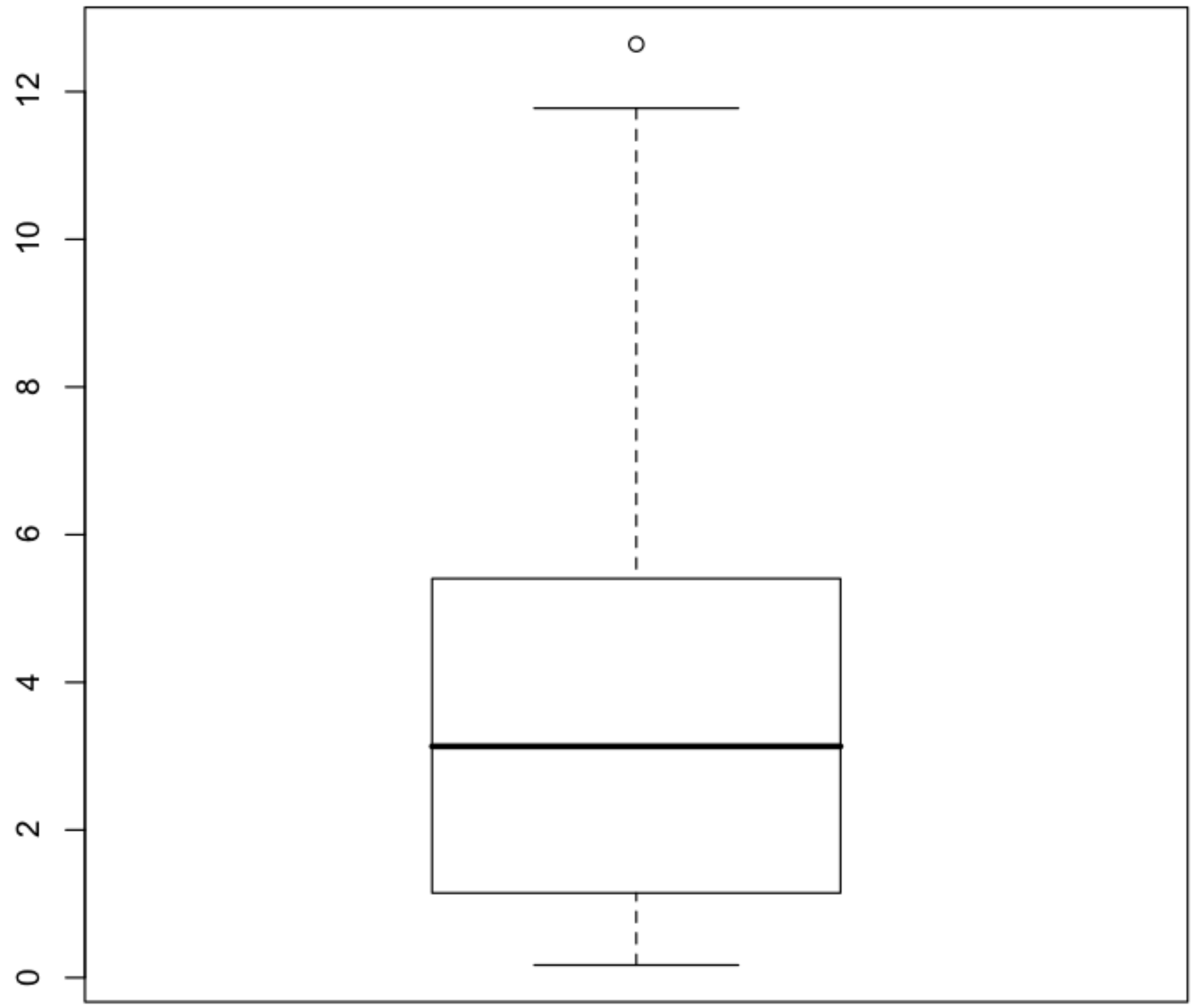
$\overline{Y} = 3.69$

$s^2_{n-1}(Y) = 9.0957$

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

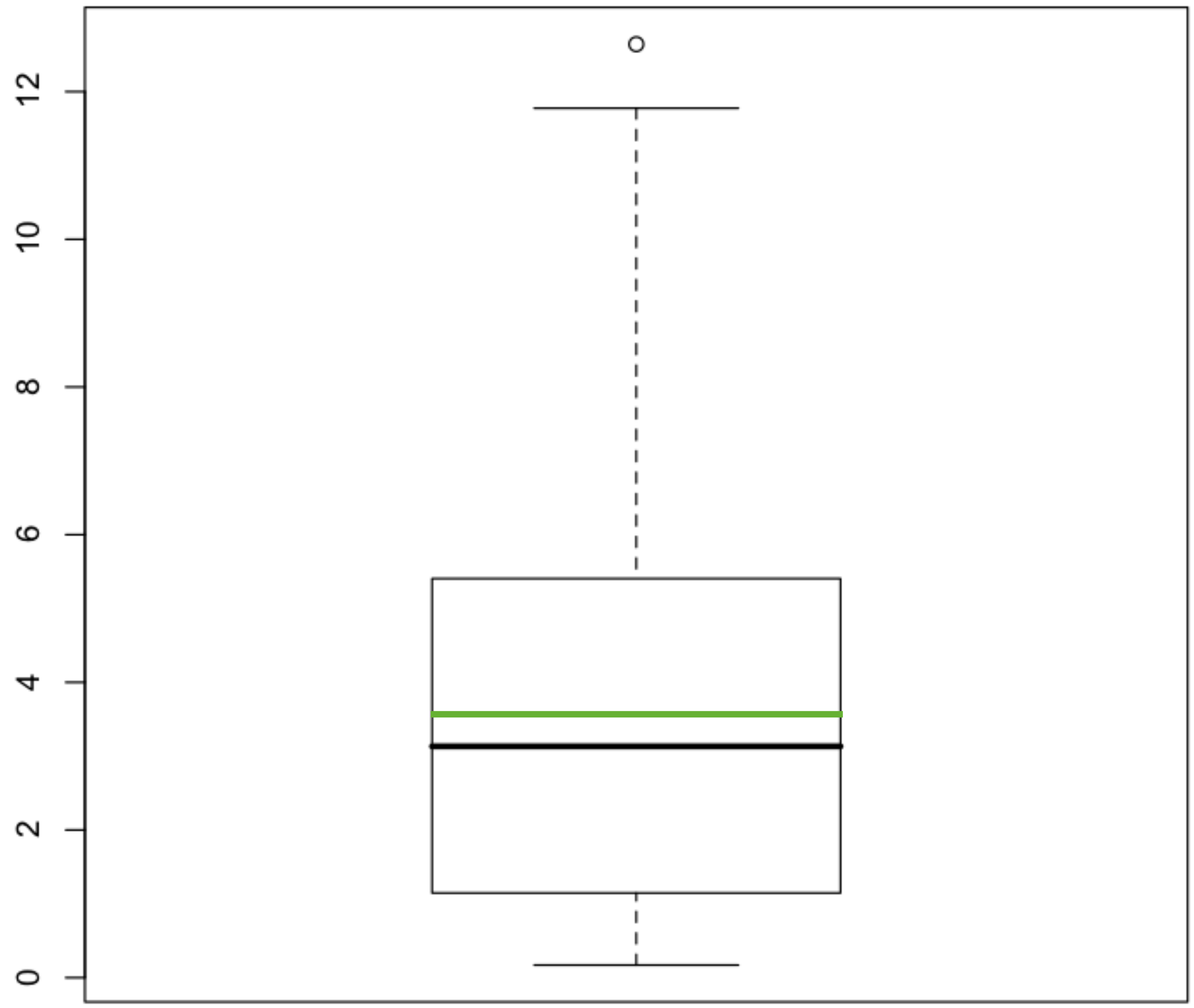
Krabicový graf (Box & Whiskers) Y

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou



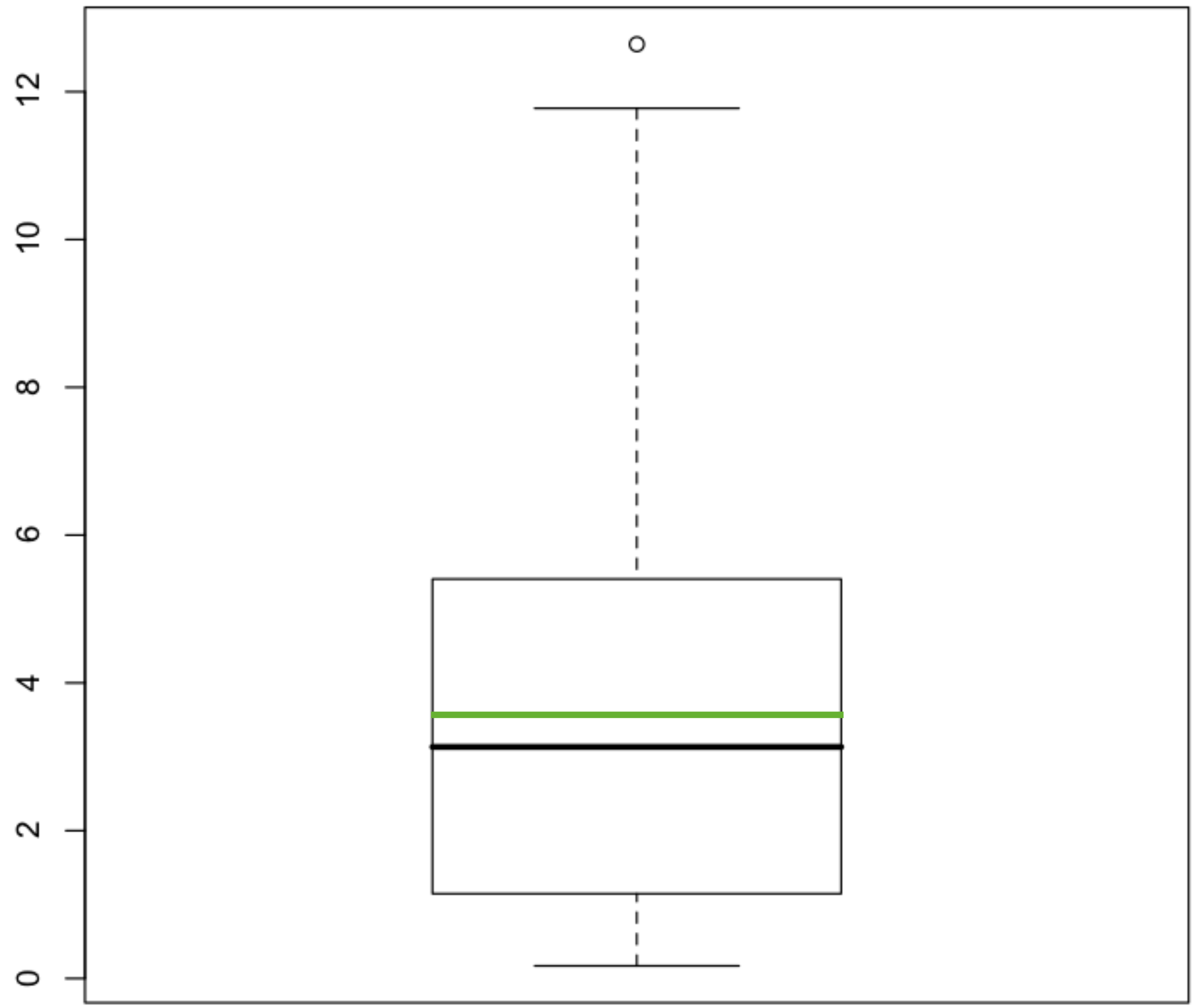
Krabicový graf (Box & Whiskers) Y

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou



Krabicový graf (Box & Whiskers) Y

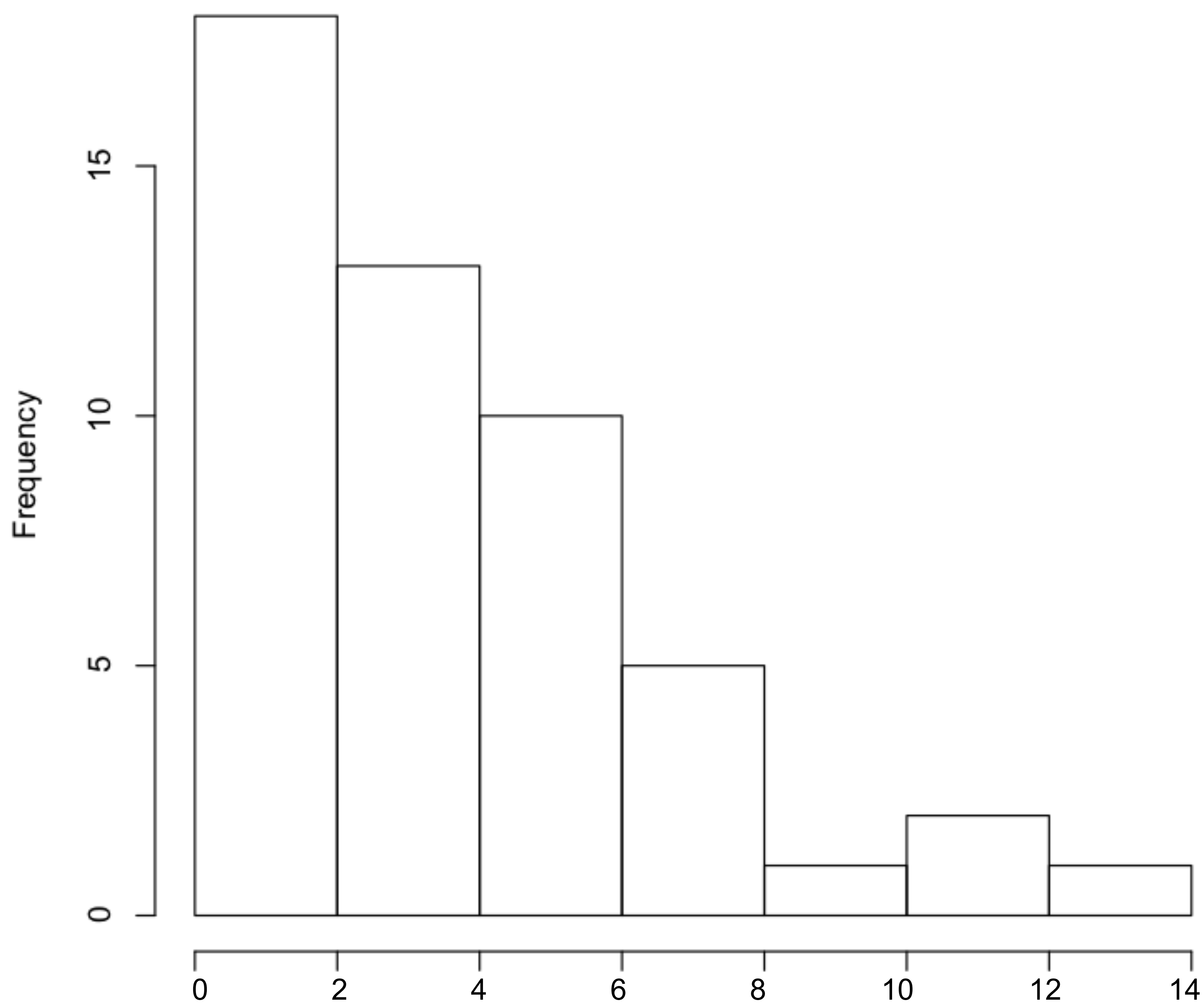
Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou



Krabicový graf (Box & Whiskers) Y

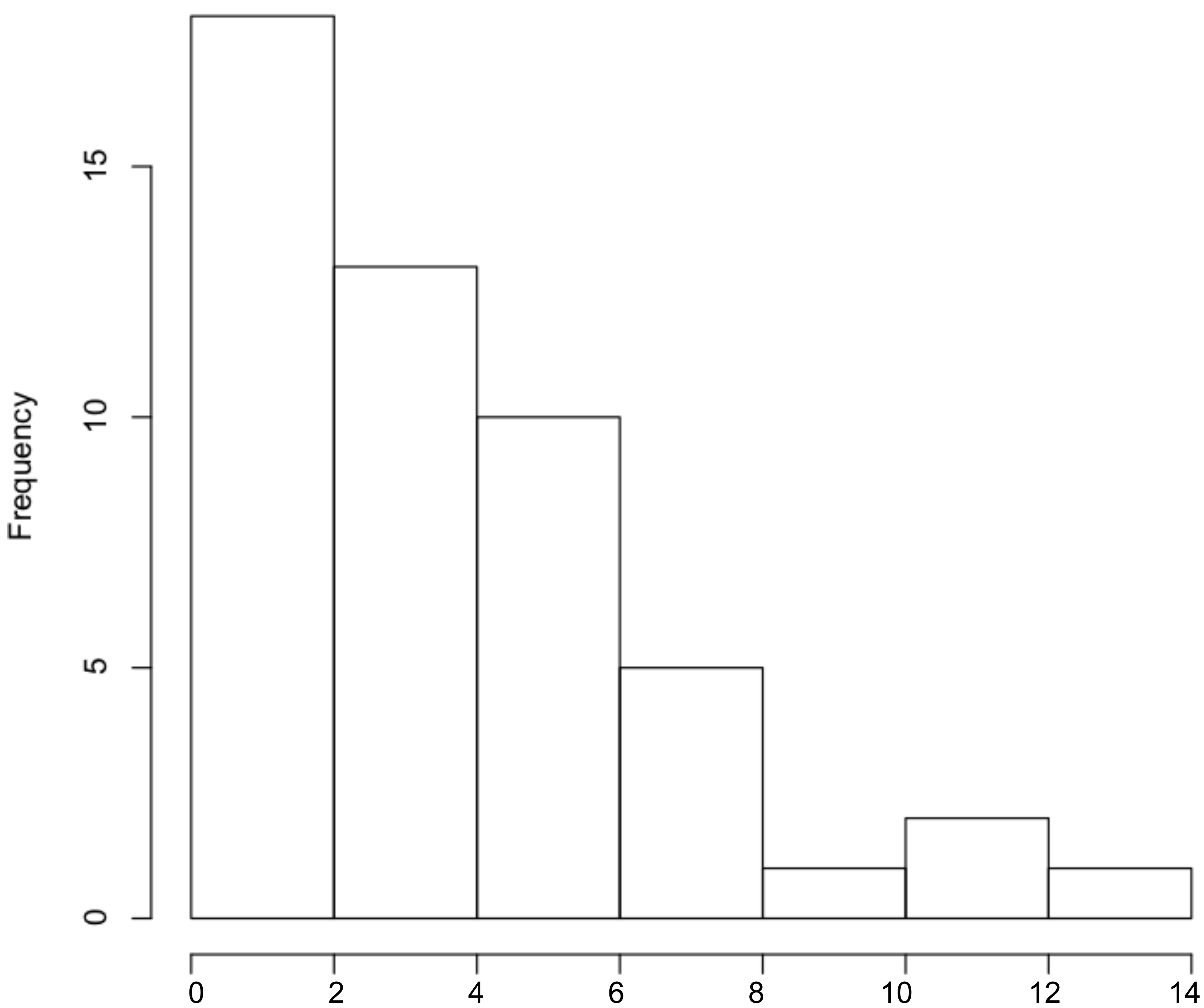
Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

Histogram Y (absolutní četnosti)



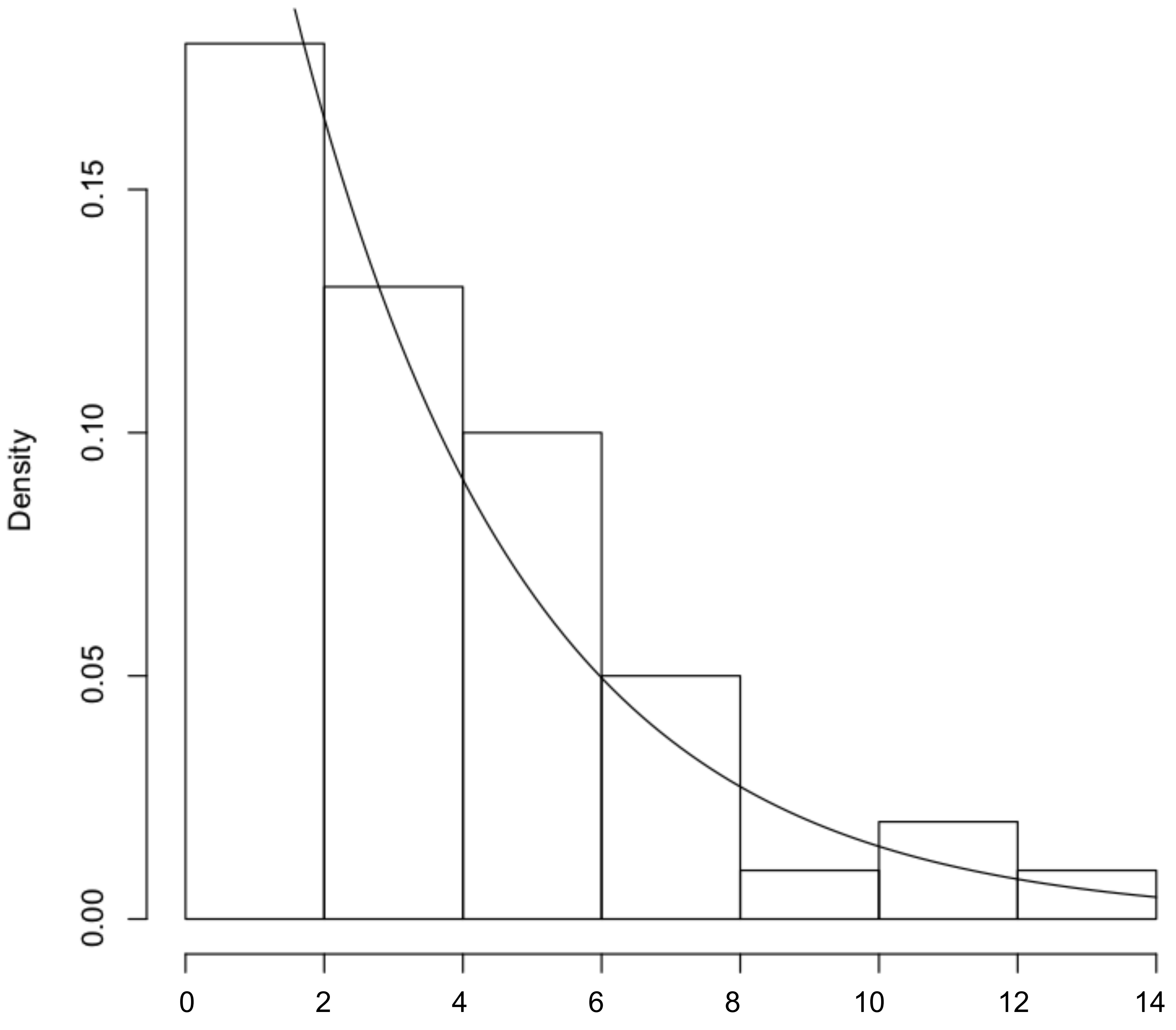
Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

Histogram Y (absolutní četnosti)



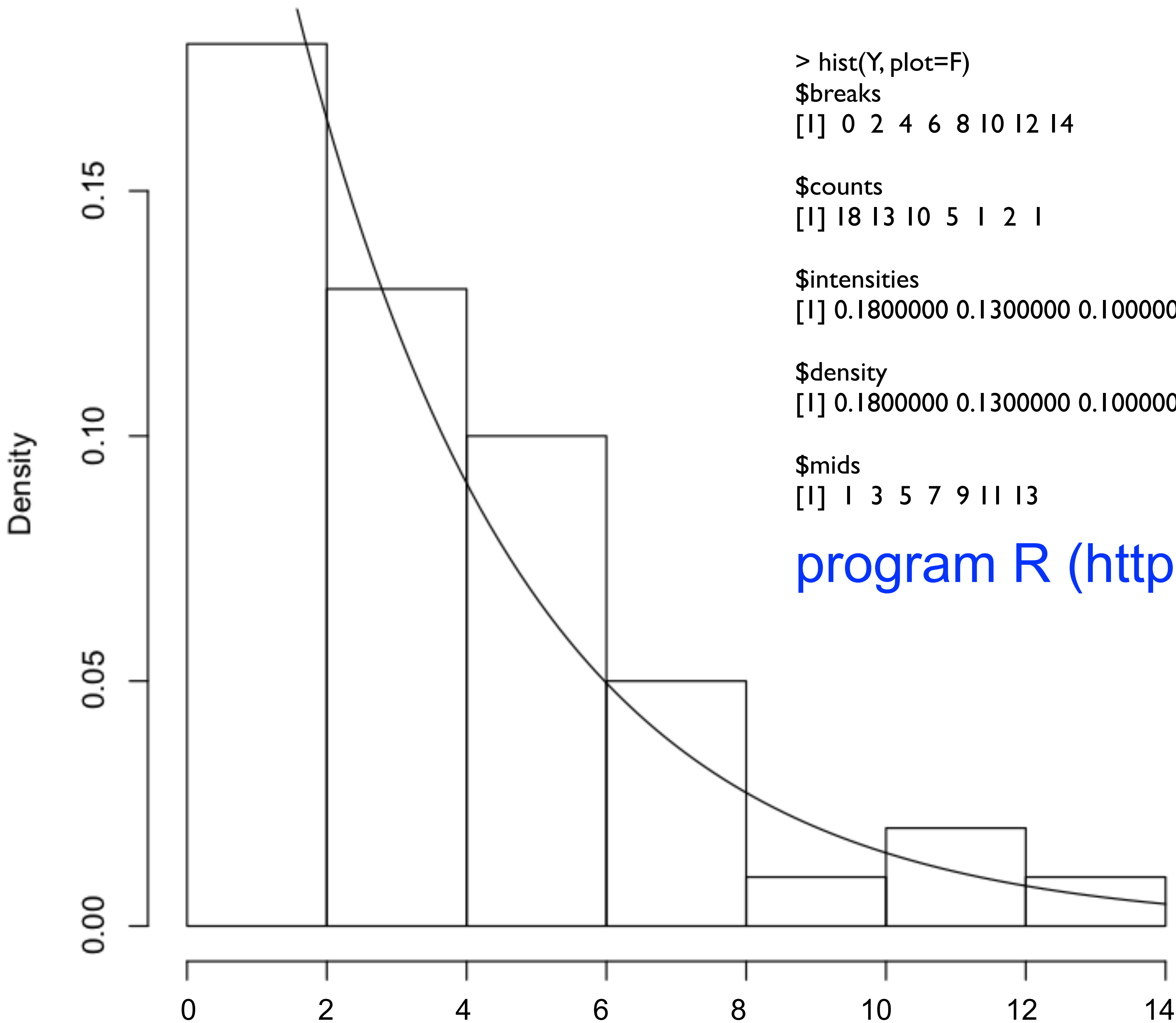
Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

Histogram Y (relativní četnosti)



Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

Histogram Y (relativní četnosti)

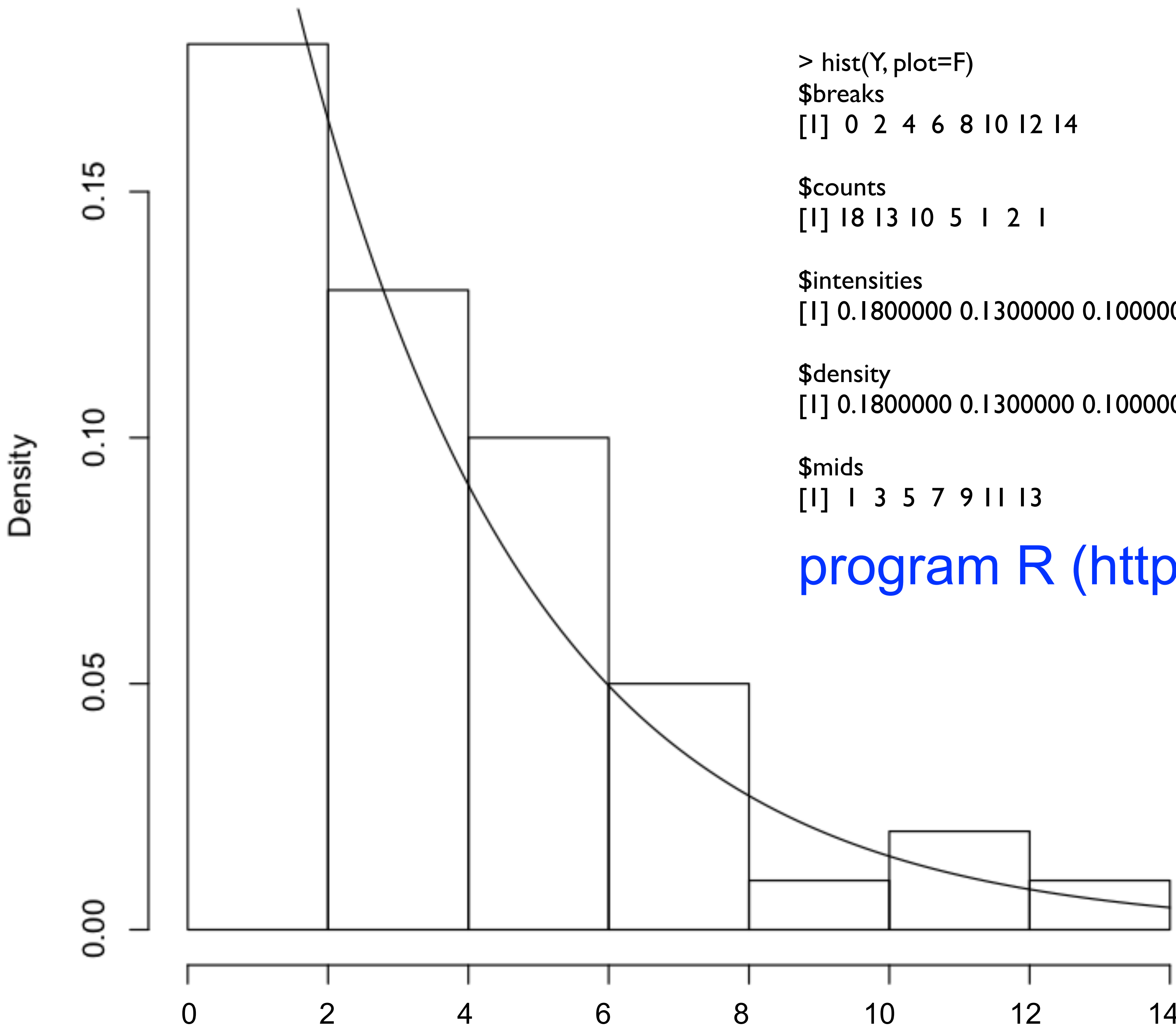



```
> hist(Y, plot=F)
$breaks
[1]  0  2  4  6  8 10 12 14

$counts
[1] 18 13 10  5  1  2  1

$intensities
[1] 0.1800000 0.1300000 0.1000000 0.0500000 0.0100000 0.0200000 0.0100000

$density
[1] 0.1800000 0.1300000 0.1000000 0.0500000 0.0100000 0.0200000 0.0100000

$mids
[1]  1  3  5  7  9 11 13
```

program R (https://www.r-project.org)

Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

Histogram Y (relativní četnosti)

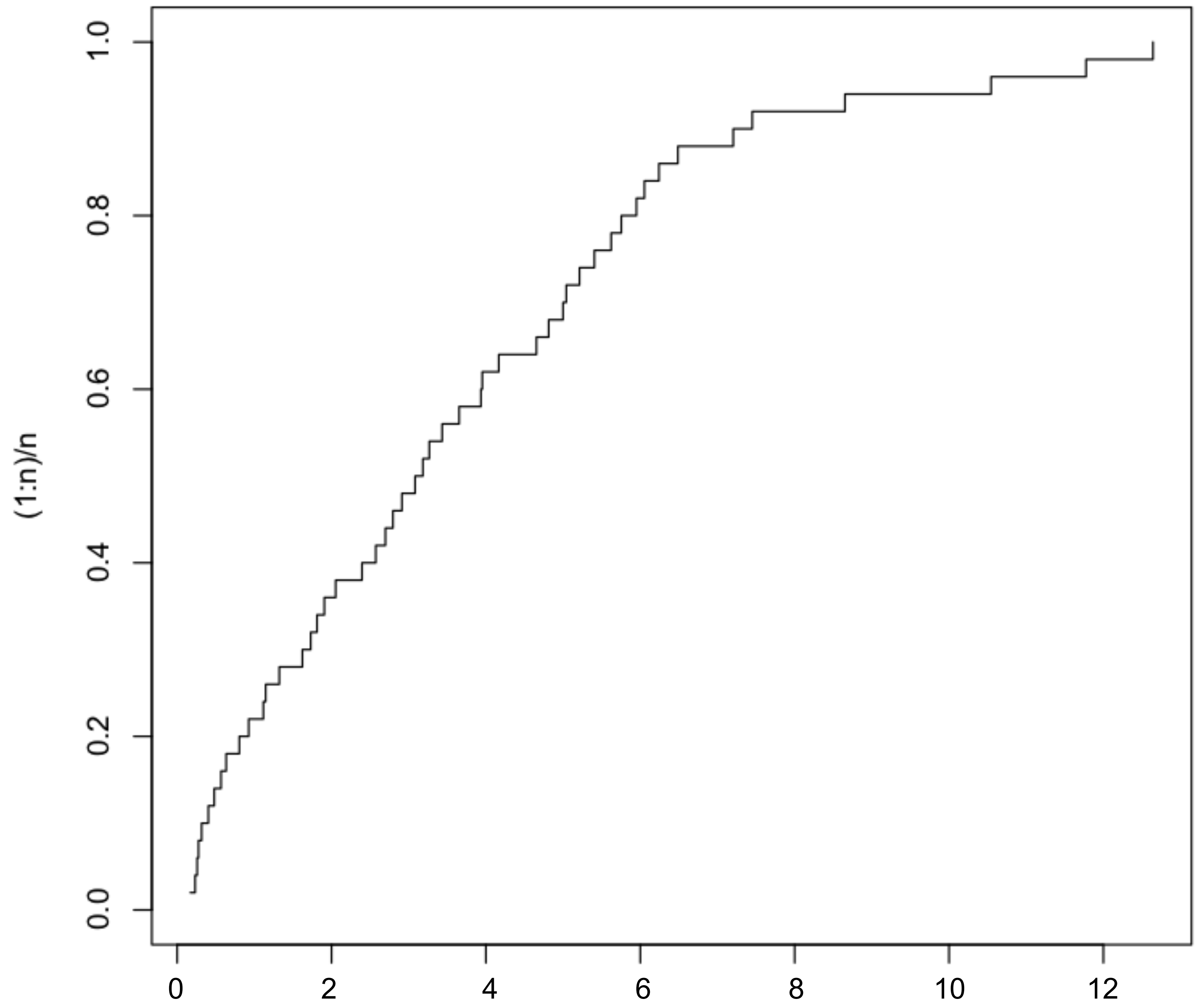



```
> hist(Y, plot=F)
$breaks
[1]  0  2  4  6  8 10 12 14

$counts
[1] 18 13 10  5  1  2  1

$intensities
[1] 0.1800000 0.1300000 0.1000000 0.0500000 0.0100000 0.0200000 0.0100000

$density
[1] 0.1800000 0.1300000 0.1000000 0.0500000 0.0100000 0.0200000 0.0100000

$mids
[1]  1  3  5  7  9 11 13
```

program R (https://www.r-project.org)

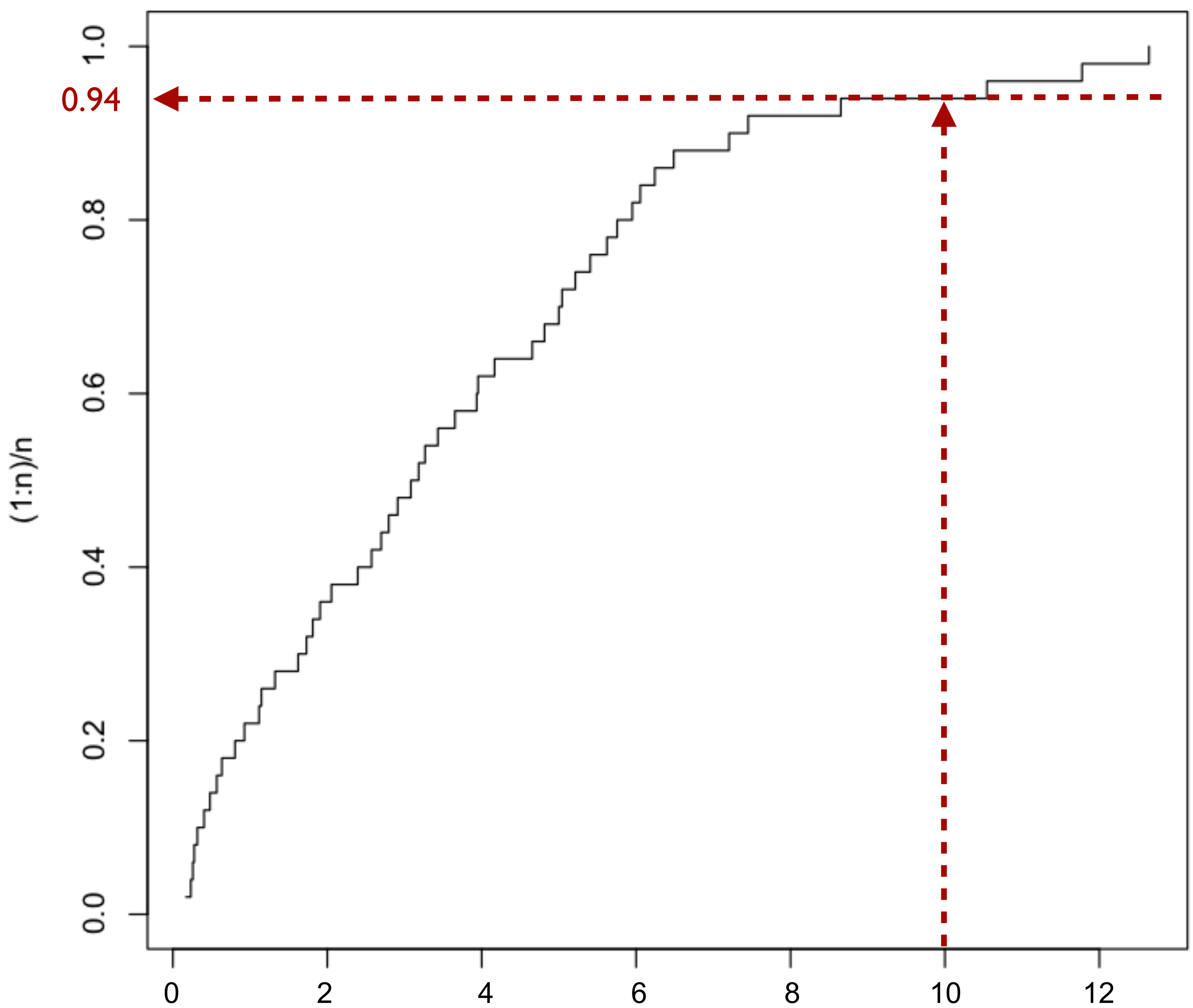
Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

Empirická distribuční funkce Y



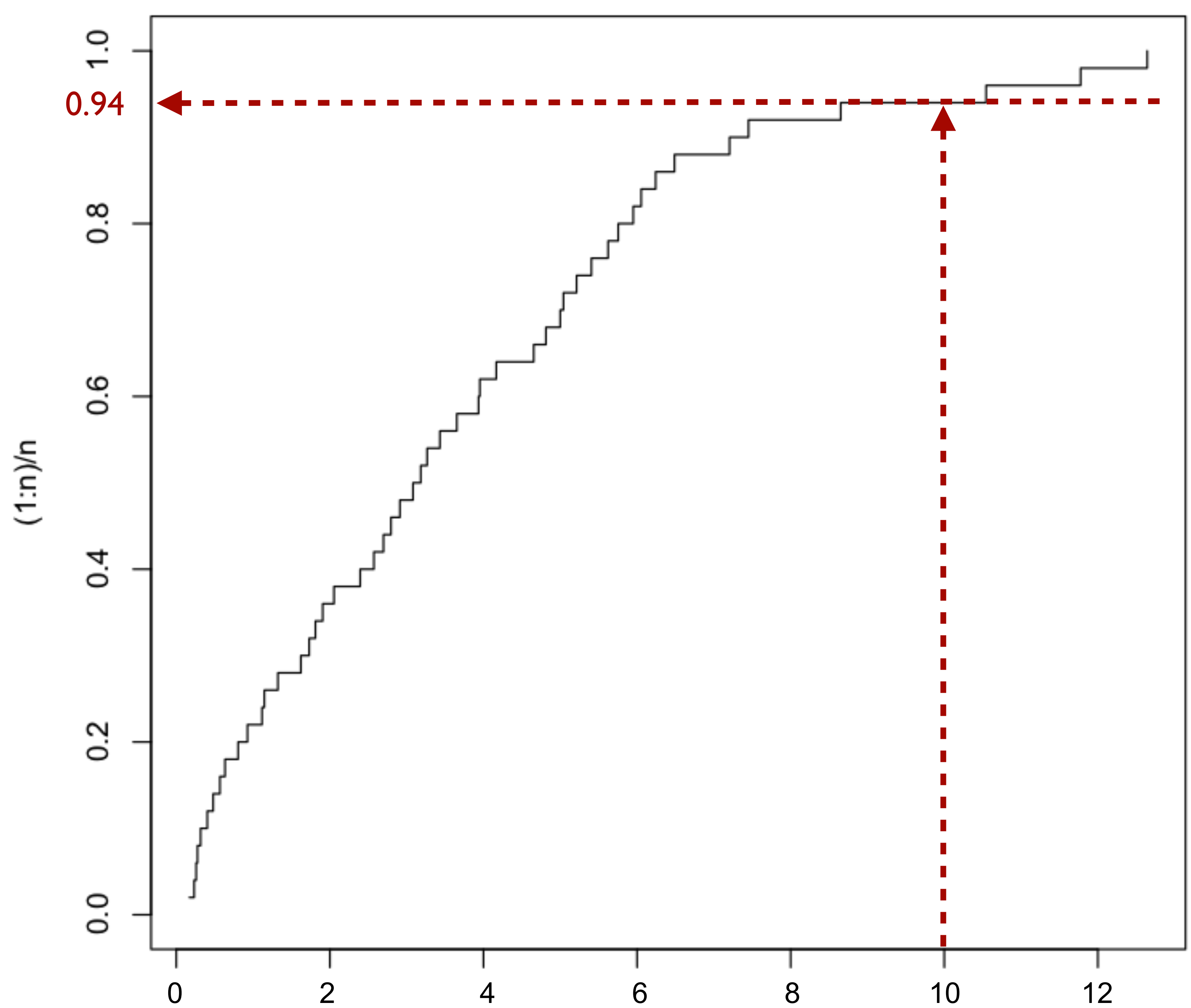
Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

Empirická distribuční funkce Y



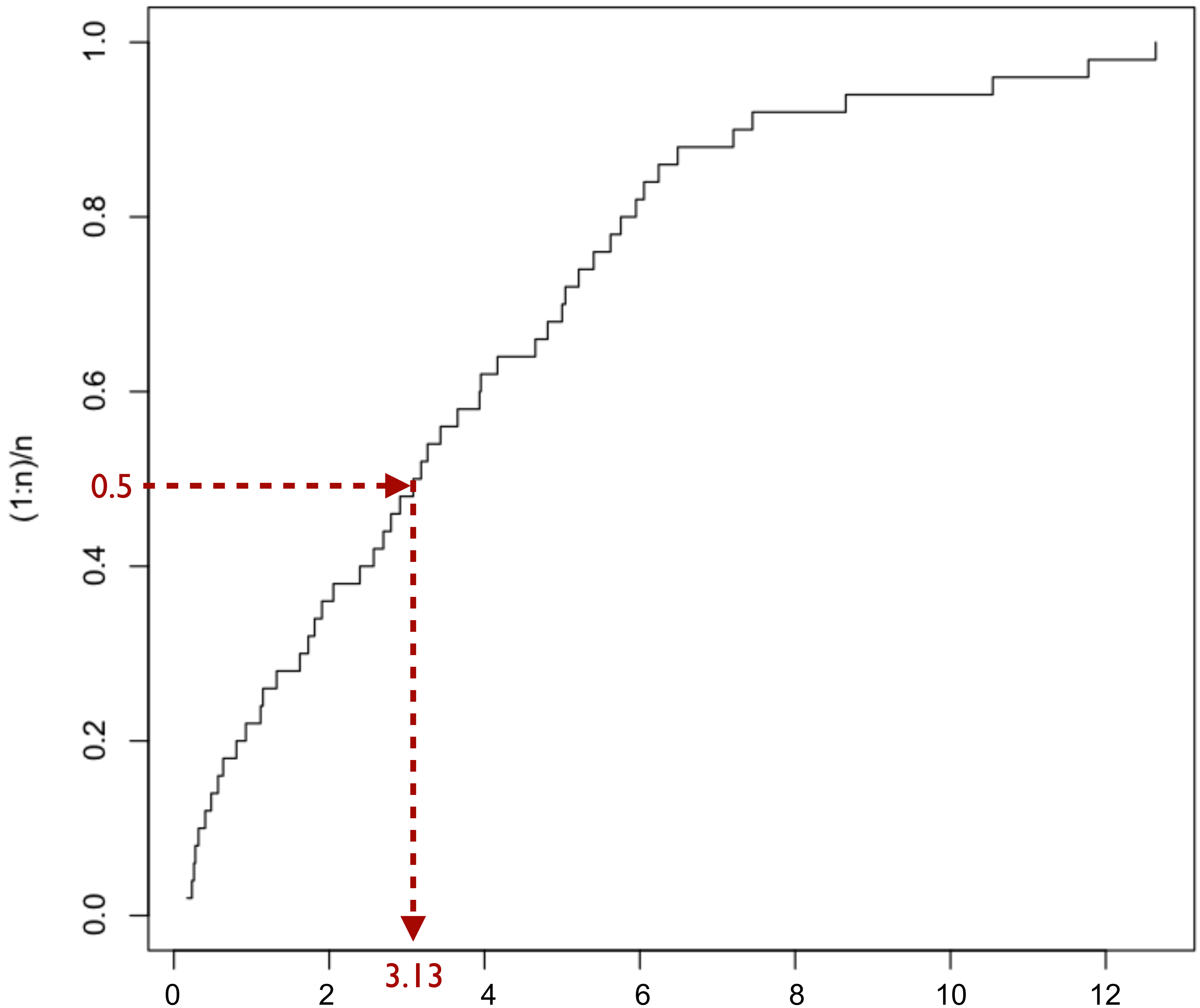
Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

Empirická distribuční funkce Y



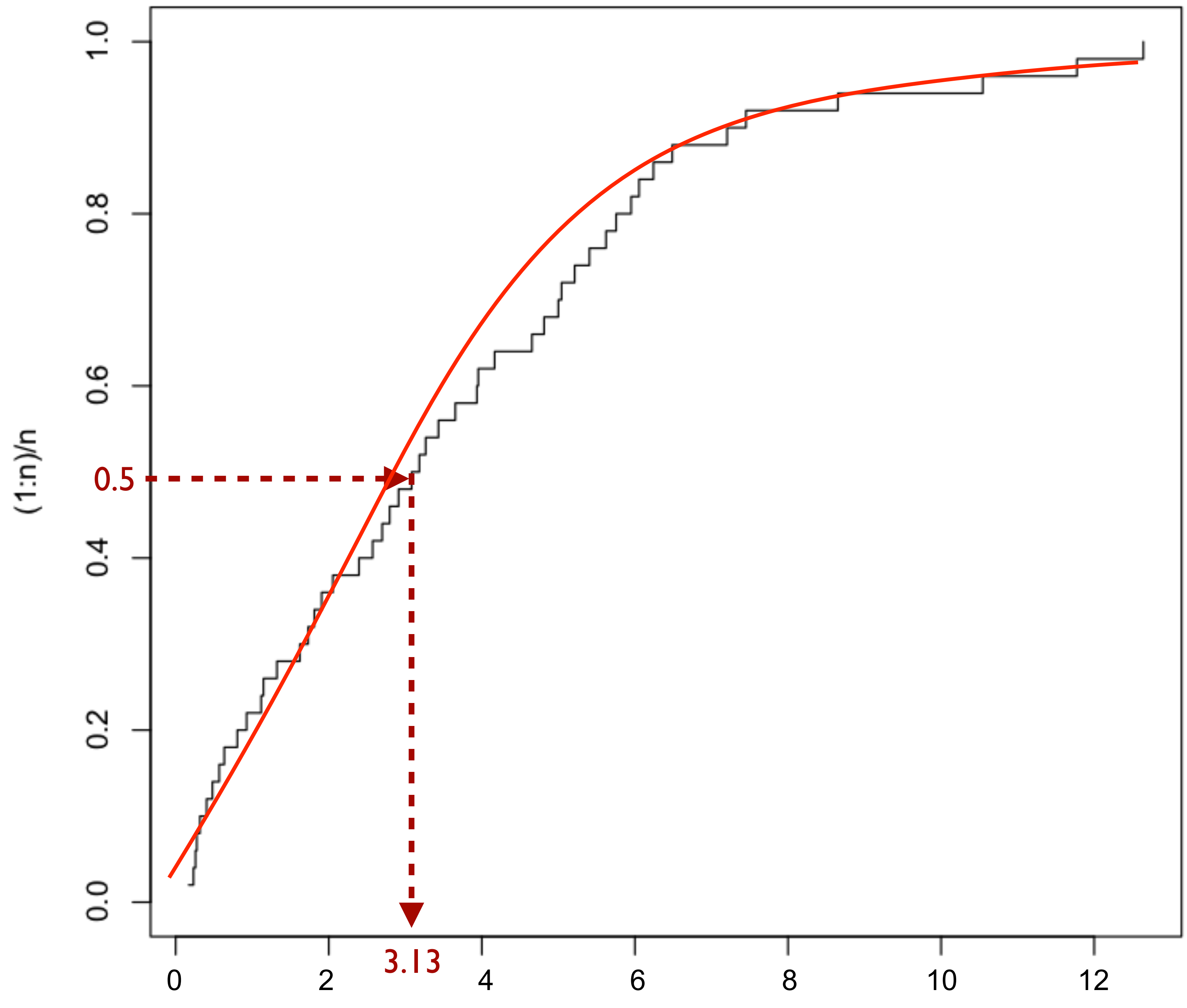
Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

Empirická distribuční funkce Y



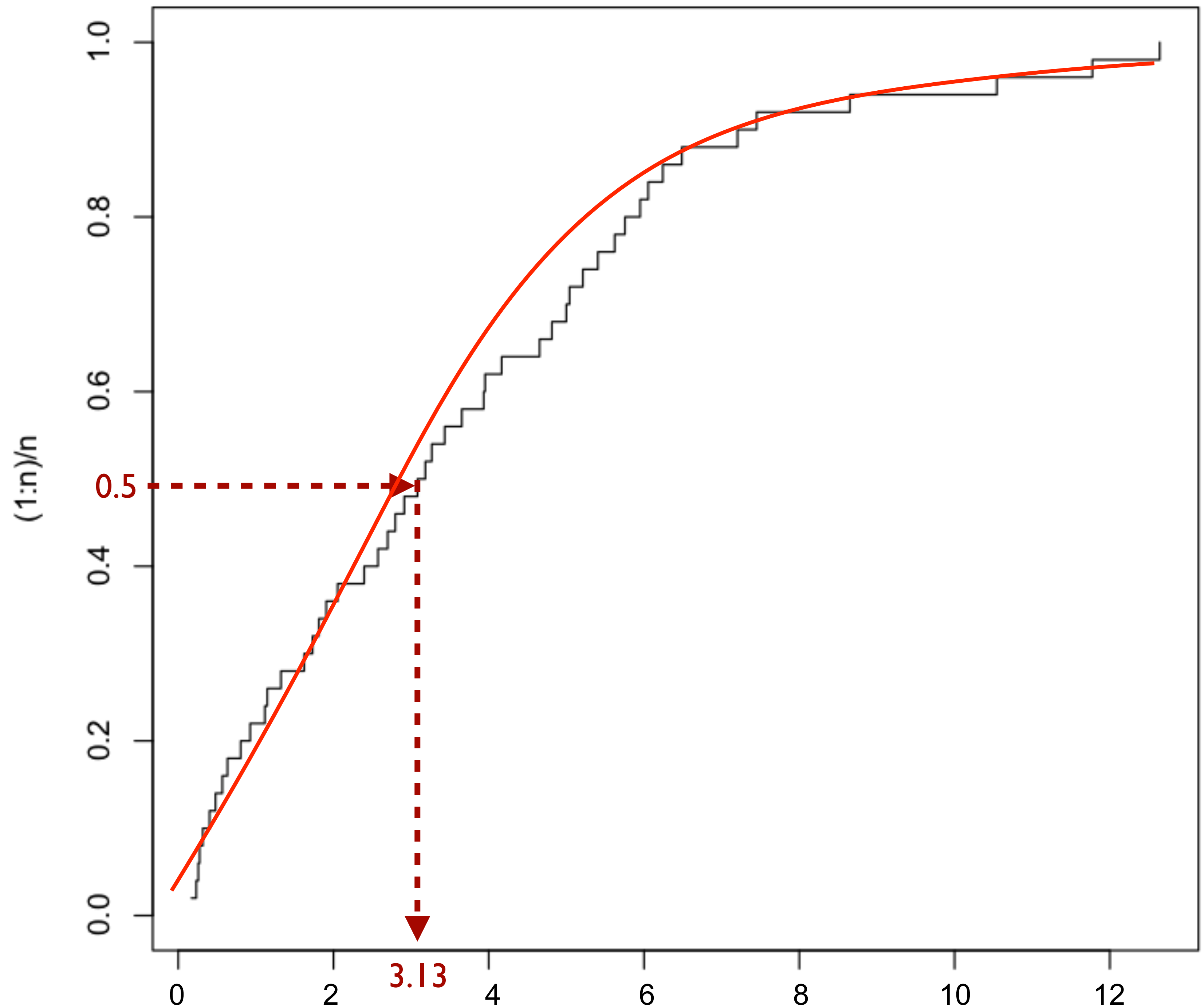
Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

Empirická distribuční funkce Y



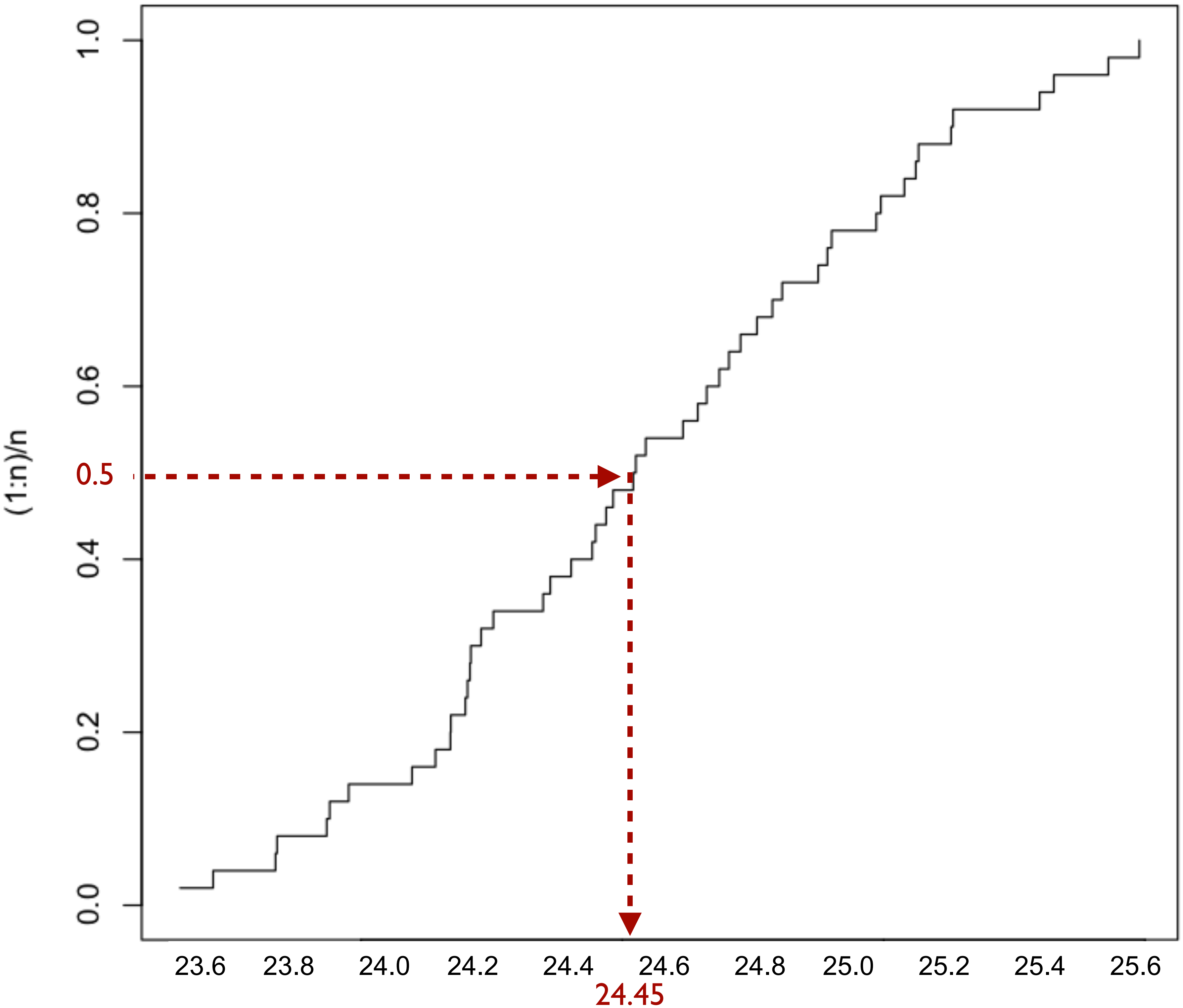
Doby mezi průjezdy automobilů mýtnou branou

Empirická distribuční funkce Y



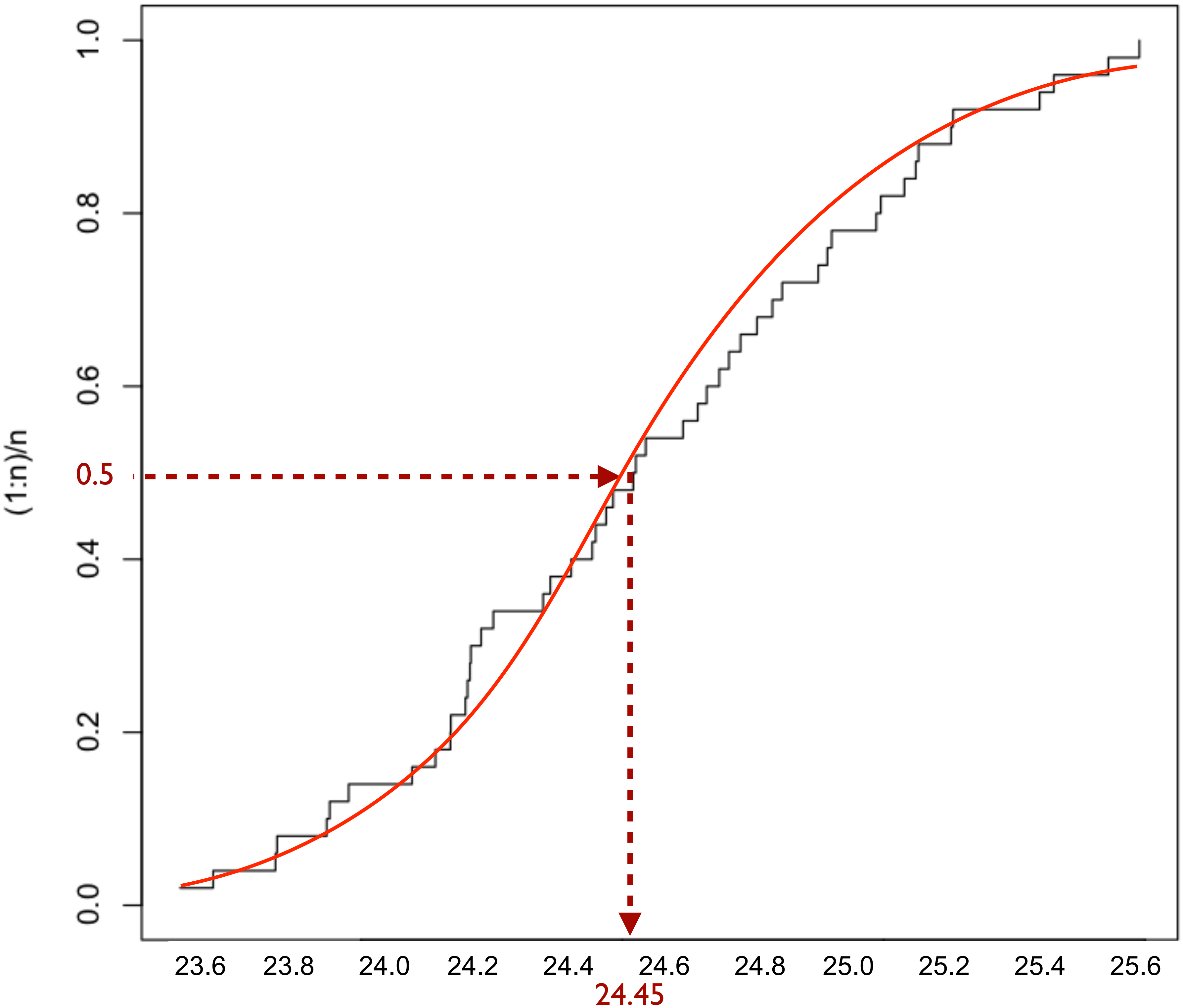
Balící automat na kávu

Empirická distribuční funkce Y



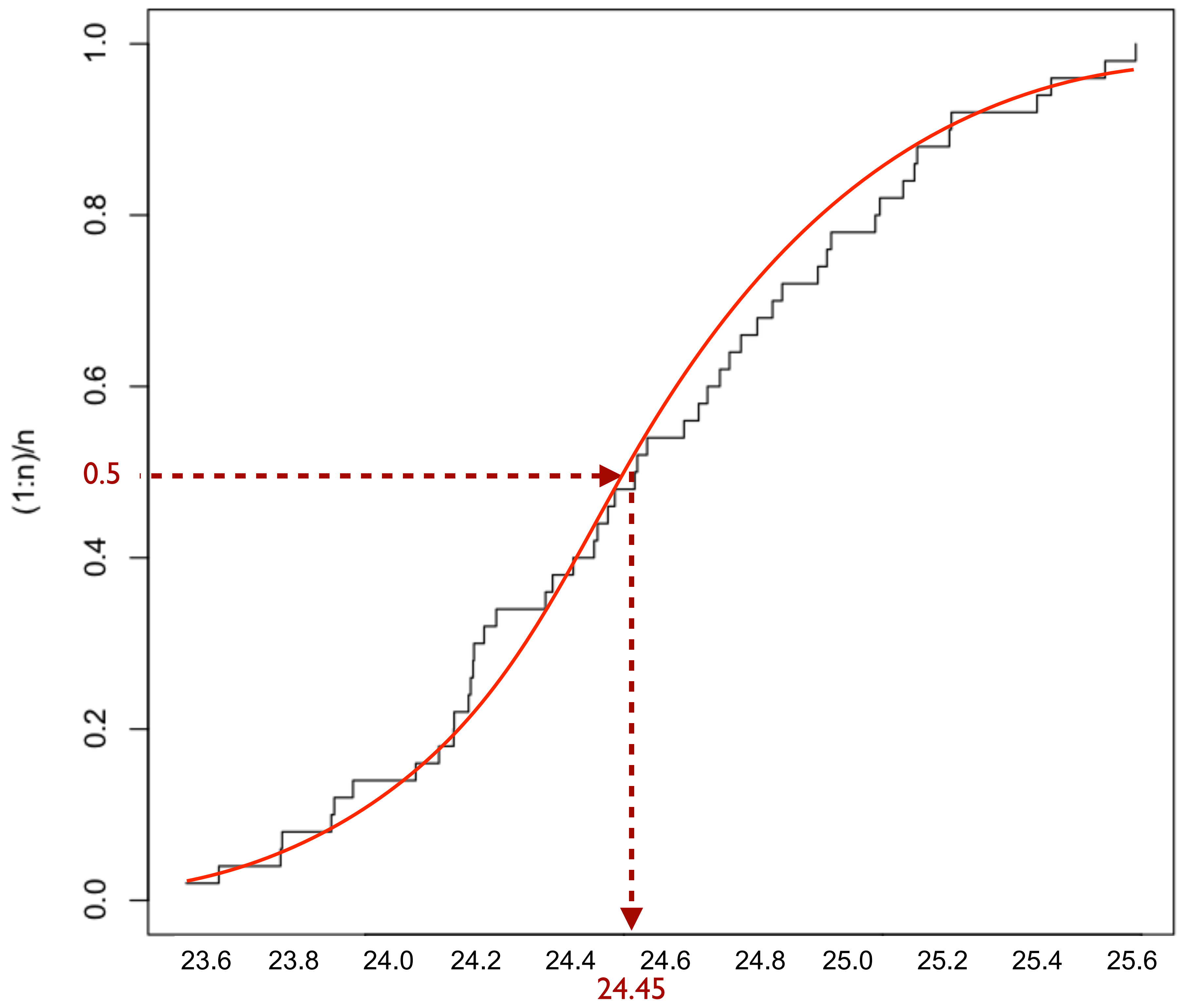
Balící automat na kávu

Empirická distribuční funkce Y



Balící automat na kávu

Empirická distribuční funkce Y



Vadné výrobky v 50 balení po 100 ks

1 1 0 1 1 0 3 1 2 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 2 0
0 0 2 3 1 0 0 2 1 1 1 0 3 1 0 1 0 1 1 0 4 3 1 1 0

Vadné výrobky v 50 balení po 100 ks

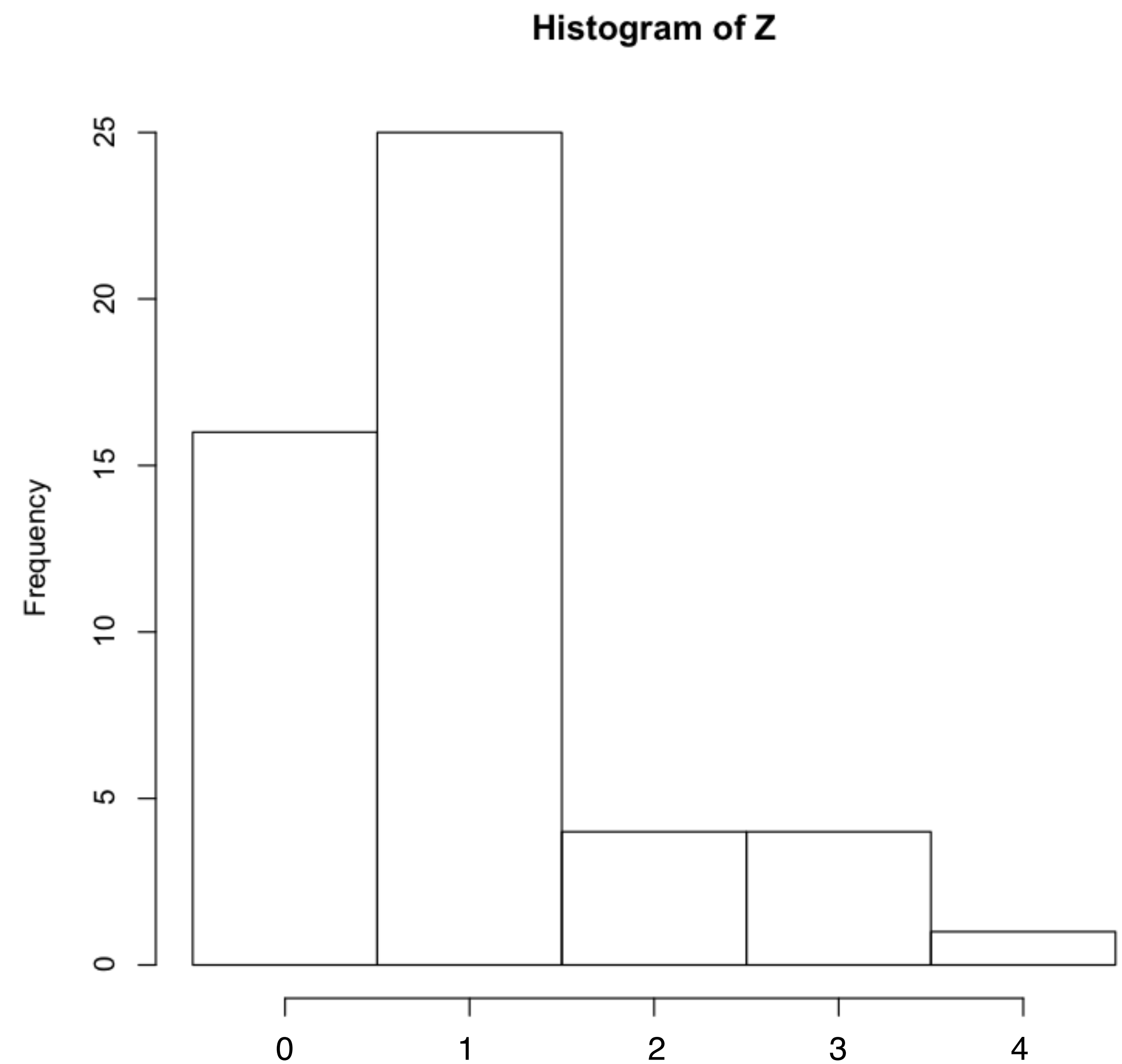
1 1 0 1 1 0 3 1 2 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 2 0
0 0 2 3 1 0 0 2 1 1 1 0 3 1 0 1 0 1 1 0 4 3 1 1 0

0 | ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ I
1 | ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~
2 | IIII
3 | IIII
4 | I

Vadné výrobky v 50 balení po 100 ks

1 1 0 1 1 0 3 1 2 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 2 0
0 0 2 3 1 0 0 2 1 1 1 0 3 1 0 1 0 1 1 0 4 3 1 1 0

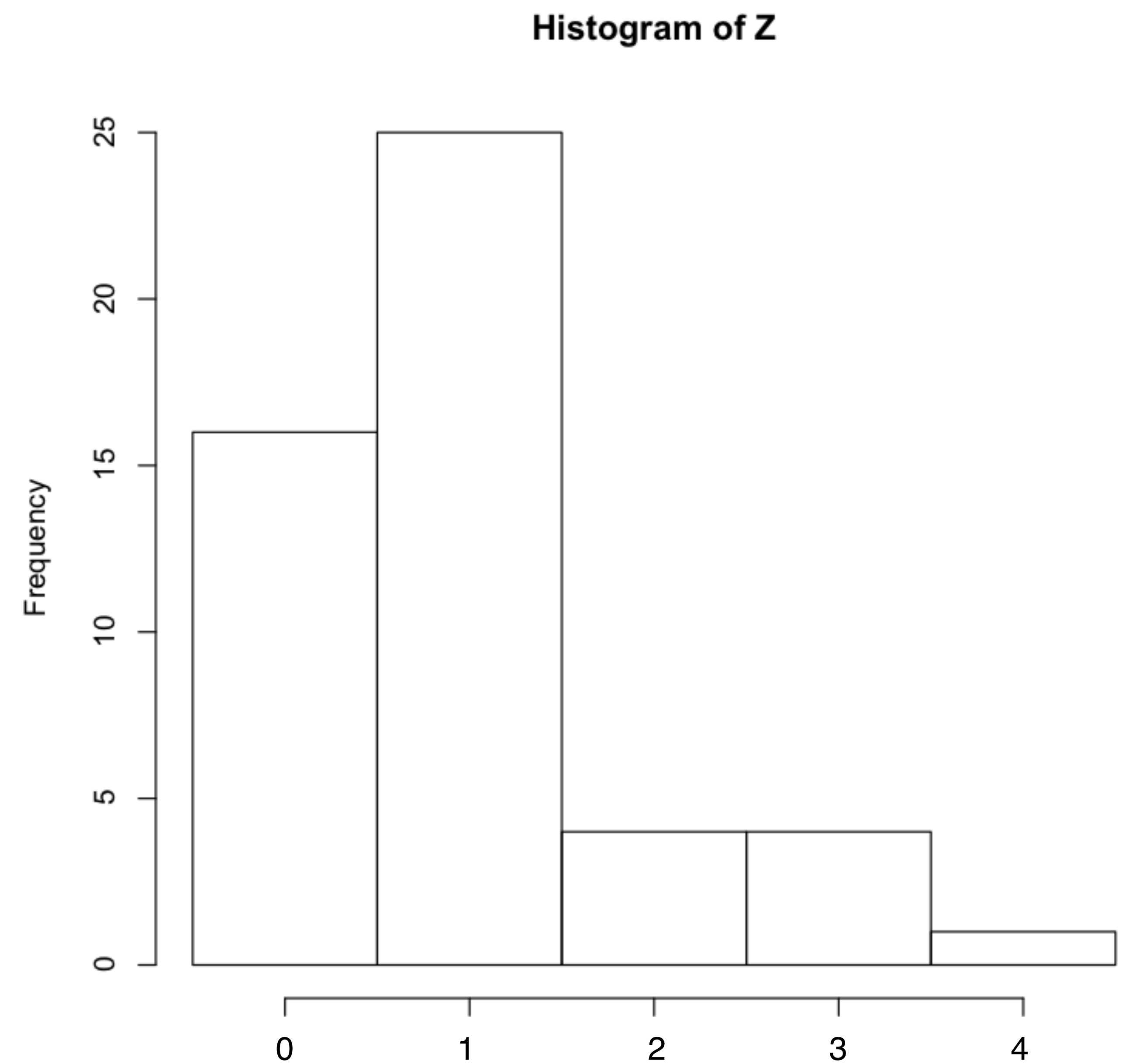
0 | 𝍸 𝍸 𝍸 I
1 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸
2 | IIII
3 | IIII
4 | I



Vadné výrobky v 50 balení po 100 ks

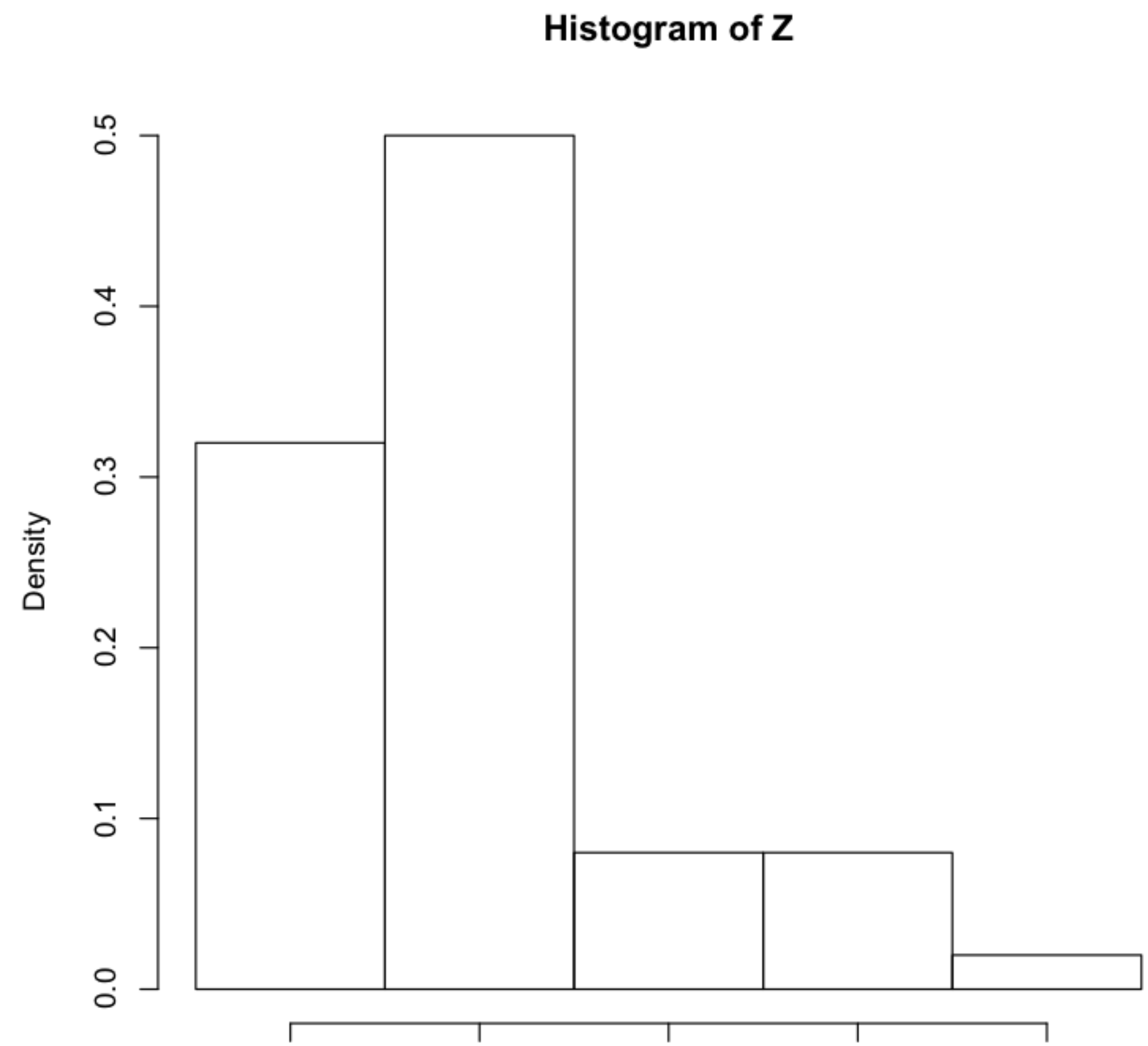
1 1 0 1 1 0 3 1 2 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 2 0
0 0 2 3 1 0 0 2 1 1 1 0 3 1 0 1 0 1 1 0 4 3 1 1 0

0 | ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ I
1 | ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~
2 | IIII
3 | IIII
4 | I



Vadné výrobky v 50 balení po 100 ks

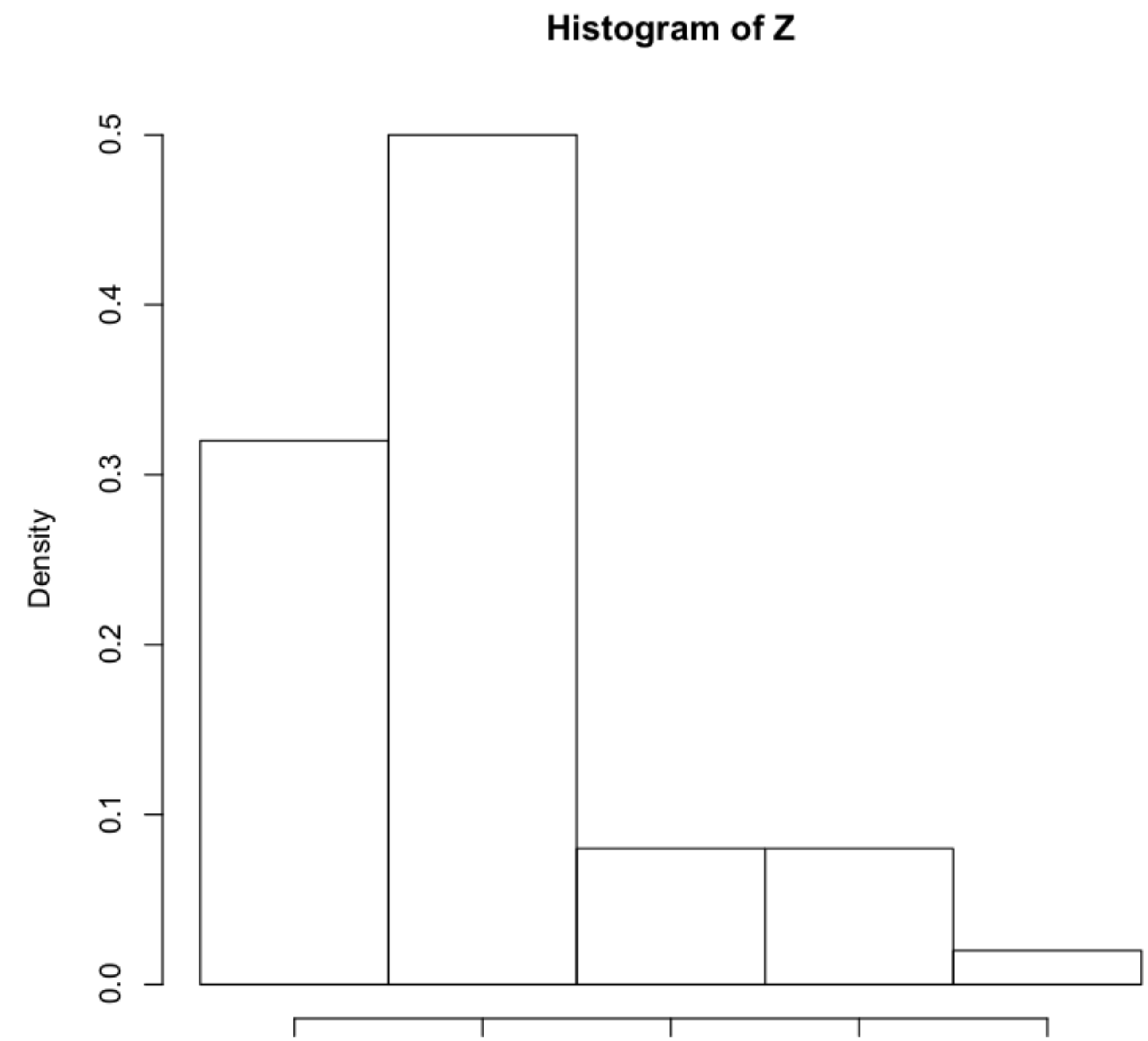
1 1 0 1 1 0 3 1 2 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 2 0
0 0 2 3 1 0 0 2 1 1 1 0 3 1 0 1 0 1 1 0 4 3 1 1 0



Vadné výrobky v 50 balení po 100 ks

1 1 0 1 1 0 3 1 2 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 2 0
0 0 2 3 1 0 0 2 1 1 1 0 3 1 0 1 0 1 1 0 4 3 1 1 0

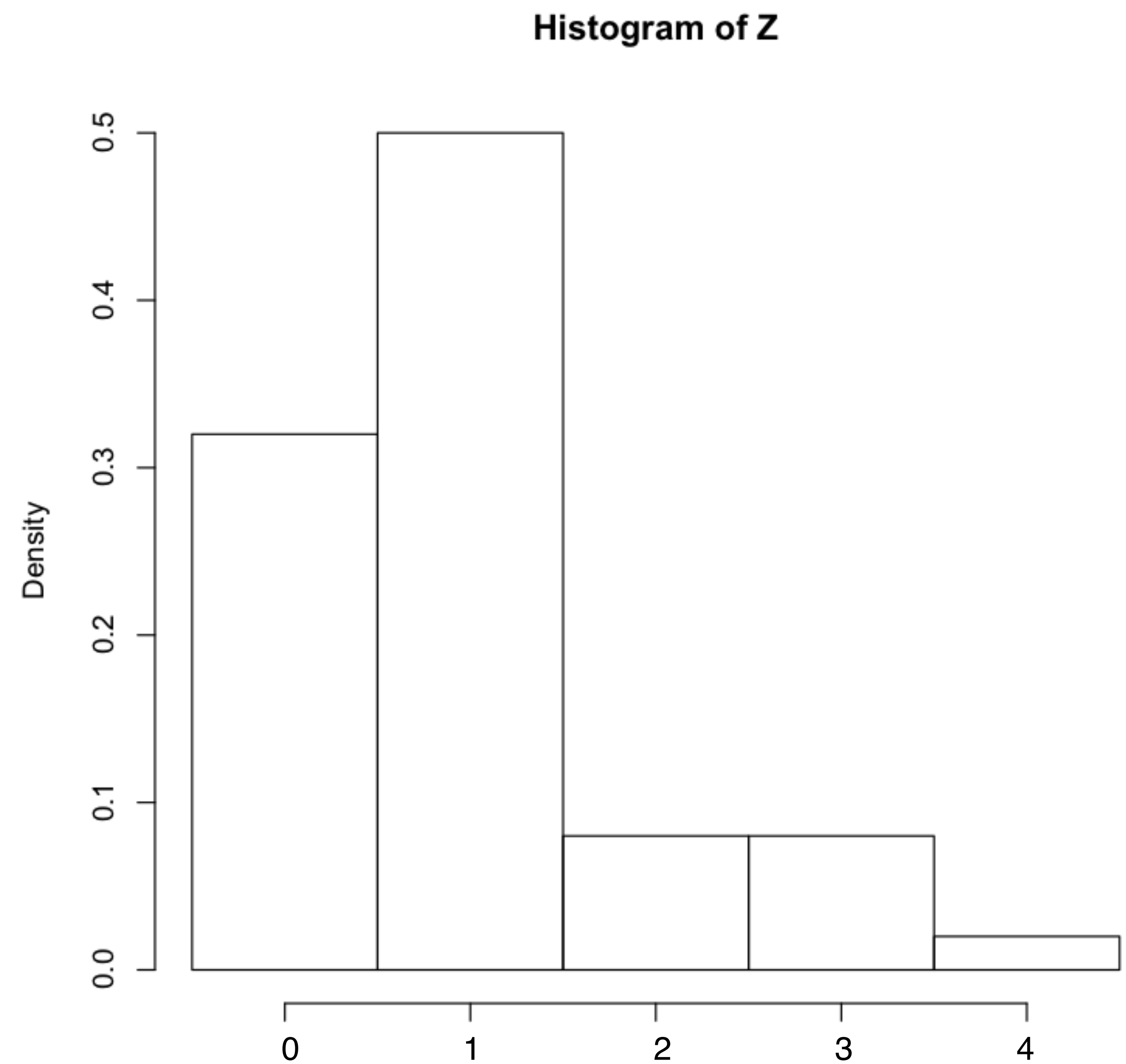
0 | 卌 卌 卌 I
1 | 卌 卌 卌 卌 卌
2 | IIII
3 | IIII
4 | I



Vadné výrobky v 50 balení po 100 ks

1 1 0 1 1 0 3 1 2 0 1 1 0 1 1 1 1 0 1 1 1 0 2 0
0 0 2 3 1 0 0 2 1 1 1 0 3 1 0 1 0 1 1 0 4 3 1 1 0

0 | 𝍸 𝍸 𝍸 I
1 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸
2 | IIII
3 | IIII
4 | I

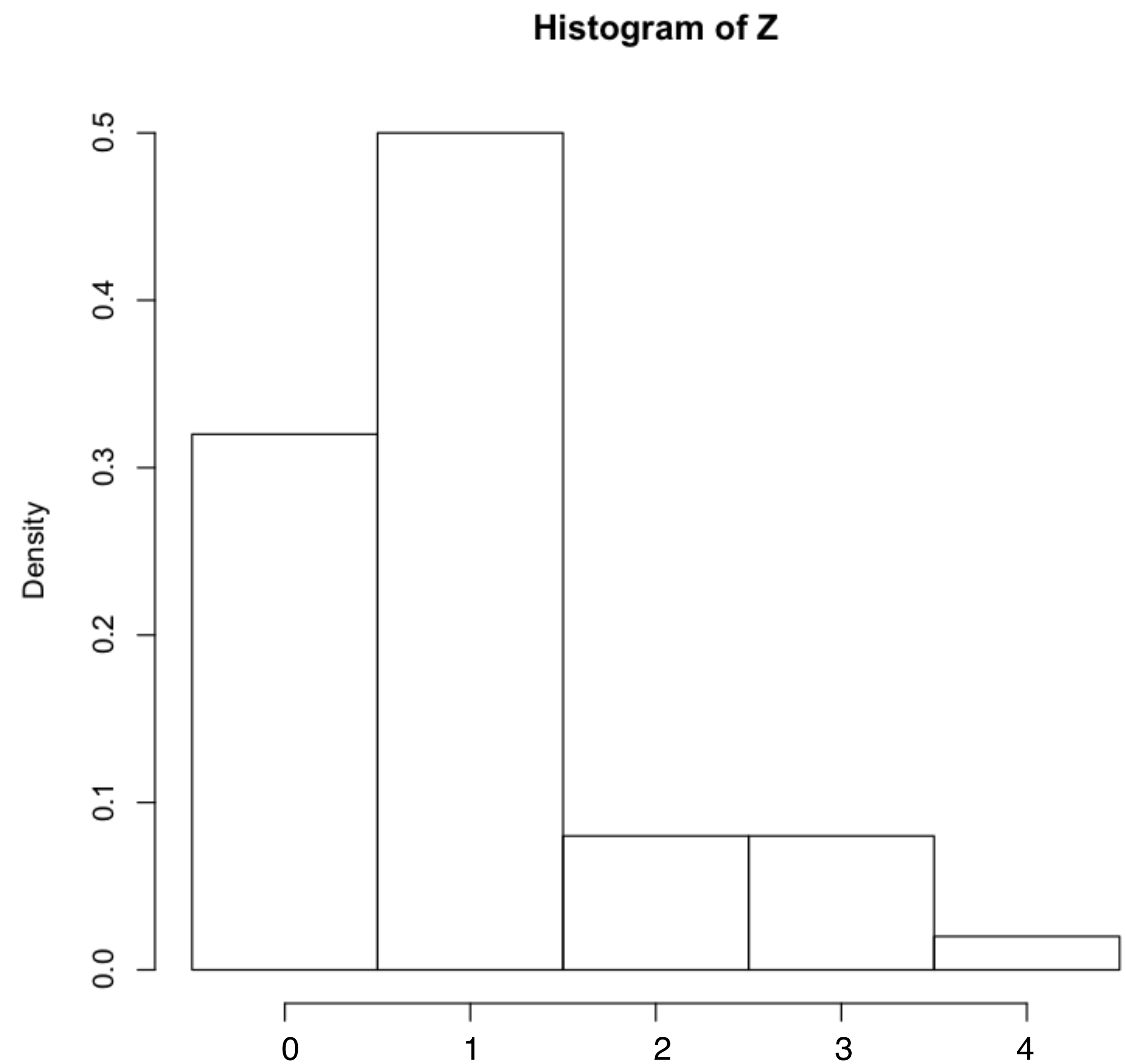


Vadné výrobky v 50 balení po 100 ks

1 1 0 1 1 0 3 1 2 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 2 0
0 0 2 3 1 0 0 2 1 1 1 0 3 1 0 1 0 1 1 0 4 3 1 1 0

0 | 卌 卌 卌 I
1 | 卌 卌 卌 卌 卌
2 | IIII
3 | IIII
4 | I

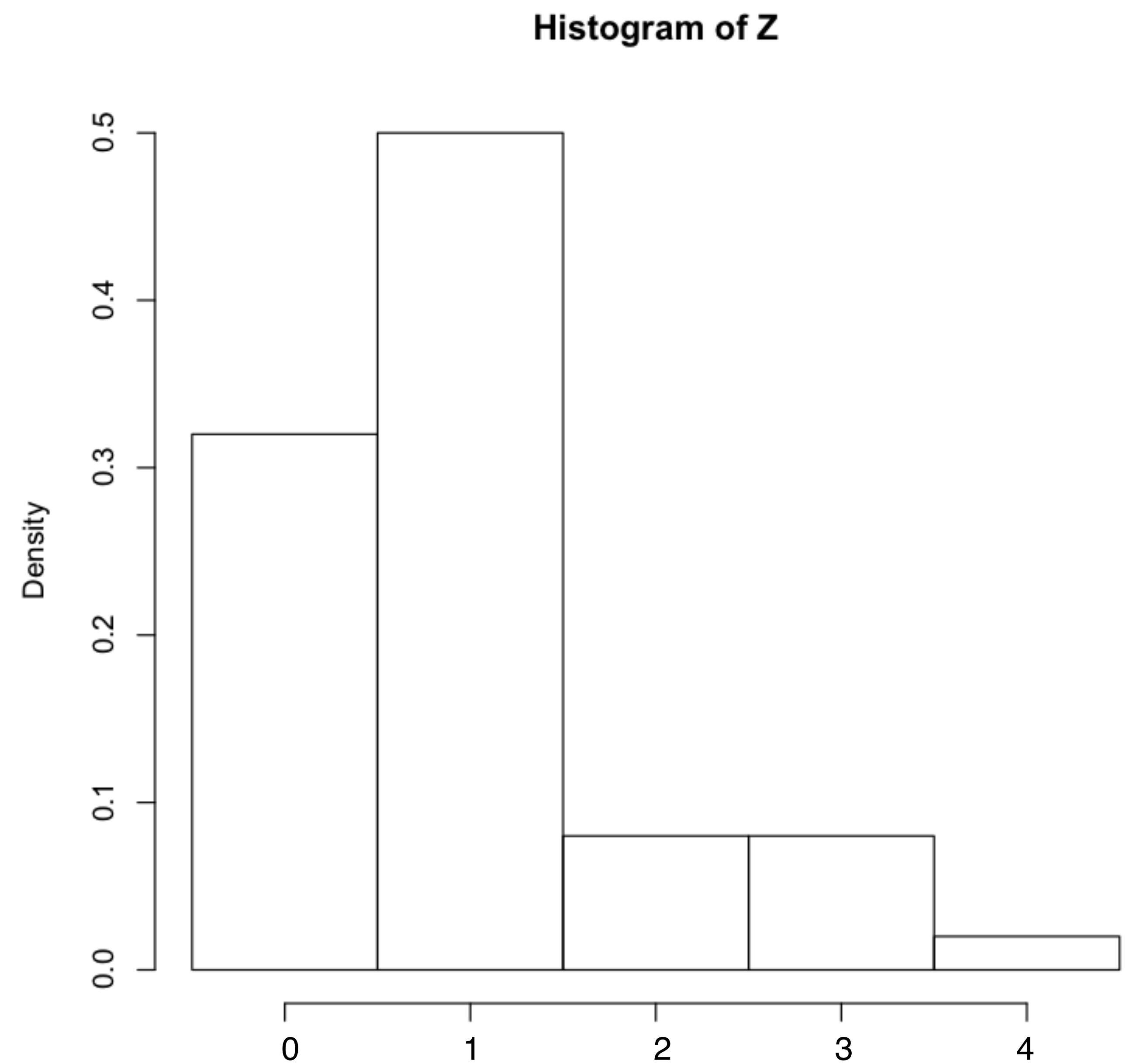
$$\bar{Z} = \frac{49}{50} = 0.98$$



Vadné výrobky v 50 balení po 100 ks

1 1 0 1 1 0 3 1 2 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 2 0
0 0 2 3 1 0 0 2 1 1 1 0 3 1 0 1 0 1 1 0 4 3 1 1 0

0 | 𝍸 𝍸 𝍸 I
1 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸
2 | IIII
3 | IIII
4 | I



$$\bar{Z} = \frac{49}{50} = 0.98$$

$$\hat{p} = \frac{49}{50 * 100} = 0.0098$$

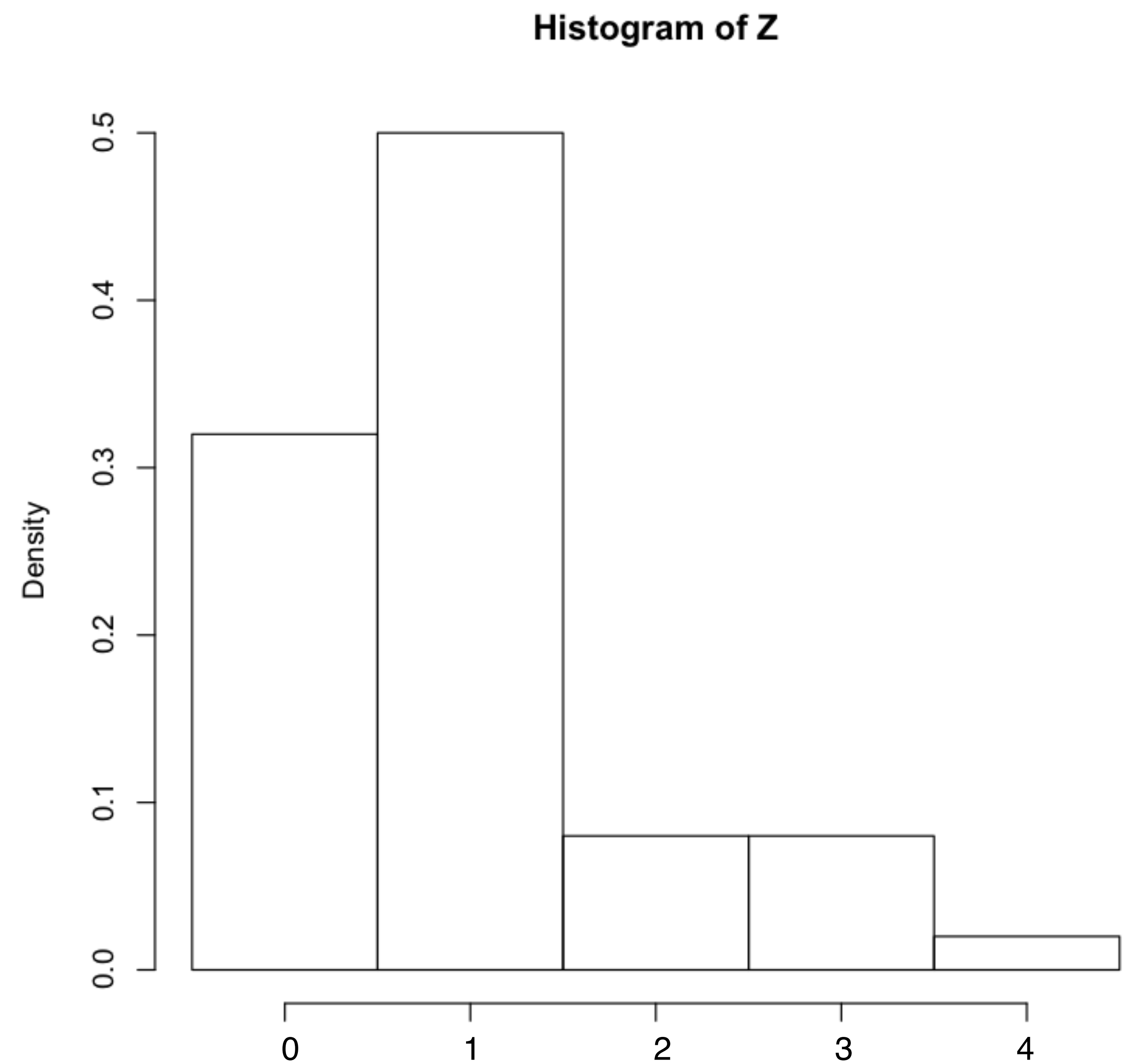
Vadné výrobky v 50 balení po 100 ks

1 1 0 1 1 0 3 1 2 0 1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 0 2 0
0 0 2 3 1 0 0 2 1 1 1 0 3 1 0 1 0 1 1 0 4 3 1 1 0

0 | ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ I
1 | ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~
2 | IIII
3 | IIII
4 | I

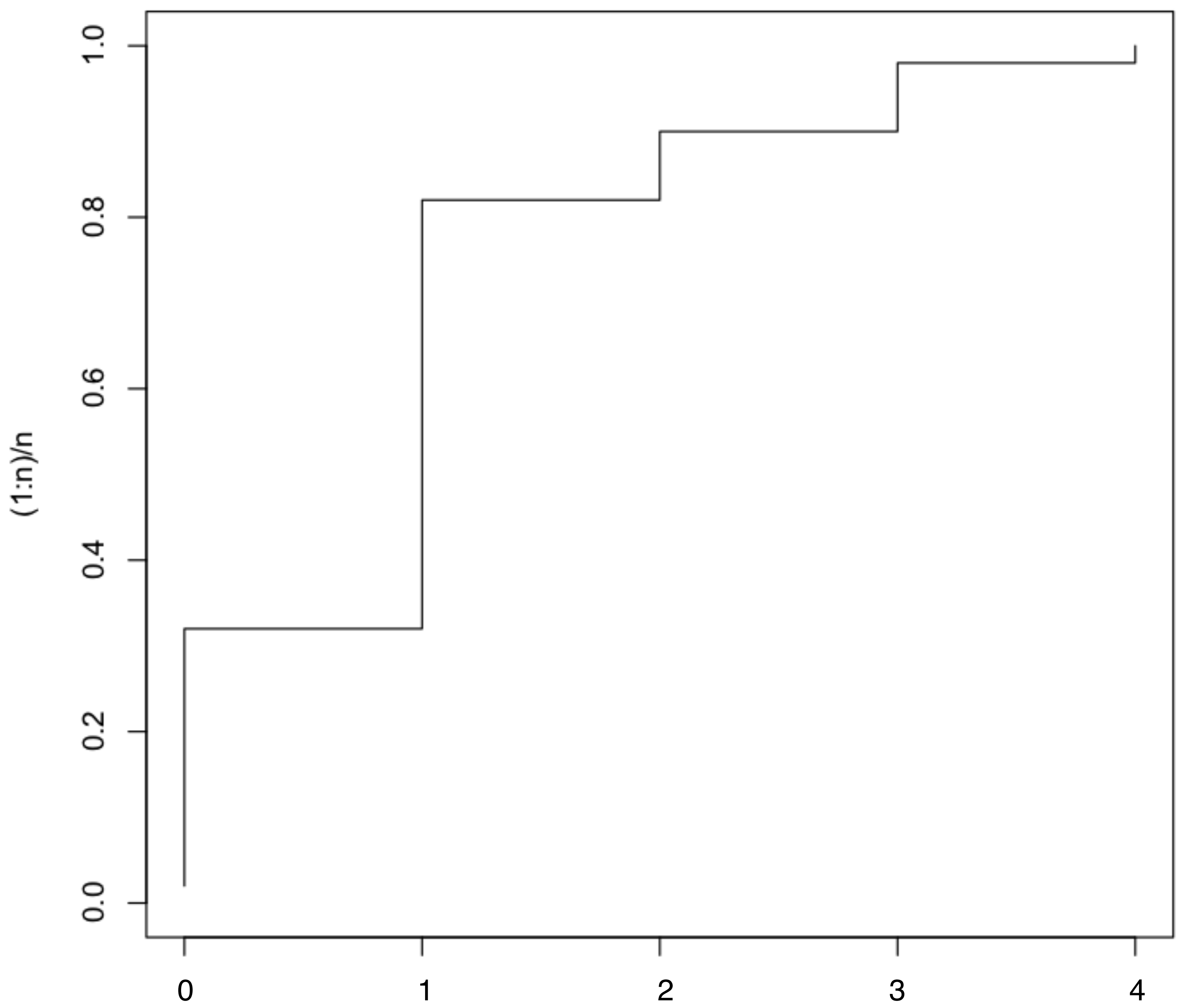
$$\bar{Z} = \frac{49}{50} = 0.98$$

$$\hat{p} = \frac{49}{50 * 100} = 0.0098$$



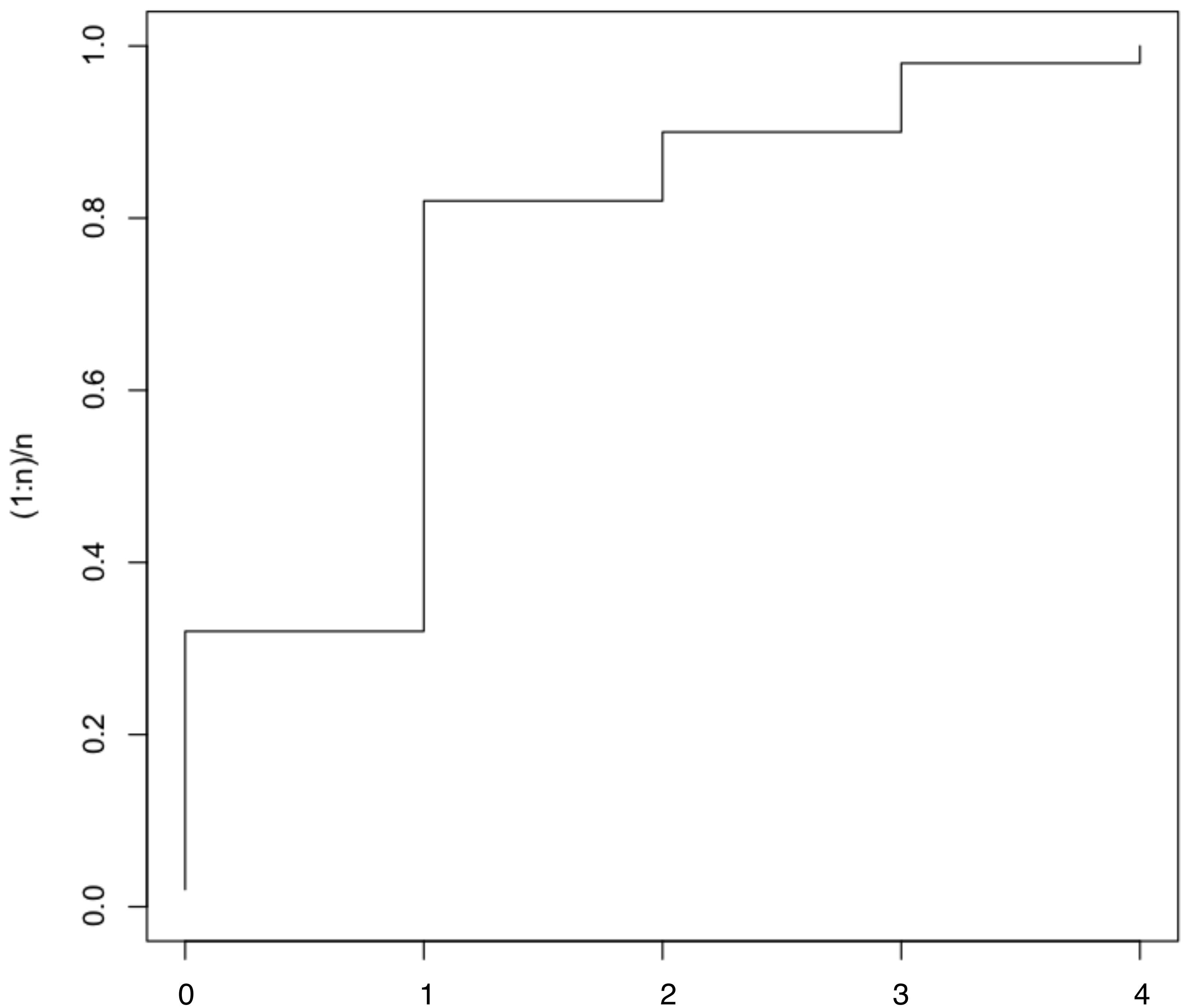
Vadné výrobky v 50 balení po 100 ks

Empirická distribuční funkce Z



Vadné výrobky v 50 balení po 100 ks

Empirická distribuční funkce Z

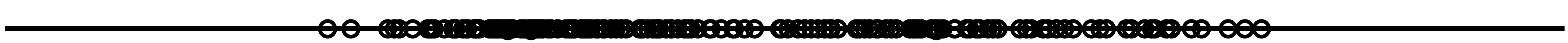


Směs dvou rozdělení

```
  [1] -0.25640083  0.18603345 -0.32252900  0.14029539  0.39465049 -0.14629123 -0.06398148
  [8]  0.10442055  0.51064463 -0.07187202 -0.42318328  0.87754354  0.15649834 -0.06035583
 [15]  0.69360581  0.15117762  0.23367583  0.61422960 -0.41398998  1.47827156 -0.26126695
 [22]  0.77789548 -0.52023548 -0.08282471 -0.15890144 -1.33242879  0.52311661  0.12762214
 [29] -0.11583169  0.51265392 -0.13004186 -0.24243102  0.29635795  0.32616870 -0.19970797
 [36] -0.01118346  0.12561809 -0.09053659 -0.56441304  0.46034221  0.03743147  0.10135501
 [43]  0.26033918 -0.23269814  0.29845597 -0.58751879 -0.19277552 -0.40545833  0.34479970
 [50]  0.08673142  2.05546926  1.07953109  2.03748670  2.01981863  0.76514088  3.01451656
 [57]  0.81426280  2.92537527  2.35934579  2.16165093  3.35847800  2.73845217  1.75284411
 [64]  1.09047564  2.13775360  2.13511623  4.07874750  2.28762158  2.24825276  2.81342906

 [71]  0.46444795  1.76316503  1.96194266  1.74588526  3.25497941  2.20720514  1.96803992
 [78]  2.47810693  1.10029278  1.29474306  2.14552626  0.25797406  2.22074084  1.75603365
 [85]  1.74266678  1.98355362  2.06861315  1.72165585  1.72307033  1.37763567  1.88405661
 [92]  2.67042567  2.97843210  2.78023154  1.98062697  0.93364476  2.02985462  3.81565995
 [99]  0.56794957  1.31112964
```

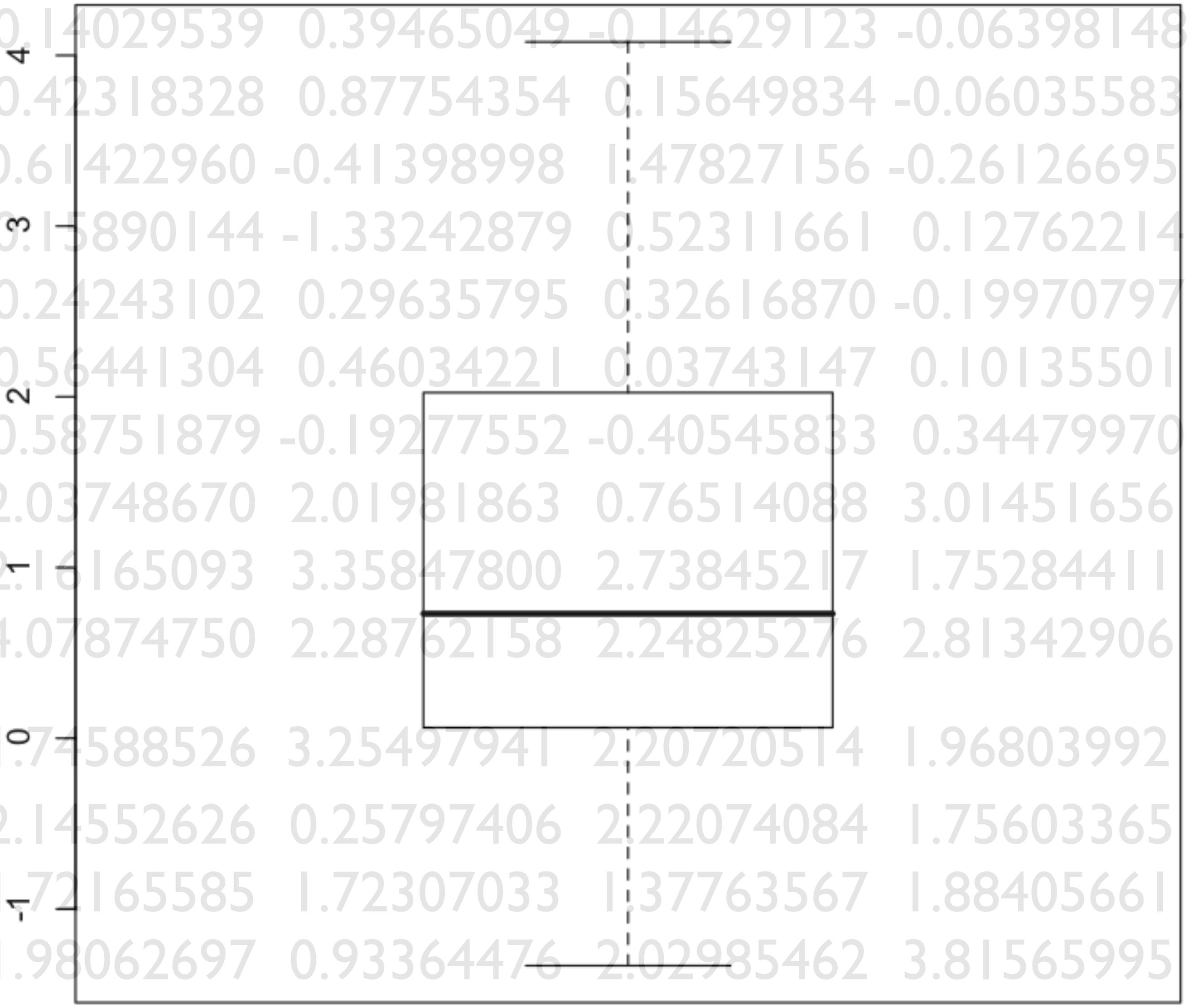
Směs dvou rozdělení

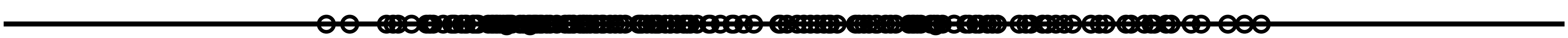
```
  [1] -0.25640083  0.18603345 -0.32252900  0.14029539  0.39465049 -0.14629123 -0.06398148
  [8]  0.10442055  0.51064463 -0.07187202 -0.42318328  0.87754354  0.15649834 -0.06035583
 [15]  0.69360581  0.15117762  0.23367583  0.61422960 -0.41398998  1.47827156 -0.26126695
 [22]  0.77789548 -0.52023548 -0.08282471 -0.15890144 -1.33242879  0.52311661  0.12762214
 [29] -0.11583169  0.51265392 -0.13004186 -0.24243102  0.29635795  0.32616870 -0.19970797
 [36] -0.01118346  0.12561809 -0.09053659 -0.56441304  0.46034221  0.03743147  0.10135501
 [43]  0.26033918 -0.23269814  0.29845597 -0.58751879 -0.19277552 -0.40545833  0.34479970
 [50]  0.08673142  2.05546926  1.07953109  2.03748670  2.01981863  0.76514088  3.01451656
 [57]  0.81426280  2.92537527  2.35934579  2.16165093  3.35847800  2.73845217  1.75284411
 [64]  1.09047564  2.13775360  2.13511623  4.07874750  2.28762158  2.24825276  2.81342906
 [71]  0.46444795  1.76316503  1.96194266  1.74588526  3.25497941  2.20720514  1.96803992
 [78]  2.47810693  1.10029278  1.29474306  2.14552626  0.25797406  2.22074084  1.75603365
 [85]  1.74266678  1.98355362  2.06861315  1.72165585  1.72307033  1.37763567  1.88405661
 [92]  2.67042567  2.97843210  2.78023154  1.98062697  0.93364476  2.02985462  3.81565995
 [99]  0.56794957  1.31112964
```



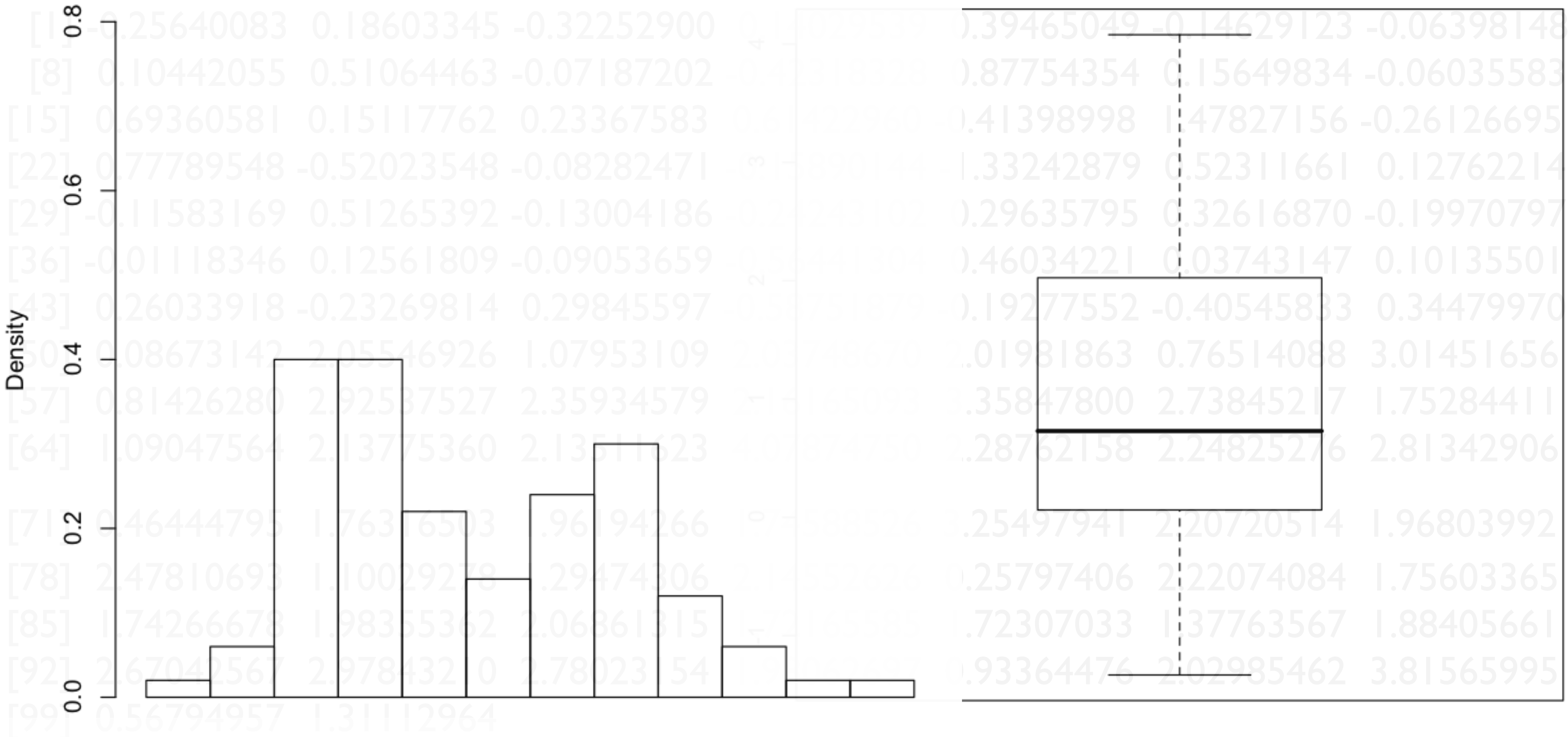
Směs dvou rozdělení

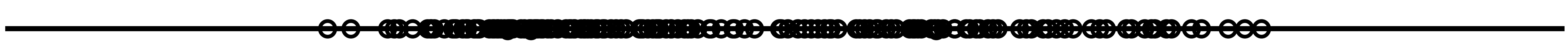
```
  [1] -0.25640083  0.18603345 -0.32252900  0.14029539  0.39465049 -0.14629123 -0.06398148
  [8]  0.10442055  0.51064463 -0.07187202 -0.42318328  0.87754354  0.15649834 -0.06035583
 [15]  0.69360581  0.15117762  0.23367583  0.61422960 -0.41398998  1.47827156 -0.26126695
 [22]  0.77789548 -0.52023548 -0.08282471 -0.15890144 -1.33242879  0.52311661  0.12762214
 [29] -0.11583169  0.51265392 -0.13004186 -0.24243102  0.29635795  0.32616870 -0.19970797
 [36] -0.01118346  0.12561809 -0.09053659 -0.56441304  0.46034221  0.03743147  0.10135501
 [43]  0.26033918 -0.23269814  0.29845597 -0.58751879 -0.19277552 -0.40545833  0.34479970
 [50]  0.08673142  2.05546926  1.07953109  2.03748670  2.01981863  0.76514088  3.01451656
 [57]  0.81426280  2.92537527  2.35934579  2.16165093  3.35847800  2.73845217  1.75284411
 [64]  1.09047564  2.13775360  2.13511623  4.07874750  2.28762158  2.24825276  2.81342906
 [71]  0.46444795  1.76316503  1.96194266  1.74588526  3.25497941  2.20720514  1.96803992
 [78]  2.47810693  1.10029278  1.29474306  2.14552626  0.25797406  2.22074084  1.75603365
 [85]  1.74266678  1.98355362  2.06861315  1.72165585  1.72307033  1.37763567  1.88405661
 [92]  2.67042567  2.97843210  2.78023154  1.98062697  0.93364476  2.02985462  3.81565995
 [99]  0.56794957  1.31112964
```



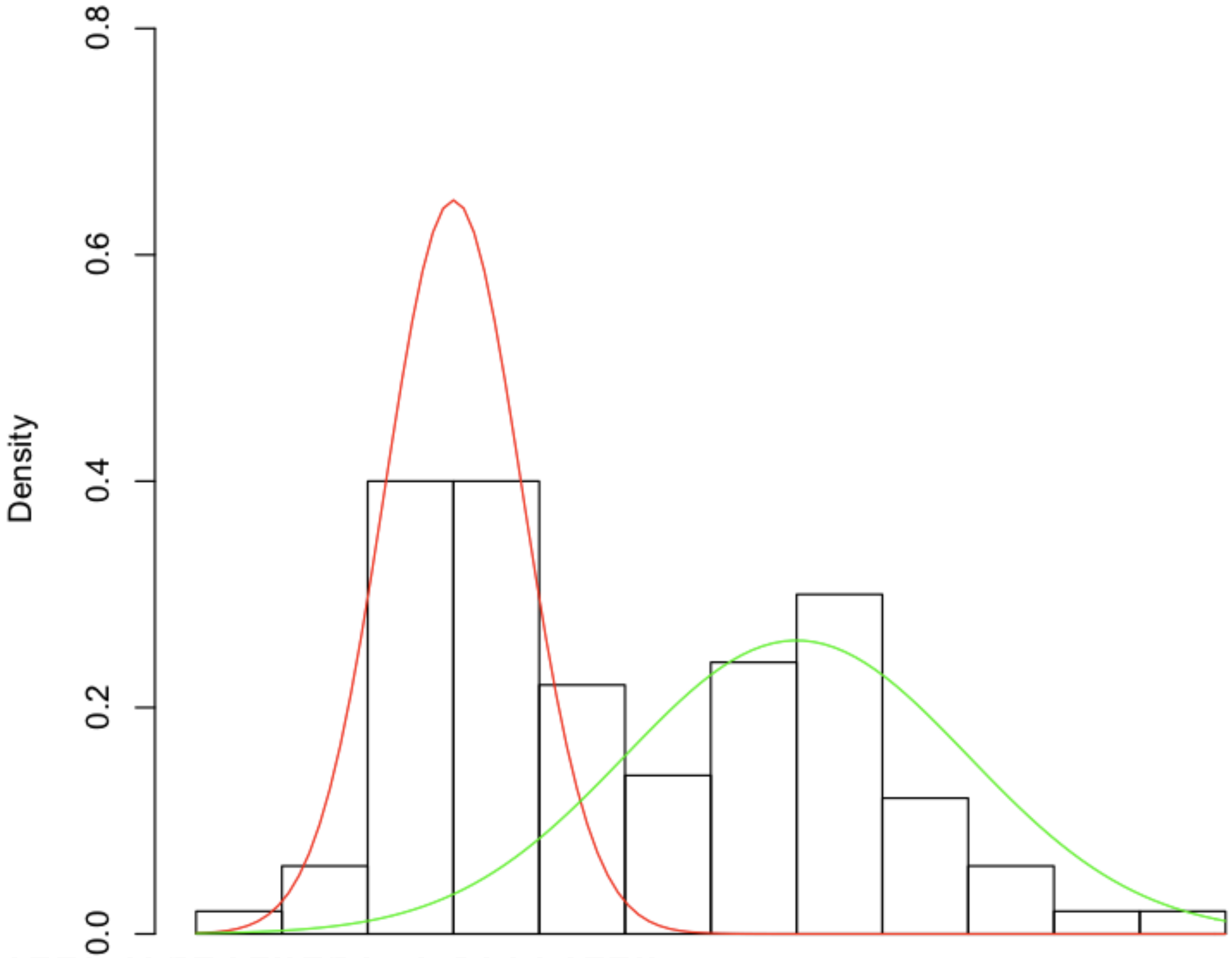


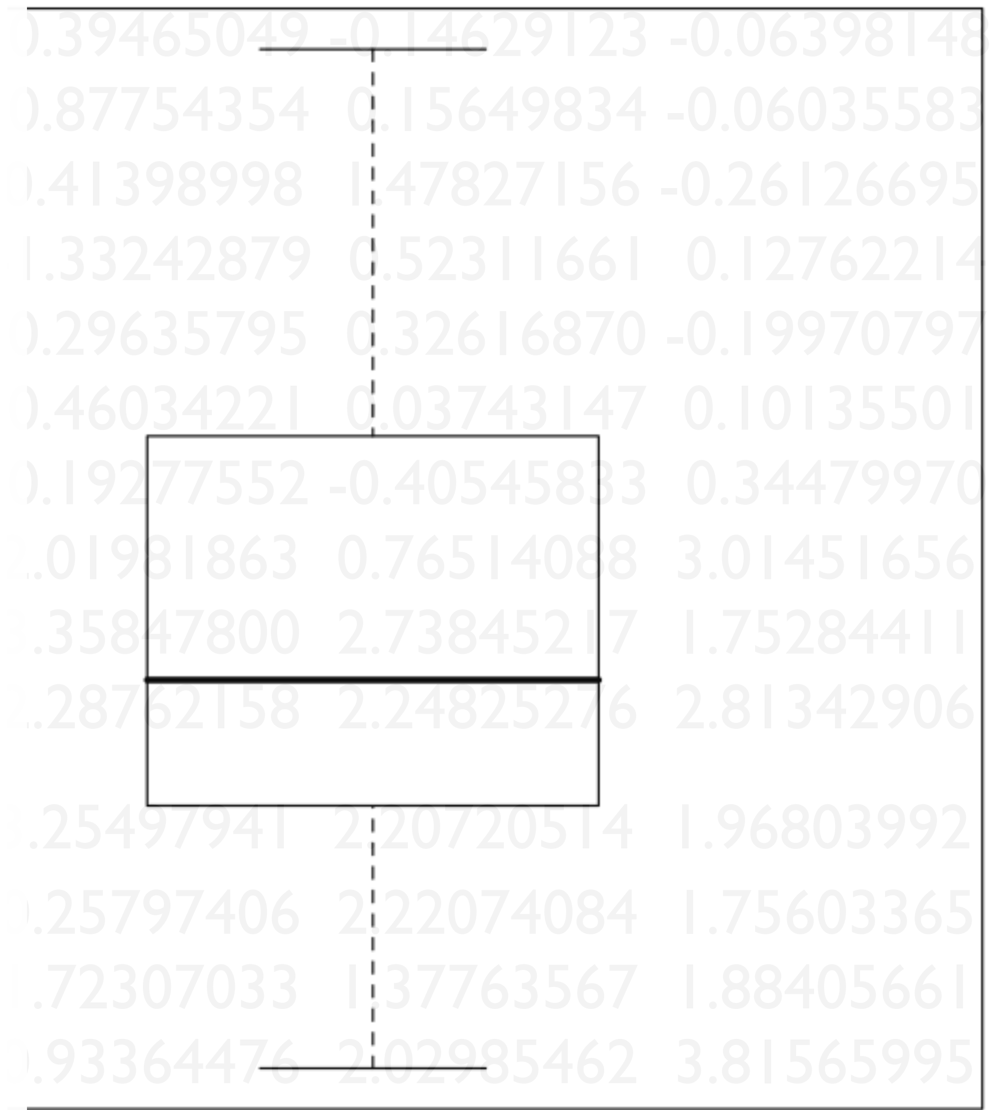
Směs dvou rozdělení

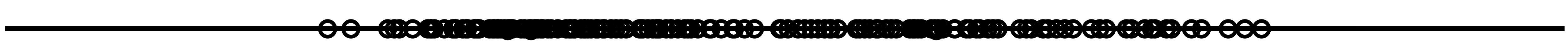




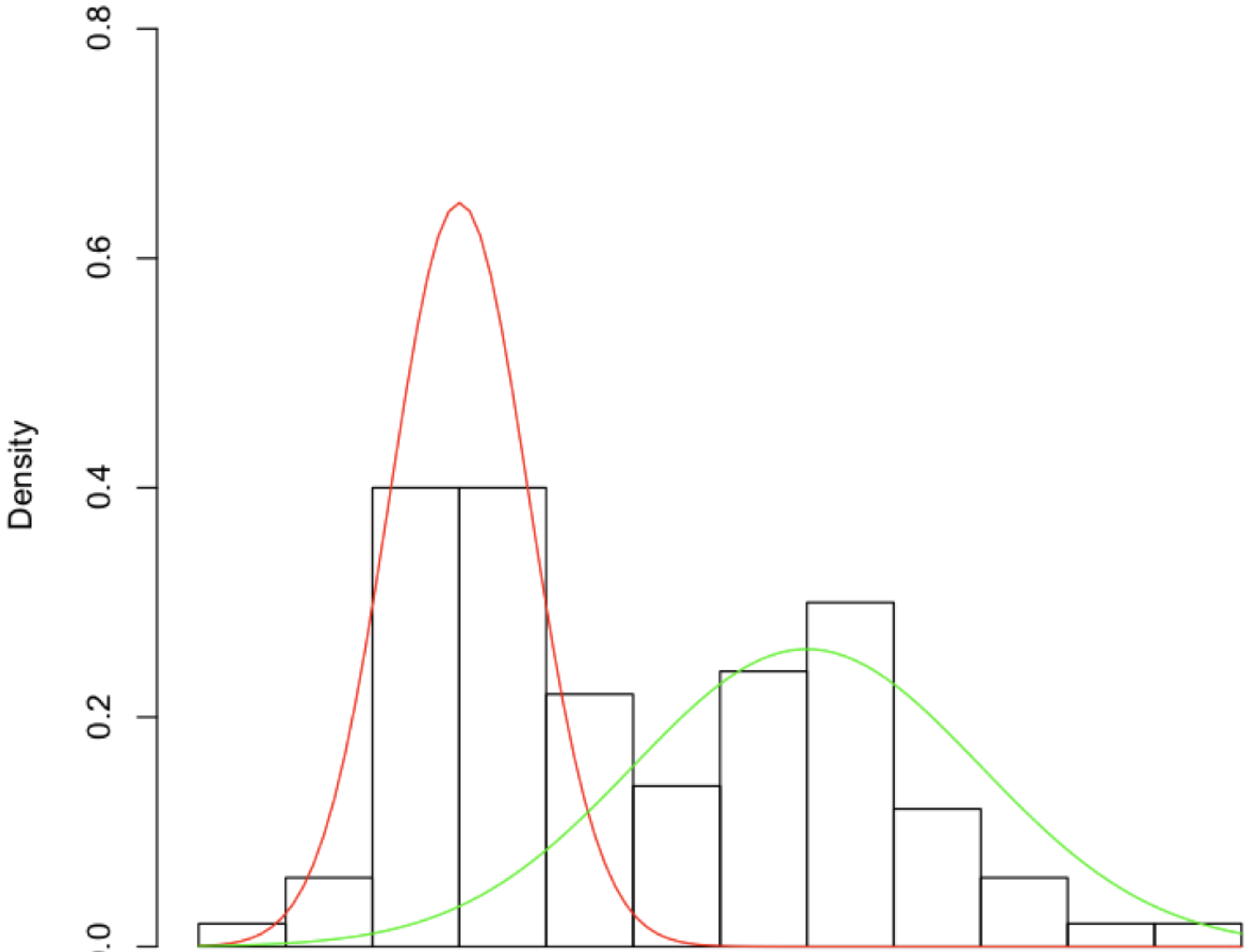
Směs dvou rozdělení

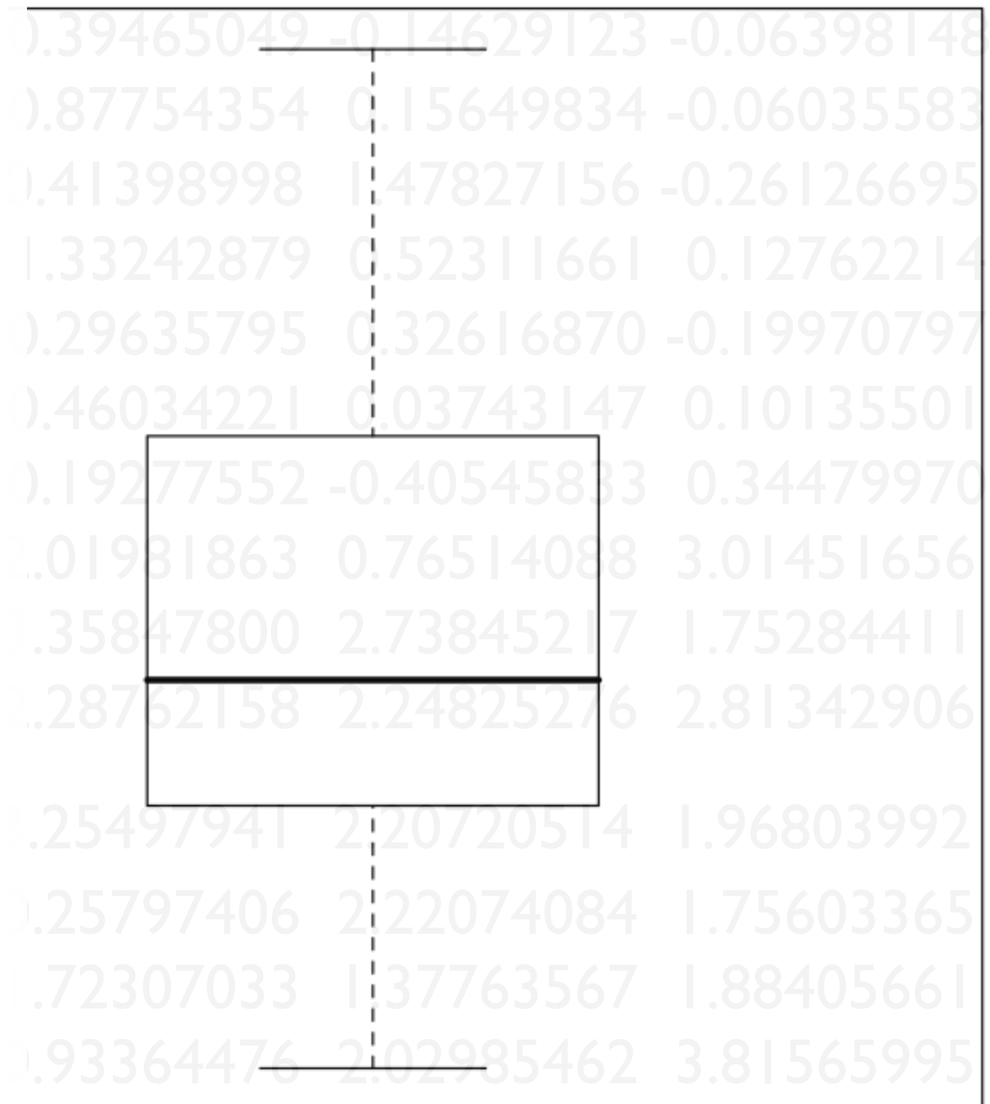


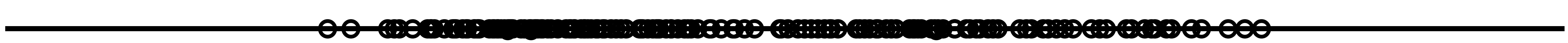




Směs dvou rozdělení







Úvod do teorie pravděpodobnosti

Úvod do teorie pravděpodobnosti

- Náhoda a pravděpodobnost,
- náhodný jev, náhodná veličina
- rozdělení pravděpodobnosti a jeho souvislost s histogramem
- pravidla pro počítání s pravděpodobností
- podmíněná pravděpodobnost
- závislost náhodných veličin
- využití závislosti při stanovení pravděpodobnosti - věta o úplné pravděpodobnosti a Bayesova věta

Úvod do teorie pravděpodobnosti

- Náhoda a pravděpodobnost,
- náhodný jev, náhodná veličina
- rozdělení pravděpodobnosti a jeho souvislost s histogramem
- pravidla pro počítání s pravděpodobností
- podmíněná pravděpodobnost
- závislost náhodných veličin
- využití závislosti při stanovení pravděpodobnosti - věta o úplné pravděpodobnosti a Bayesova věta

(1) Jiří Likeš, Josef Machek: Počet pravděpodobnosti. Sešit X edice MVŠT, SNTL Praha 1981

(2) další učebnice naleznete na adrese: https://gejza.nipax.cz

Úvod do teorie pravděpodobnosti

- Náhoda a pravděpodobnost,
- náhodný jev, náhodná veličina
- rozdělení pravděpodobnosti a jeho souvislost s histogramem
- pravidla pro počítání s pravděpodobností
- podmíněná pravděpodobnost
- závislost náhodných veličin
- využití závislosti při stanovení pravděpodobnosti - věta o úplné pravděpodobnosti a Bayesova věta

(1) Jiří Likeš, Josef Machek: Počet pravděpodobnosti. Sešit X edice MVŠT, SNTL Praha 1981

(2) další učebnice naleznete na adrese: https://gejza.nipax.cz

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Náhodný pokus = činnost, která může skončit různým výsledkem a my dopředu nevíme kterým

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Náhodný pokus = činnost, která může skončit různým výsledkem a my dopředu nevíme kterým

Náhodný jev = výsledek náhodného pokusu, o kterém dopředu nevíme, zda nastane či ne

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Náhodný pokus $=$ činnost, která může skončit různým výsledkem a my dopředu nevíme kterým

Náhodný jev $=$ výsledek náhodného pokusu, o kterém dopředu nevíme, zda nastane či ne

Pravděpodobnostní prostor $(\Omega, \mathcal{F}, P)$
(Kolmogorov, 1933)

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Náhodný pokus $=$ činnost, která může skončit různým výsledkem a my dopředu nevíme kterým

Náhodný jev $=$ výsledek náhodného pokusu, o kterém dopředu nevíme, zda nastane či ne

Pravděpodobnostní prostor $(\Omega, \mathcal{F}, P)$
(Kolmogorov, 1933)

Ω - množina elemetárních náhodných jevů

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Náhodný pokus $=$ činnost, která může skončit různým výsledkem a my dopředu nevíme kterým

Náhodný jev $=$ výsledek náhodného pokusu, o kterém dopředu nevíme, zda nastane či ne

Pravděpodobnostní prostor $(\Omega, \mathcal{F}, P)$
(Kolmogorov, 1933)

Ω - množina elemetárních náhodných jevů

$\mathcal{F}$ - jevové pole (σ-algebra náhodných jevů)

(a) $\emptyset, \Omega \in \mathcal{F}$
(b) pokud $A \in \mathcal{F}$, potom platí $A^C \in \mathcal{F}$
(c) pokud $A_1, A_2, \cdots \in \mathcal{F}$, potom platí $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Náhodný pokus $=$ činnost, která může skončit různým výsledkem a my dopředu nevíme kterým

Náhodný jev $=$ výsledek náhodného pokusu, o kterém dopředu nevíme, zda nastane či ne

Pravděpodobnostní prostor $(\Omega, \mathcal{F}, P)$
(Kolmogorov, 1933)

Ω - množina elemetárních náhodných jevů

$\mathcal{F}$ - jevové pole (σ-algebra náhodných jevů)

(a) $\emptyset, \Omega \in \mathcal{F}$
(b) pokud $A \in \mathcal{F}$, potom platí $A^C \in \mathcal{F}$
(c) pokud $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$, potom platí $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$

P - pravděpodobnostní míra na $\mathcal{F}$

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Náhodný pokus $=$ činnost, která může skončit různým výsledkem a my dopředu nevíme kterým

Náhodný jev $=$ výsledek náhodného pokusu, o kterém dopředu nevíme, zda nastane či ne

Pravděpodobnostní prostor $(\Omega, \mathcal{F}, P)$
(Kolmogorov, 1933)

Ω - množina elemetárních náhodných jevů

$\mathcal{F}$ - jevové pole (σ-algebra náhodných jevů)

(a) $\emptyset, \Omega \in \mathcal{F}$
(b) pokud $A \in \mathcal{F}$, potom platí $A^C \in \mathcal{F}$
(c) pokud $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$, potom platí $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{F}$

P - pravděpodobnostní míra na $\mathcal{F}$

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii lichého počtu N her a vyhraje ten, který dosáhne vícekrát vítězství. Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu m:n a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii lichého počtu N her a vyhraje ten, který dosáhne vícekrát vítězství. Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu m:n a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Úloha o rozdělení sázky je jednou z nejstarších dokumentovaných úloh pravděpodobnosti a je připisována Blaise Pascalovi a Piere de Fermatovi z roku 1654. Ve skutečnosti je však mnohem starší a jsou známy její verze z konce XV. století.

http://www.statspol.cz/bulletiny/ib-2009-2.pdf

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Úloha o rozdělení sázky je jednou z nejstarších dokumentovaných úloh pravděpodobnosti a je připisována Blaise Pascalovi a Piere de Fermatovi z roku 1654. Ve skutečnosti je však mnohem starší a jsou známy její verze z konce XV. století.

http://www.statspol.cz/bulletiny/ib-2009-2.pdf

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Úloha o rozdělení sázky je jednou z nejstarších dokumentovaných úloh pravděpodobnosti a je připisována Blaise Pascalovi a Piere de Fermatovi z roku 1654. Ve skutečnosti je však mnohem starší a jsou známy její verze z konce XV. století.

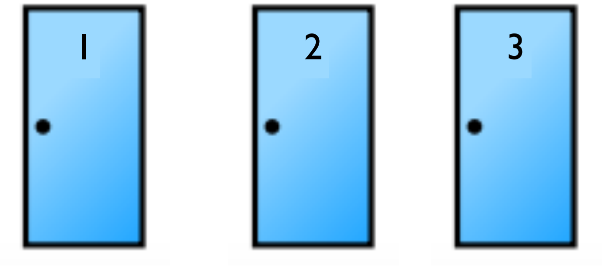
http://www.statspol.cz/bulletiny/ib-2009-2.pdf

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)

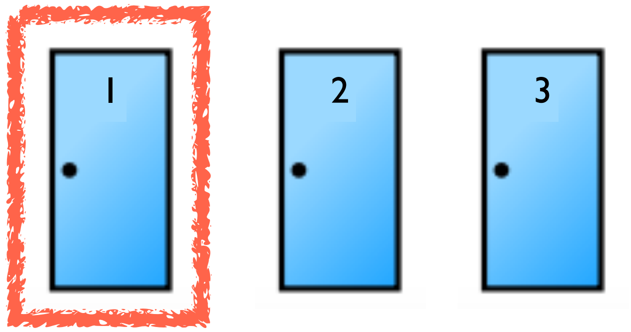
Úvod do teorie pravděpodobnosti

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



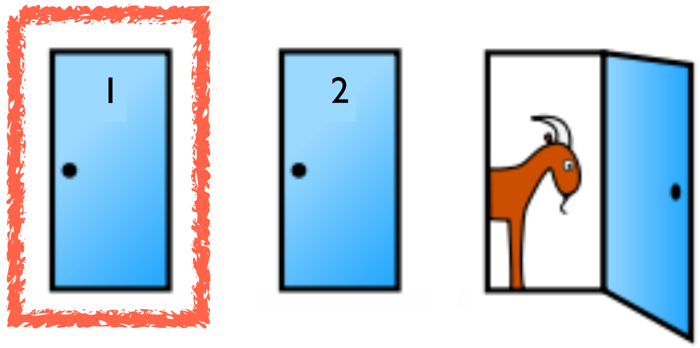
Úvod do teorie pravděpodobnosti

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



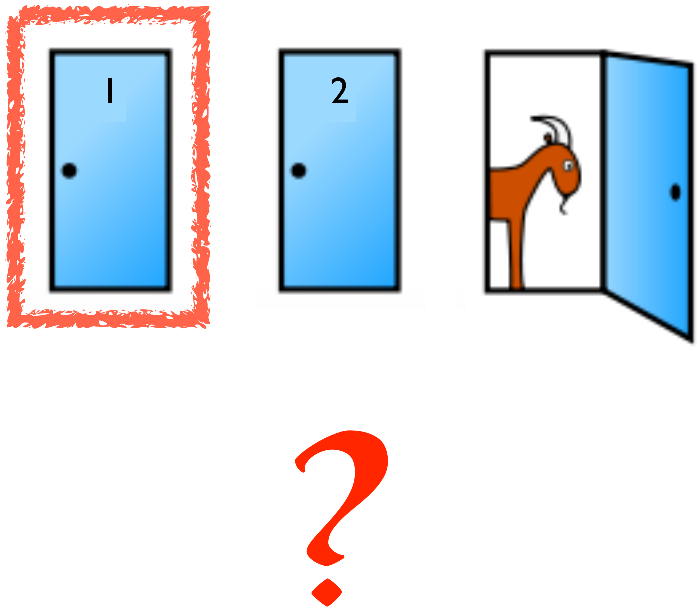
Úvod do teorie pravděpodobnosti

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



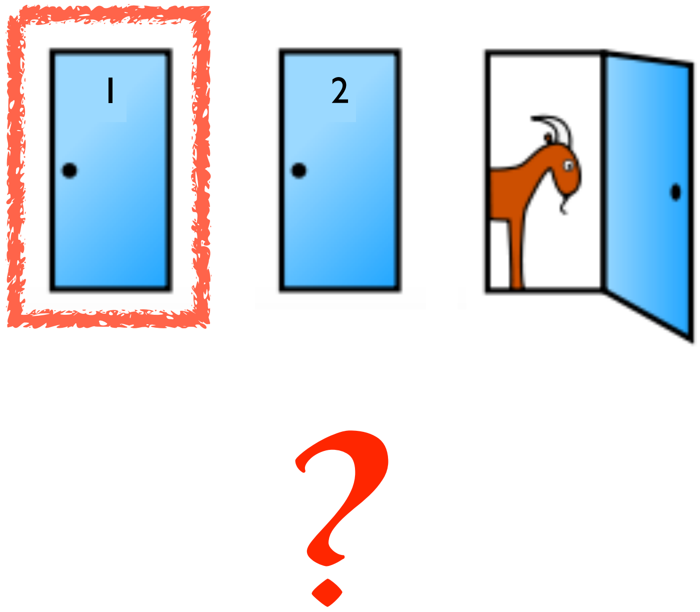
Úvod do teorie pravděpodobnosti

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



Úvod do teorie pravděpodobnosti

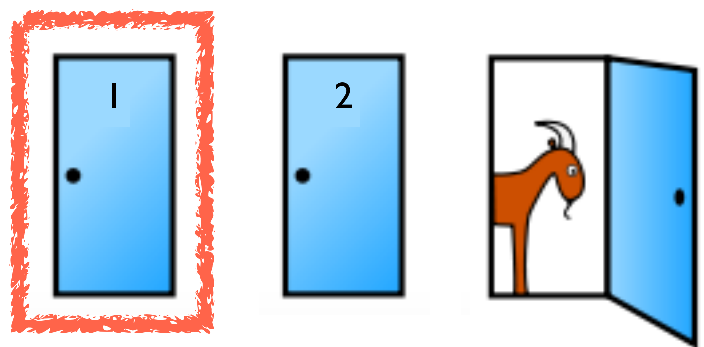
Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



http://www.shodor.org/interactivate/activities/SimpleMontyHall/

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



?

http://www.shodor.org/interactivate/activities/SimpleMontyHall/

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Definice pravděpodobnosti

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Definice pravděpodobnosti

1. Klasická definice pravděpodobnosti:

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Definice pravděpodobnosti

1. Klasická definice pravděpodobnosti: $P(A) = \dfrac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$

   $\mu(A) =$ počet elementárních jevů v jevu A

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Definice pravděpodobnosti

1. Klasická definice pravděpodobnosti: $$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$$

   $\mu(A) =$ počet elementárních jevů v jevu A

   $\mu(A) =$ “míra” jevu A

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Definice pravděpodobnosti

1. Klasická definice pravděpodobnosti: $P(A) = \dfrac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$

   $\mu(A) =$ počet elementárních jevů v jevu A

   $\mu(A) =$ "míra" jevu A

2. Axiomatická definice pravděpodobnosti

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Definice pravděpodobnosti

1. Klasická definice pravděpodobnosti: $P(A) = \dfrac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$

   $\mu(A) =$ počet elementárních jevů v jevu A

   $\mu(A) =$ "míra" jevu A

2. Axiomatická definice pravděpodobnosti

   (a) $\forall A \in \mathcal{F}: \quad P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

   (b) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

   (c) jsou-li $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$, po dvou disjunktní, potom

   $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P\left(A_i\right)$

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Definice pravděpodobnosti

1. Klasická definice pravděpodobnosti: $P(A) = \dfrac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$

   $\mu(A) =$ počet elementárních jevů v jevu A

   $\mu(A) =$ "míra" jevu A

2. Axiomatická definice pravděpodobnosti

   (a) $\forall A \in \mathcal{F}: \quad P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

   (b) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

   (c) jsou-li $A_1, A_2, \dots \in \mathcal{F}$, po dvou disjunktní, potom

   $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P\left(A_i\right)$

3. Statistická definice pravděpodobnosti: $\lim_{j\to\infty} \frac{n_j^A}{n_j}$

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Definice pravděpodobnosti

1. Klasická definice pravděpodobnosti: $P(A) = \dfrac{\mu(A)}{\mu(\Omega)}$

   $\mu(A) =$ počet elementárních jevů v jevu A

   $\mu(A) =$ "míra" jevu A

2. Axiomatická definice pravděpodobnosti

   (a) $\forall A \in \mathcal{F}: \quad P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

   (b) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

   (c) jsou-li $A_1, A_2, \cdots \in \mathcal{F}$, po dvou disjunktní, potom

   $$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P\left(A_i\right)$$

3. Statistická definice pravděpodobnosti: $\lim_{j \to \infty} \frac{n_j^A}{n_j}$

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Pravidla pro počítání s pravděpodobností

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Pravidla pro počítání s pravděpodobností

1) $P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

2) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

3) $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P\left(A_i\right)$

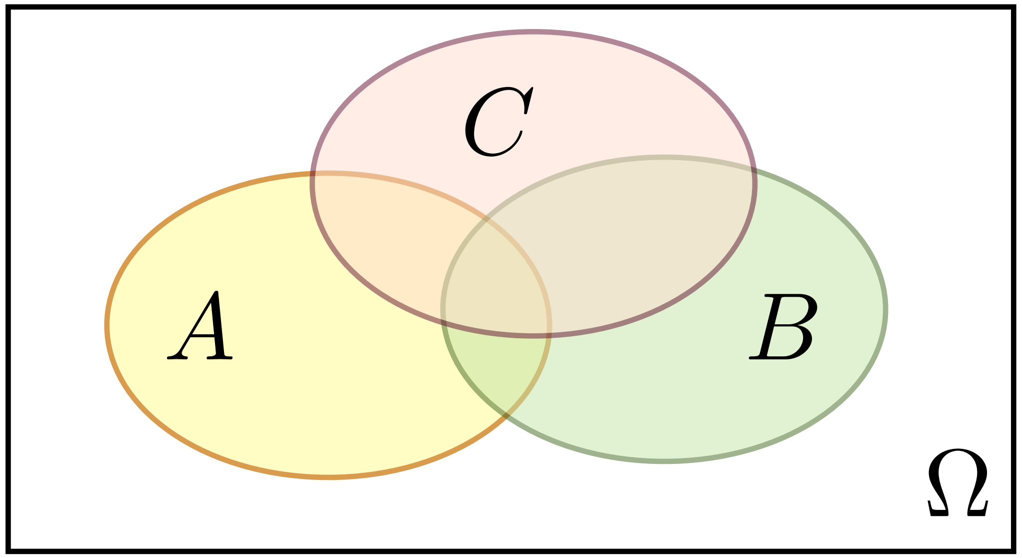
Úvod do teorie pravděpodobnosti

Pravidla pro počítání s pravděpodobností

1) $P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

2) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

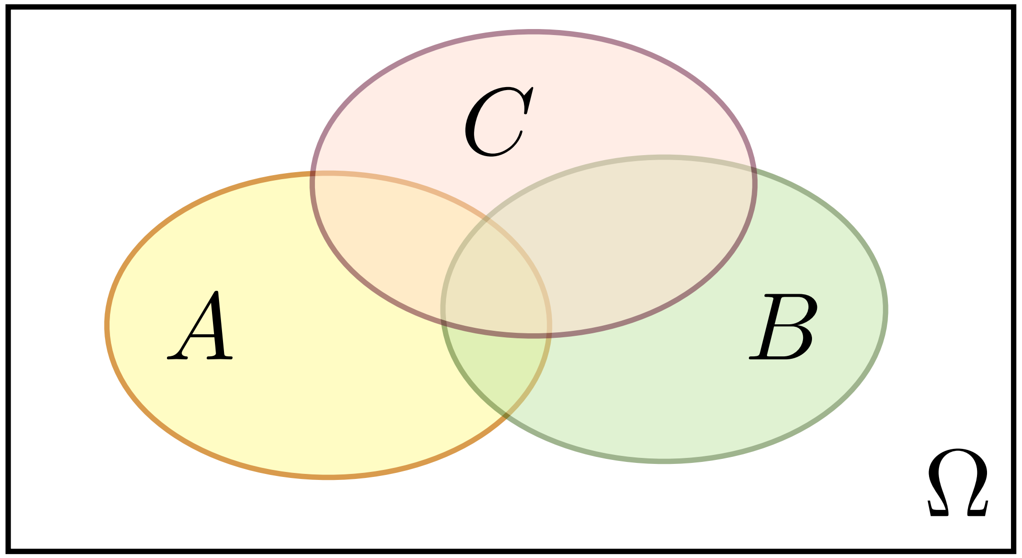
3) $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P\left(A_i\right)$



Úvod do teorie pravděpodobnosti

Pravidla pro počítání s pravděpodobností

1) $P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$



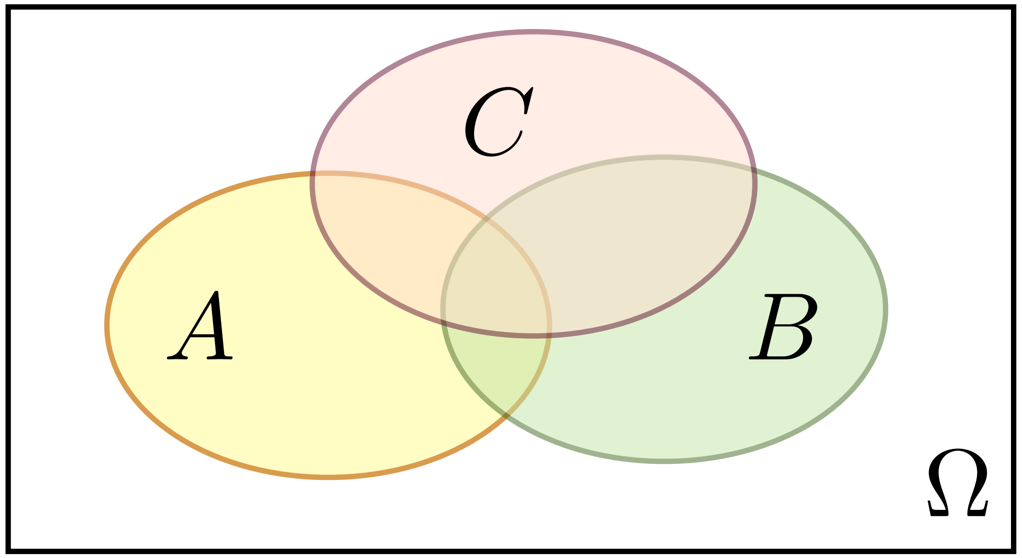
2) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

3) $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P\left(A_i\right)$

4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Pravidla pro počítání s pravděpodobností



1) $P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

2) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

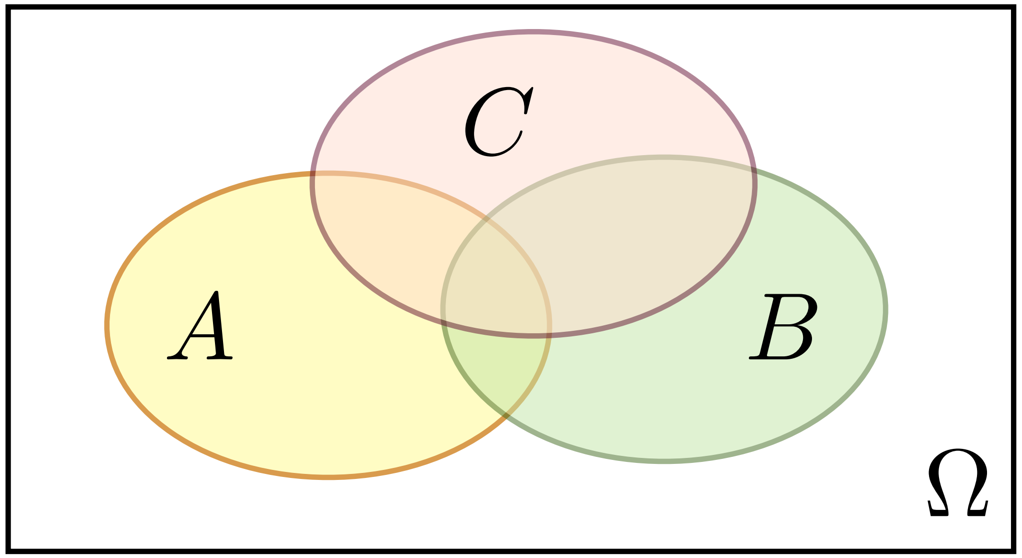
3) $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P\left(A_i\right)$

4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Pravidla pro počítání s pravděpodobností



1) $P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

2) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

3) $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P\left(A_i\right)$

4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

6) $P(A^C) = 1 - P(A)$

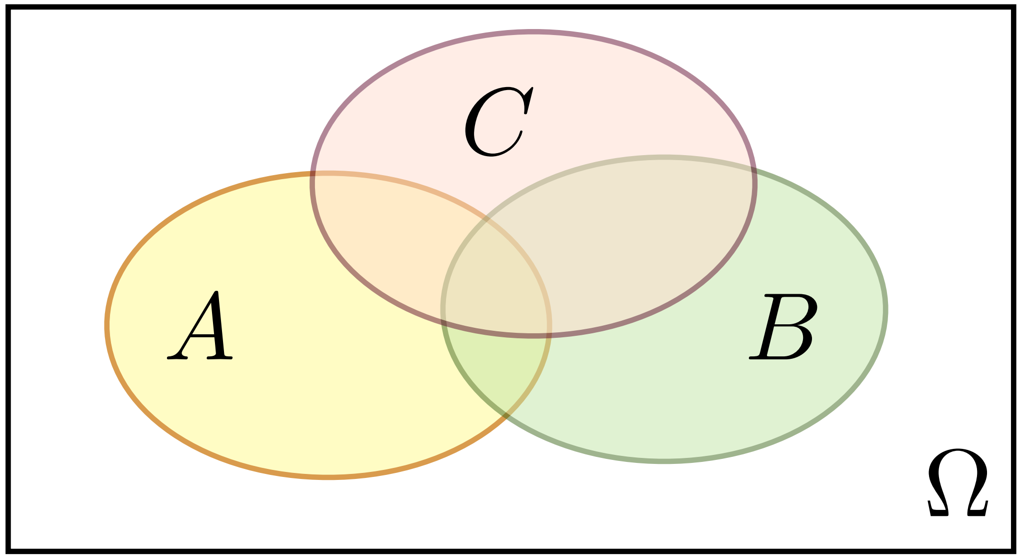
Úvod do teorie pravděpodobnosti

Pravidla pro počítání s pravděpodobností

1) $P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

2) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

3) $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P\left(A_i\right)$



4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

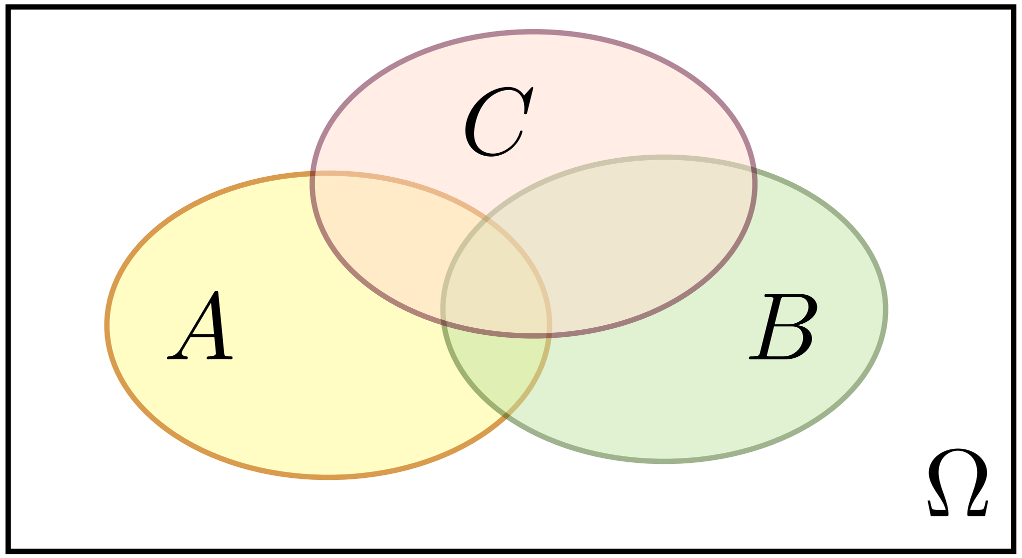
5) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

6) $P(A^C) = 1 - P(A)$

$$\boxed{P(A \cap B) = ?}$$

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Pravidla pro počítání s pravděpodobností



1) $P(A) \in \langle 0, 1 \rangle$

2) $P(\emptyset) = 0, \quad P(\Omega) = 1$

3) $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P\left(A_i\right)$

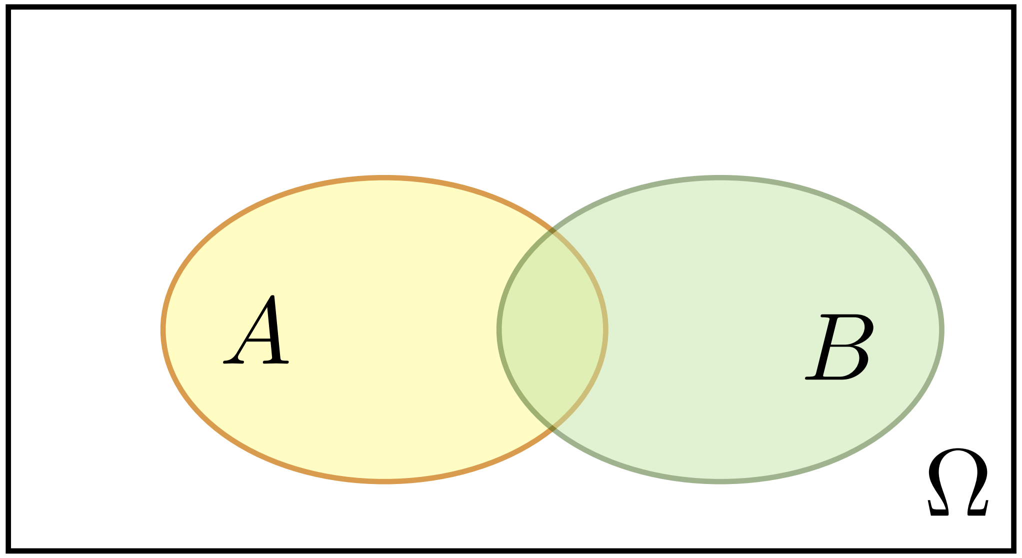
4) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

5) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

6) $P(A^C) = 1 - P(A)$

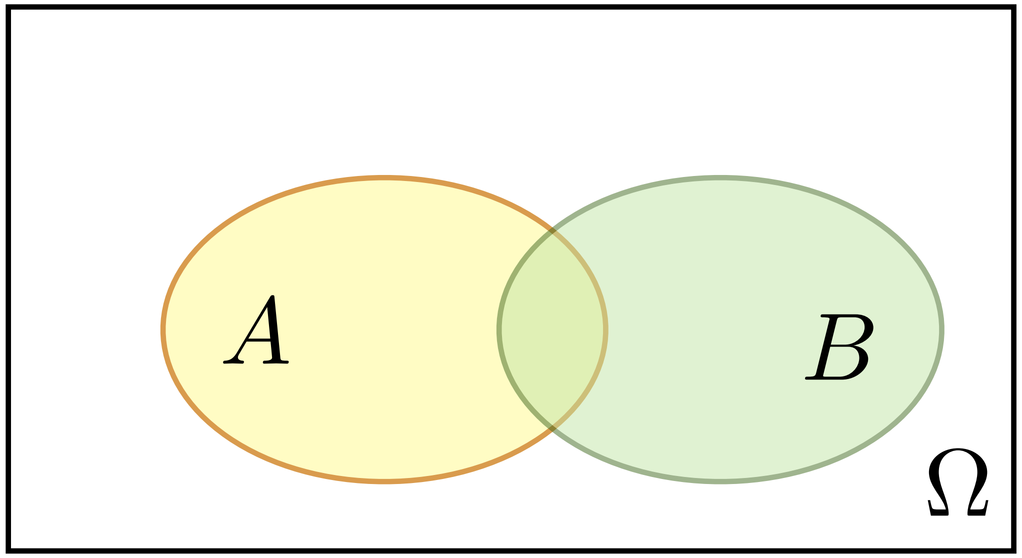
$$\boxed{P(A \cap B) = ?}$$

Podmíněná pravděpodobnost



Podmíněná pravděpodobnost

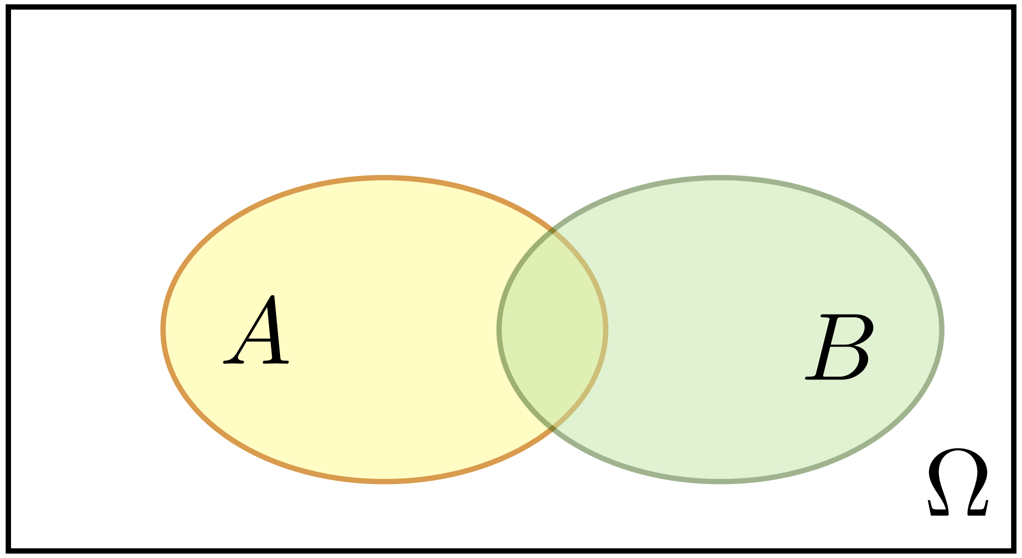
$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$



Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

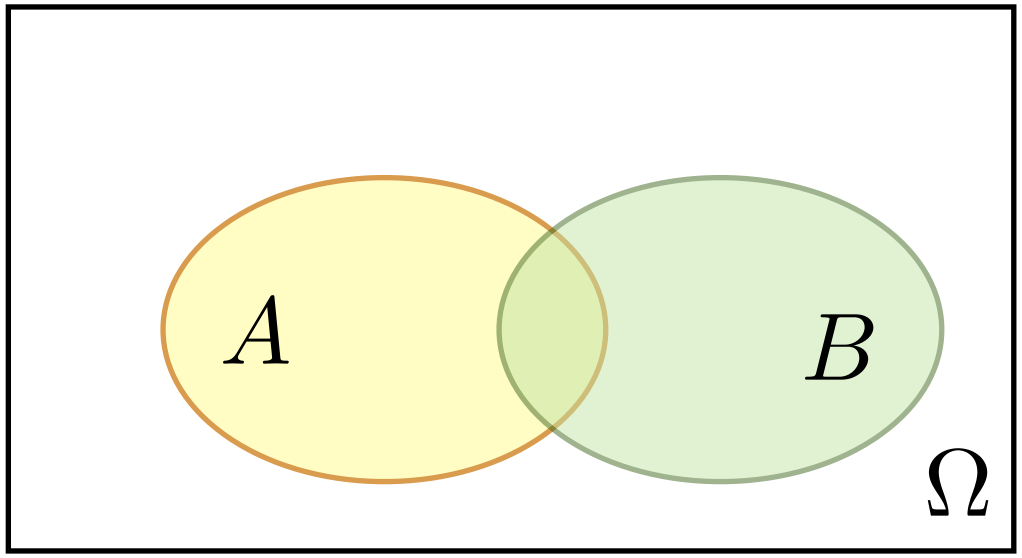
$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$

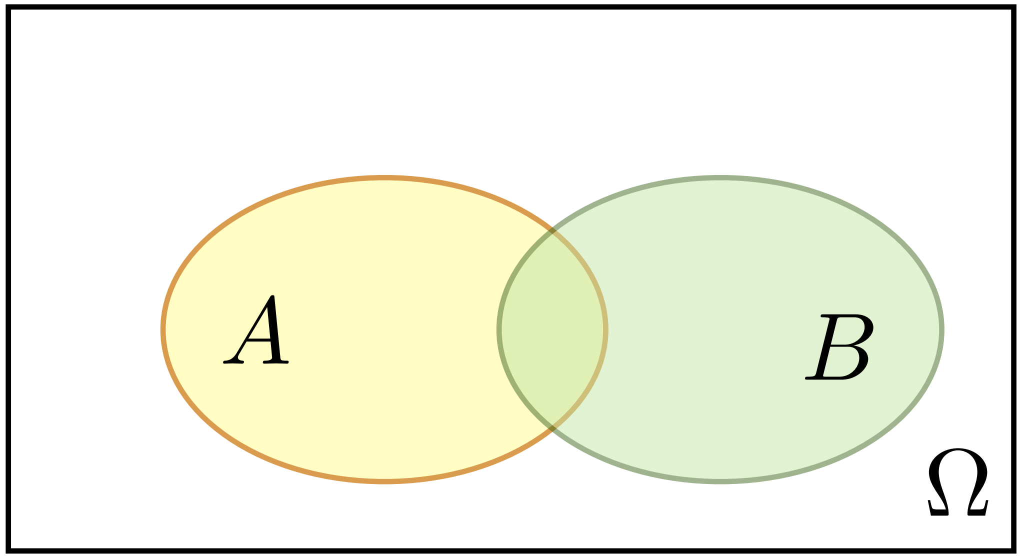


Jevy A a B jsou stochasticky nezávislé právě když $P(A|B)=P(A)$

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



Jevy A a B jsou stochasticky nezávislé právě když $P(A|B)=P(A)$

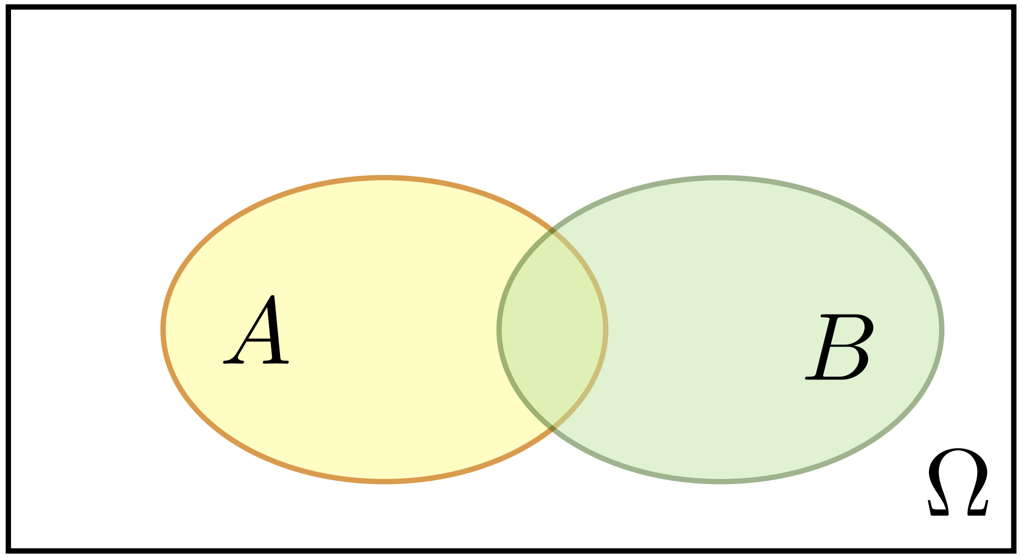
Nebo také: $P(B|A)=P(B)$

$P(A \cap B)=P(A).P(B)$

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



Jevy A a B jsou stochasticky nezávislé právě když $P(A|B)=P(A)$

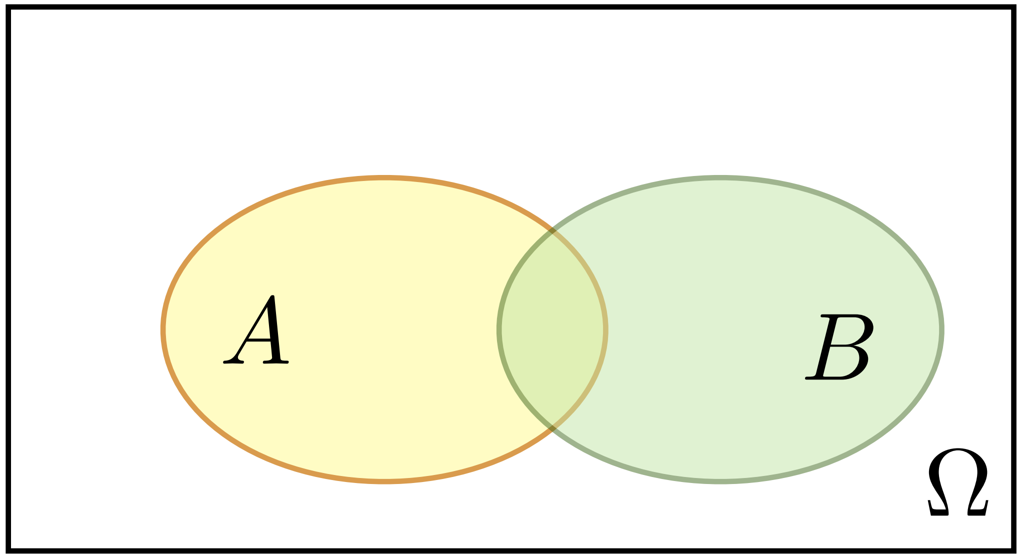
Nebo také: $P(B|A)=P(B)$

$P(A \cap B)=P(A).P(B)$

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



Příklad:

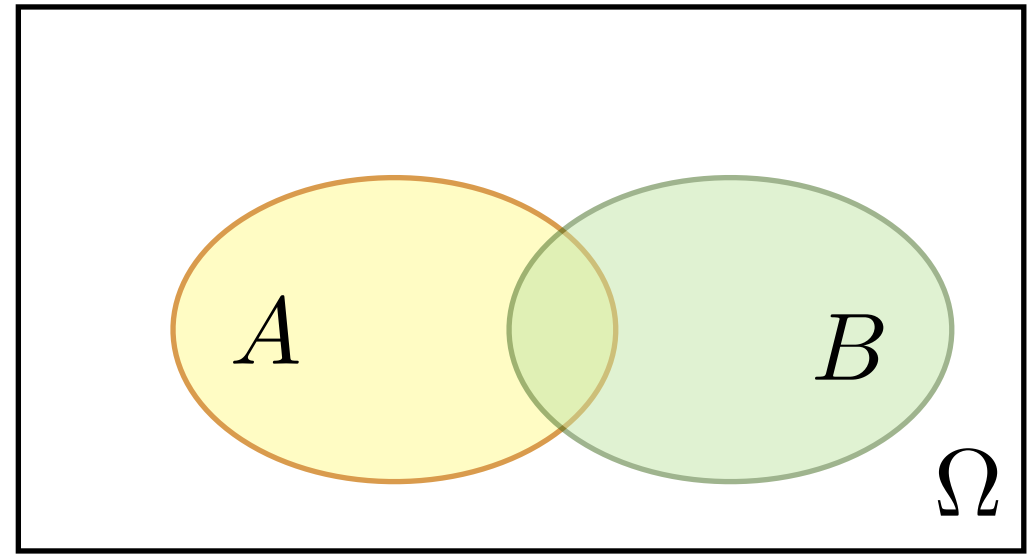
Je známo, že v dlouhodobém průměru je mezi 1000 dodaných komponent 2,34% vadných výrobků pocházejících od výrobce A, 1,08% vadných výrobků od výrobce B, 65,97% bezvadných výrobků od výrobce A a zbytek (30,6%) jsou bezvadné výrobky od výrobce B.

Lze považovat jev, že výrobek je vadný, za stochasticky závislý na výrobci?

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



Příklad:

Je známo, že v dlouhodobém průměru je mezi 1000 dodaných komponent 2,34% vadných výrobků pocházejících od výrobce A, 1,08% vadných výrobků od výrobce B, 65,97% bezvadných výrobků od výrobce A a zbytek (30,6%) jsou bezvadné výrobky od výrobce B.

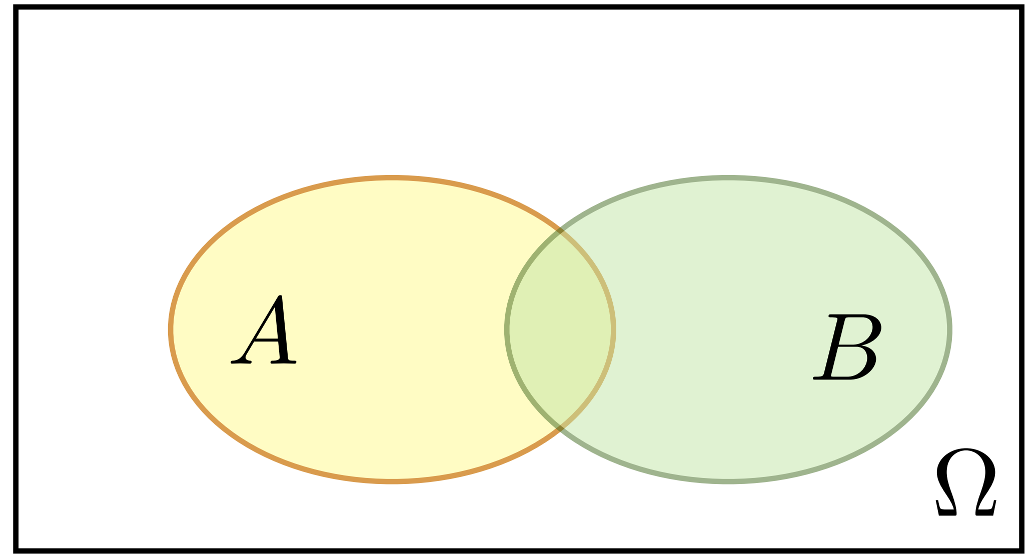
Lze považovat jev, že výrobek je vadný,
na výrobci?

	A	B
vada (V)	2,34	1,08
bez vady	65,98	30,6

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



Příklad:

Je známo, že v dlouhodobém průměru je mezi 1000 dodaných komponent 2,34% vadných výrobků pocházejících od výrobce A, 1,08% vadných výrobků od výrobce B, 65,97% bezvadných výrobků od výrobce A a zbytek (30,6%) jsou bezvadné výrobky od výrobce B.

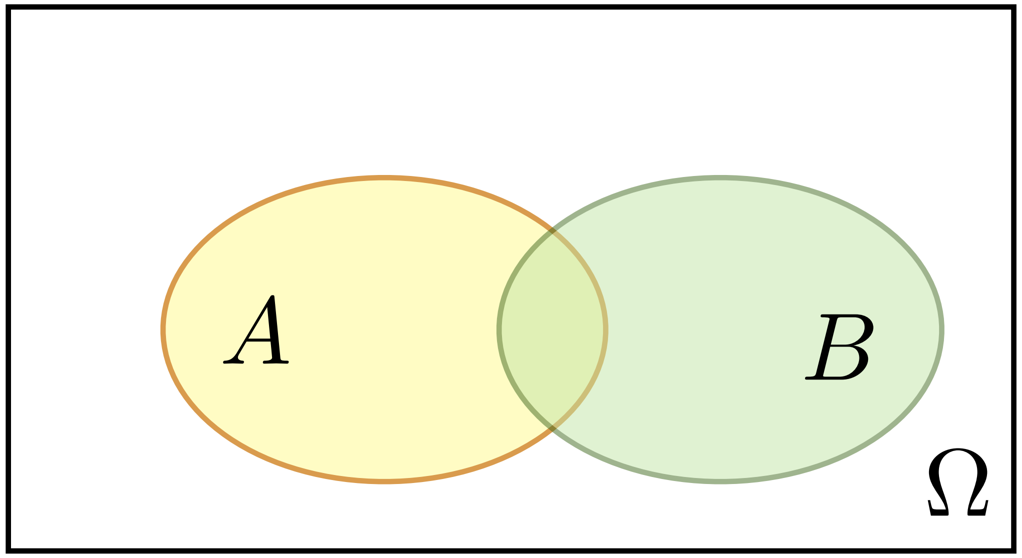
Lze považovat jev, že výrobek je vadný, … na výrobci?

	A	B
vada (V)	2,34	1,08
bez vady	65,98	30,6

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



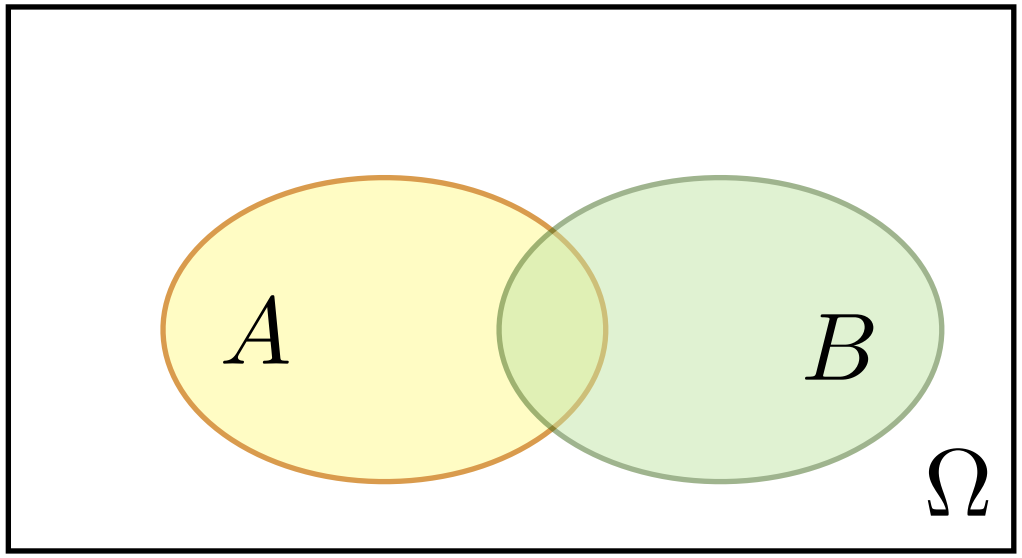
2,34 = 3,42 . 68,32

	A	B
vada (V)	2,34	1,08
bez vady	65,98	30,6

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



2,34 = 3,42 . 68,32

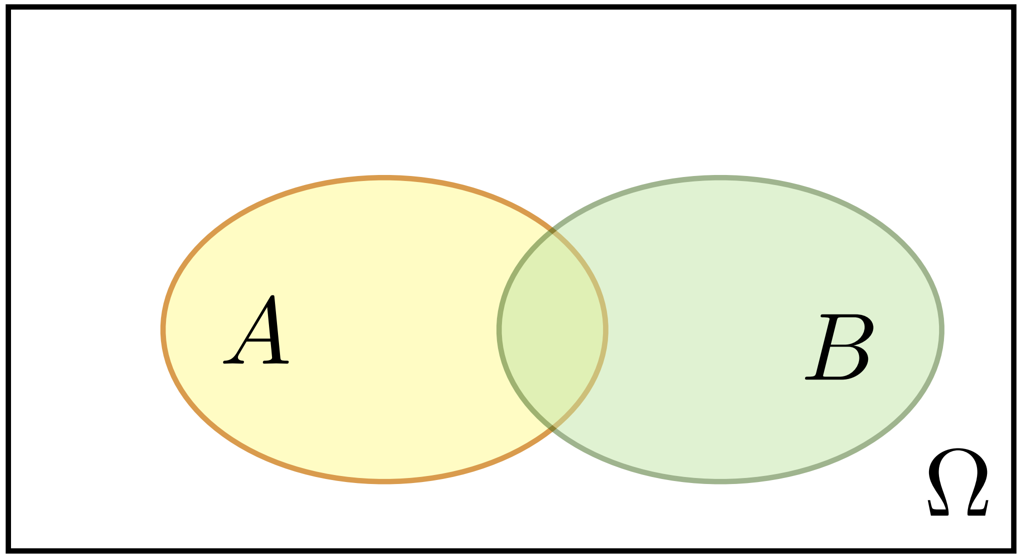
1,08 = 3,42 . 31,68

	A	B
vada (V)	2,34	1,08
bez vady	65,98	30,6

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



2,34 = 3,42 . 68,32

1,08 = 3,42 . 31,68

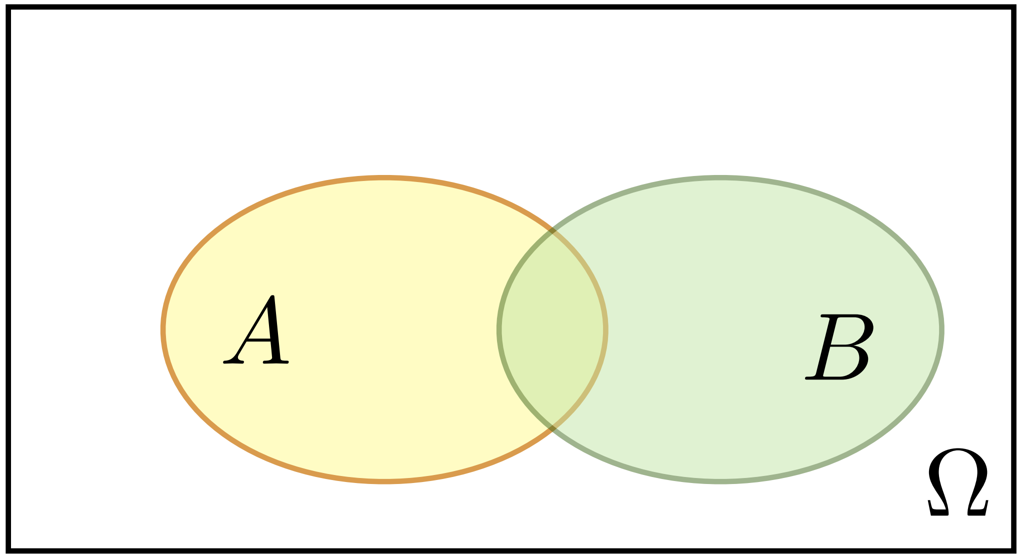
65,98 = 96,58 . 68,32

	A	B
vada (V)	2,34	1,08
bez vady	65,98	30,6

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



$$2{,}34 = 3{,}42 \;.\; 68{,}32 \qquad 1{,}08 = 3{,}42 \;.\; 31{,}68$$

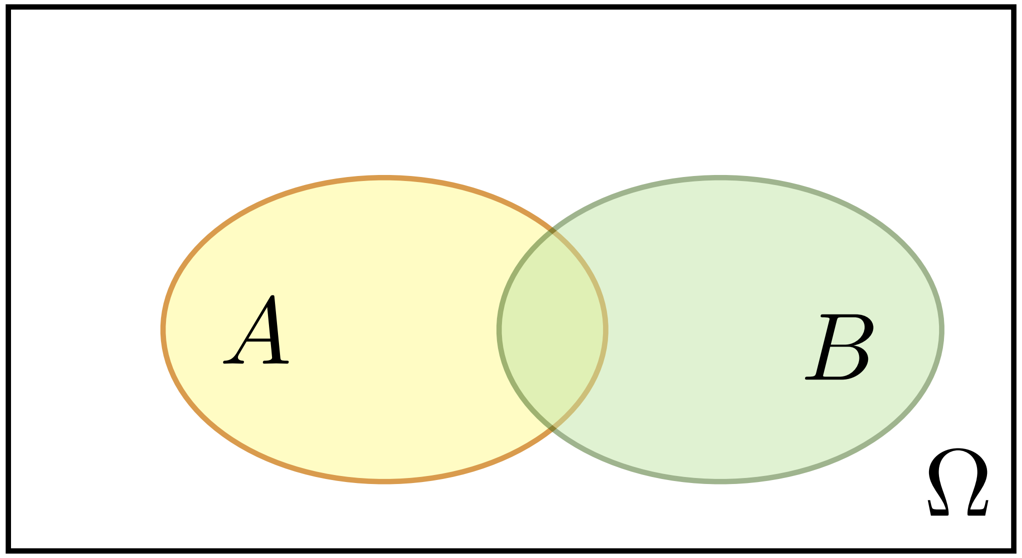
$$65{,}98 = 96{,}58 \;.\; 68{,}32 \qquad 30{,}60 = 96{,}58 \;.\; 31{,}68$$

	A	B
vada (V)	2,34	1,08
bez vady	65,98	30,6

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



2,34 = 3,42 . 68,32

65,98 = 96,58 . 68,32

1,08 = 3,42 . 31,68

30,60 = 96,58 . 31,68

o.K.

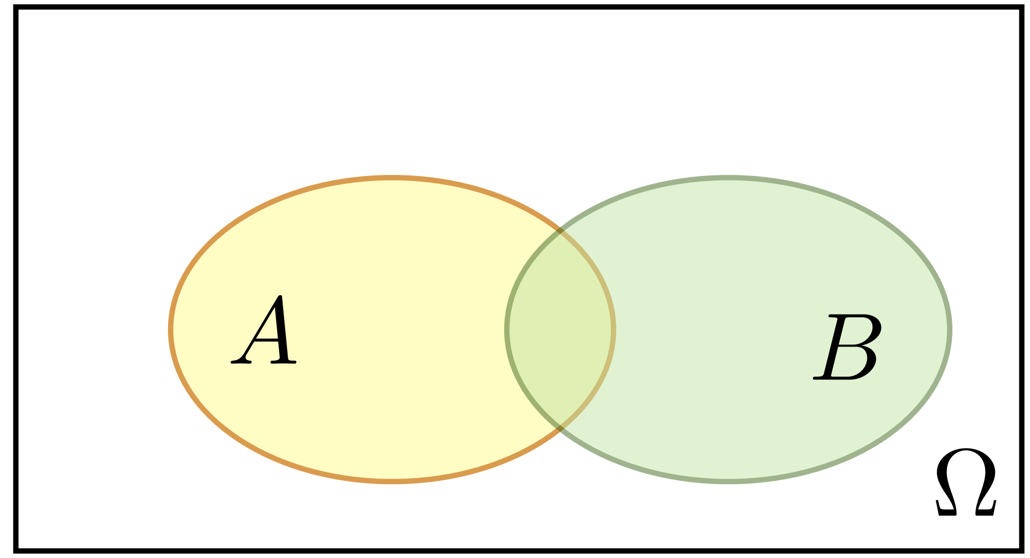
Jev, že výrobek je vadný, lze považovat za stochasticky nezávislý na výrobci.

	A	B
vada (V)	2,34	1,08
bez vady	65,98	30,6

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



$$2{,}34 = 3{,}42 \;.\; 68{,}32 \qquad 1{,}08 = 3{,}42 \;.\; 31{,}68$$

$$65{,}98 = 96{,}58 \;.\; 68{,}32 \qquad 30{,}60 = 96{,}58 \;.\; 31{,}68$$

o.K.

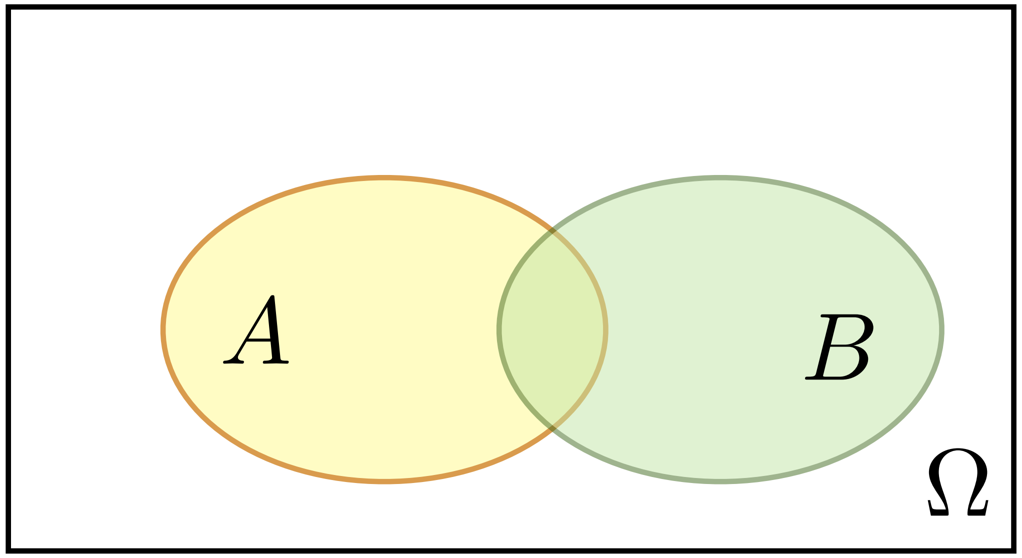
Jev, že výrobek je vadný, lze považovat za stochasticky nezávislý na výrobci.

	A	B
vada (V)	2,34	1,08
bez vady	65,98	30,6

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



Příklad:

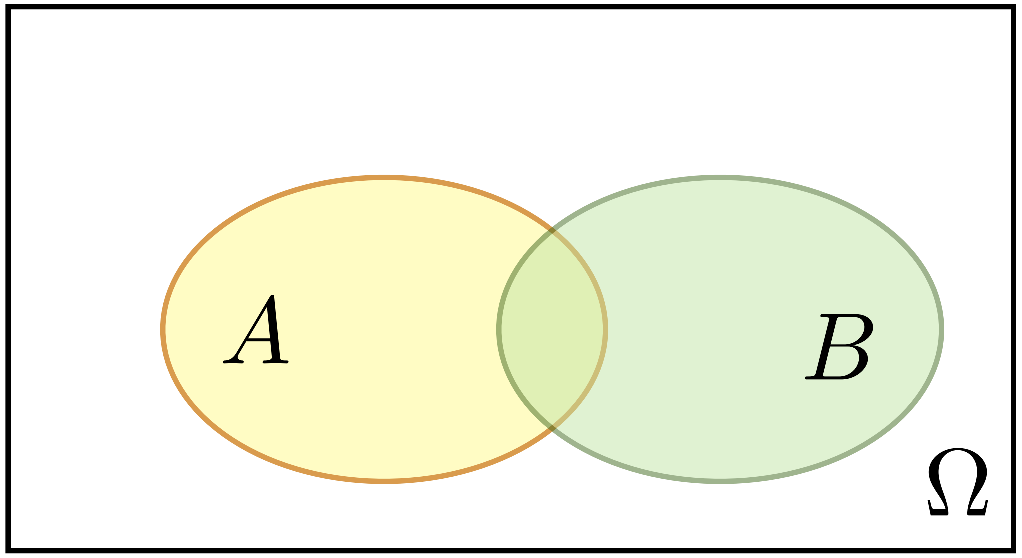
Bylo dotazováno 800 absolventů ČVUT a UK. Z výzkumu plyne, že 34% dotazovaných jsou absolventi ČVUT kteří pracují dále ve svém oboru, 28% dotázaných absovovalo UK a pracují také ve svém oboru. Ve 20% případů odpovědí bylo zjištěno, že absolventi ČVUT ve svém oboru nepracují a zbývajících 18% jsou absolventi UK, kteří také nepracují ve svém oboru.

Lze považovat uplatnění se v oboru studia stochasticky nezávislé na absolvované univerzitě?

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



Příklad:

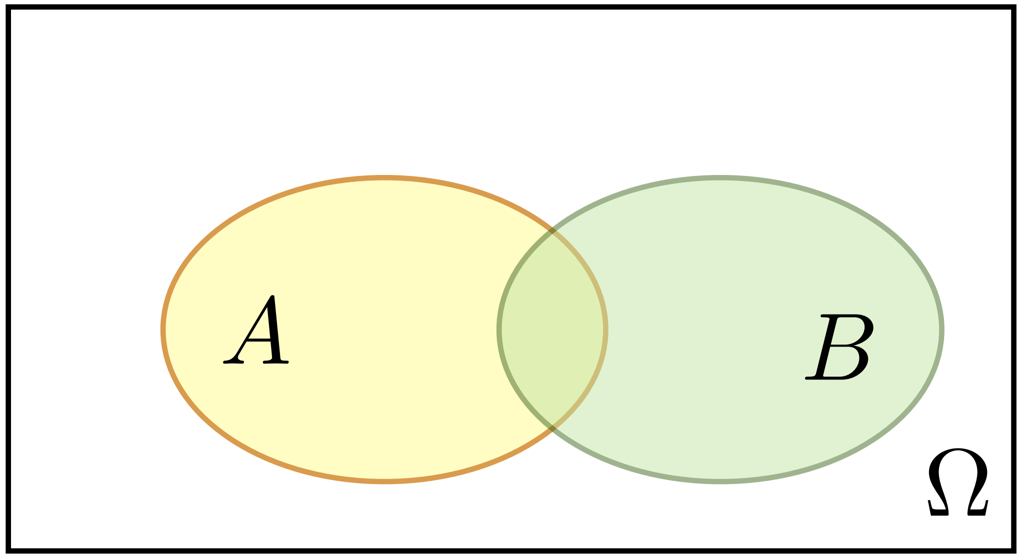
Bylo dotazováno 800 absolventů ČVUT a UK. Z výzkumu plyne, že 34% dotazovaných jsou absolventi ČVUT kteří pracují dále ve svém oboru, 28% dotázaných absovovalo UK a pracují také ve svém oboru. Ve 20% případů odpovědí bylo zjištěno, že absolventi ČVUT ve svém oboru nepracují a zbývajících 18% jsou absolventi UK, kteří také nepracují ve svém oboru.

Lze považovat uplatnění se v oboru studia stochasticky nezávislé na absolvované univerzitě?

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



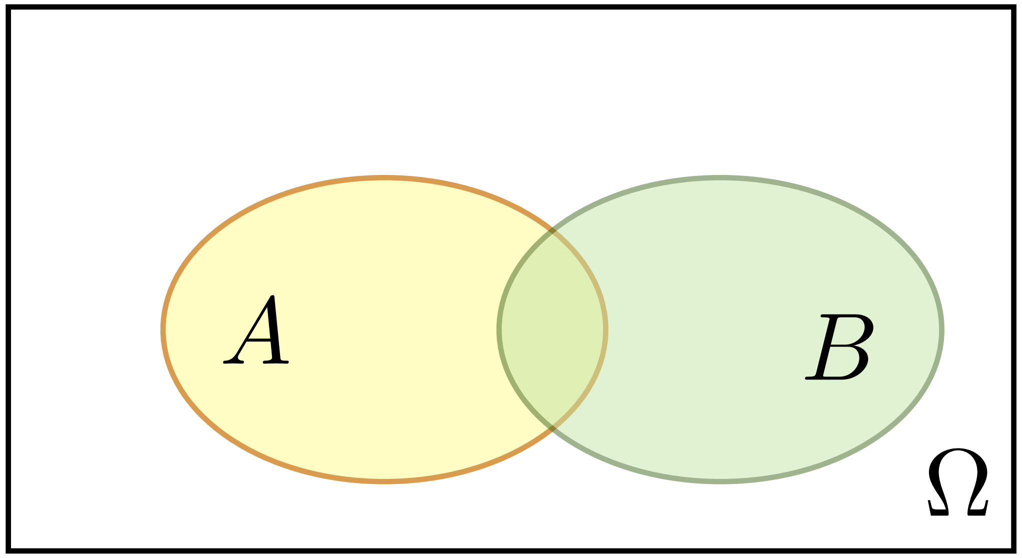
Příklad:

	ČVUT	UK
v oboru	0,34	0,28
mimo obor	0,20	0,18

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



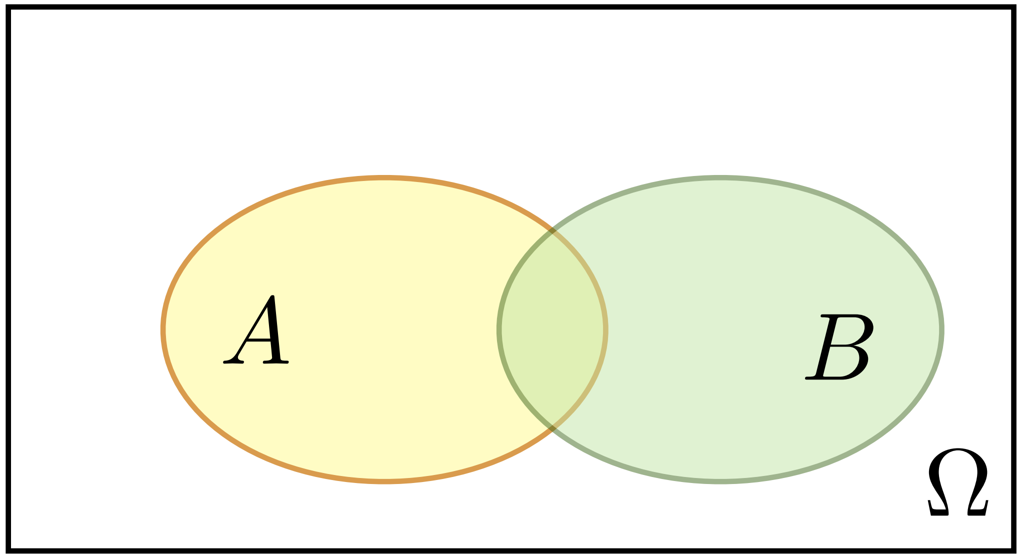
Příklad:

	ČVUT	UK	celkem
v oboru	0,34	0,28	0,62
mimo obor	0,20	0,18	0,38
celkem	0,54	0,46	1

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



Příklad:

	ČVUT	UK	celkem
v oboru	0,34	0,28	0,62
mimo obor	0,20	0,18	0,38
celkem	0,54	0,46	1

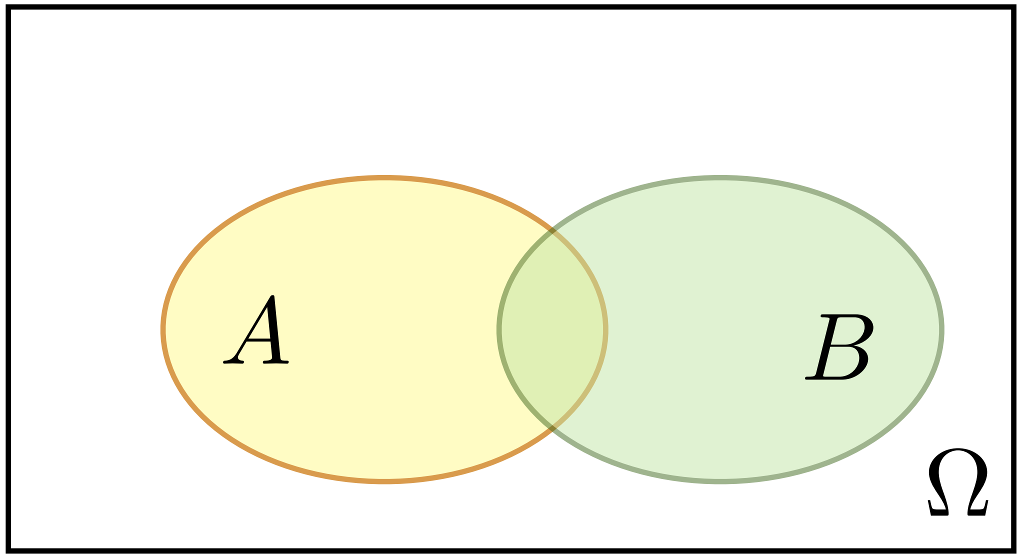
P(O) = 0,62

P(O|ČVUT) = 0,34/0,54 = 0,63 > P(O)

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



Příklad:

	ČVUT	UK	celkem
v oboru	0,34	0,28	0,62
mimo obor	0,20	0,18	0,38
celkem	0,54	0,46	1

P(O) = 0,62

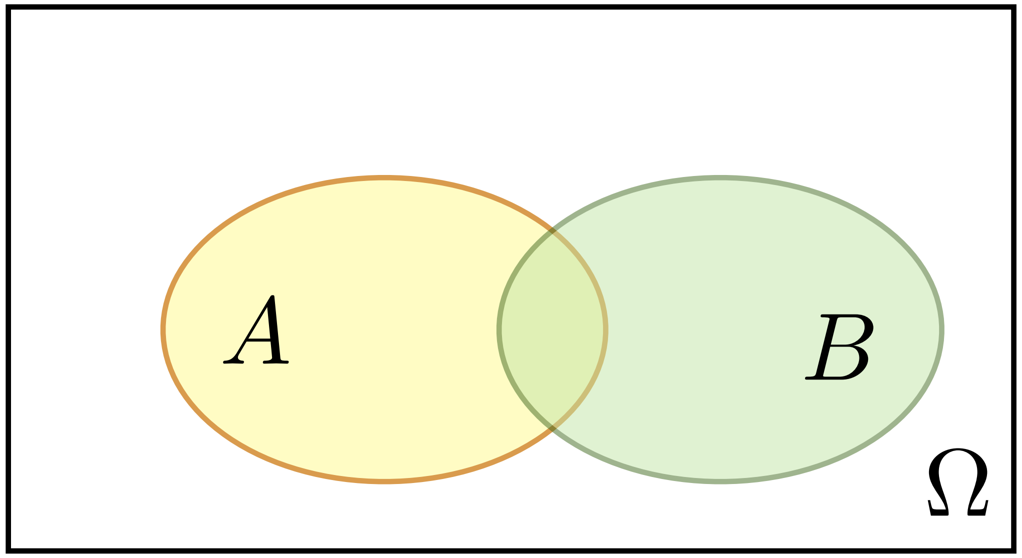
P(O|ČVUT) = 0,34/0,54 = 0,63 > P(O)

0,54 . 0,62 = 0,3348

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



Příklad:

	ČVUT	UK	celkem
v oboru	0,34	0,28	0,62
mimo obor	0,20	0,18	0,38
celkem	0,54	0,46	1

P(O) = 0,62

P(O|ČVUT) = 0,34/0,54 = 0,63 > P(O)

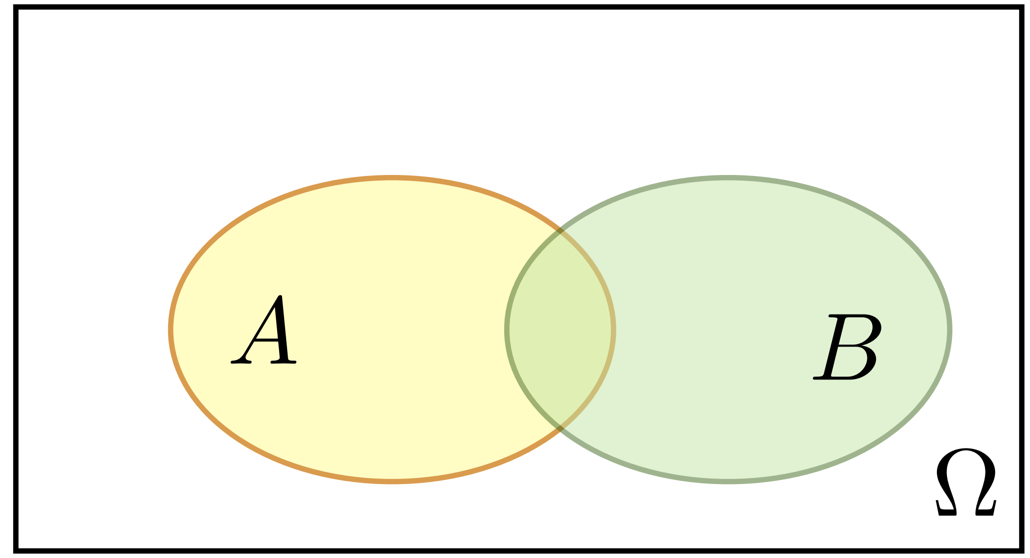
Uplatnění v oboru je stochasticky závislé na absolvované univerzitě

0,54 . 0,62 = 0,3348

Podmíněná pravděpodobnost

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$$

$$\boxed{P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$



Příklad:

	ČVUT	UK	celkem
v oboru	0,34	0,28	0,62
mimo obor	0,20	0,18	0,38
celkem	0,54	0,46	1

P(O) = 0,62

P(O|ČVUT) = 0,34/0,54 = 0,63 > P(O)

Uplatnění v oboru je stochasticky závislé na absolvované univerzitě

0,54 . 0,62 = 0,3348

Věta o úplné pravděpodobnosti

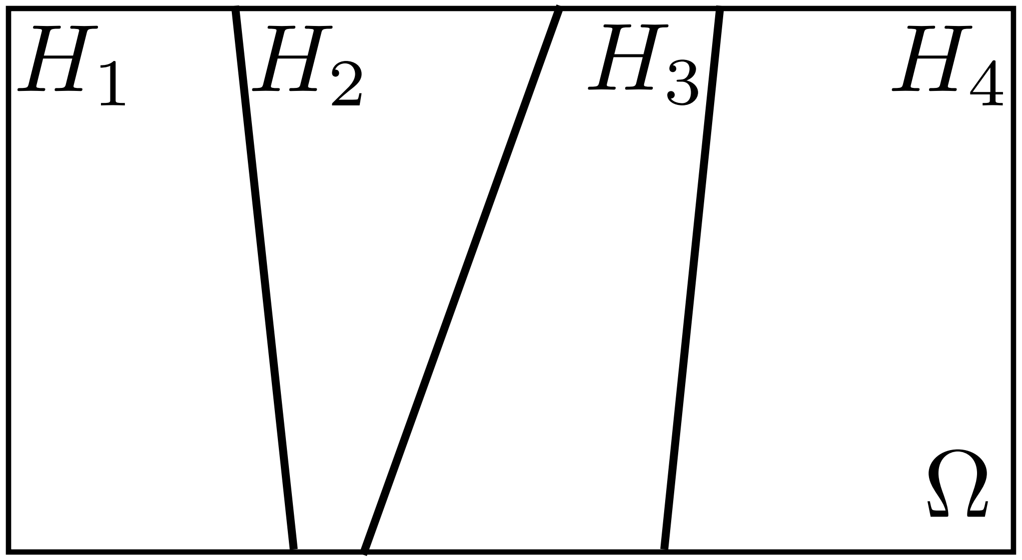
A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

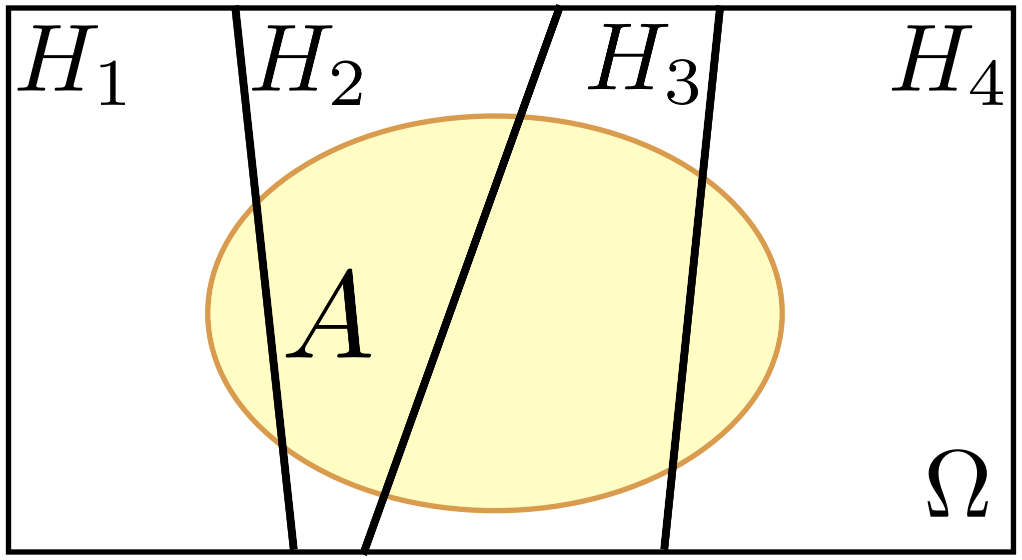
$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$



Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

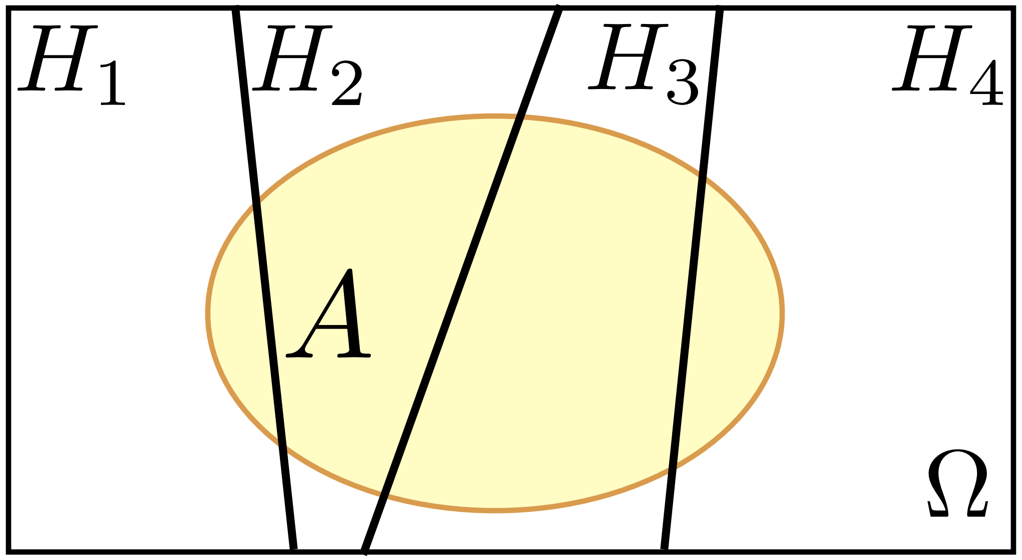


Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

$$\boxed{\begin{aligned} P(A) = P(A|H_1).P(H_1) \\ +P(A|H_2).P(H_2) \\ +P(A|H_3).P(H_3) \\ +P(A|H_4).P(H_4) \end{aligned}}$$

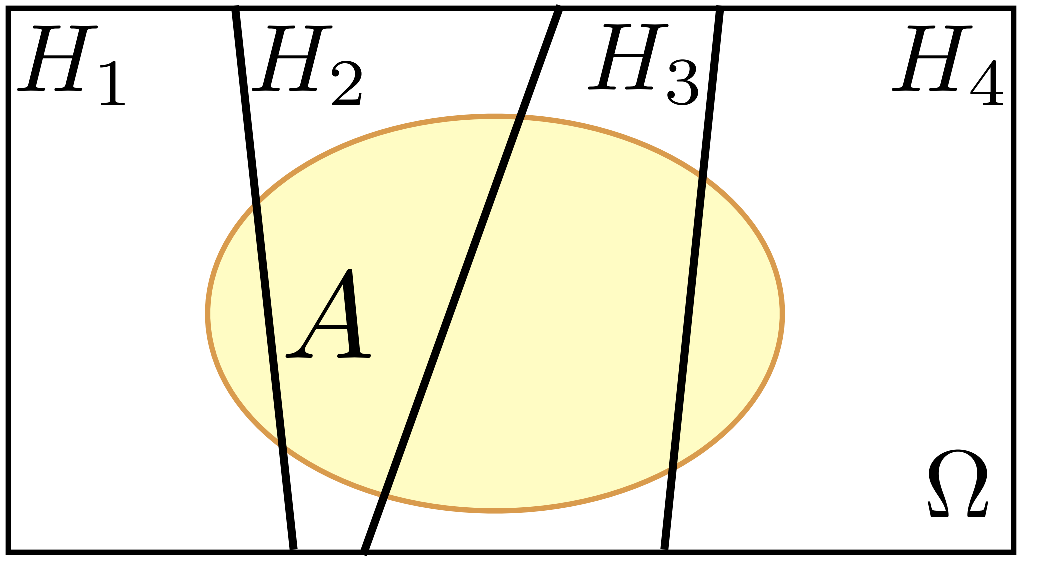


Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

$$\boxed{\begin{aligned} P(A) = {} & P(A|H_1).P(H_1) \\ & +P(A|H_2).P(H_2) \\ & +P(A|H_3).P(H_3) \\ & +P(A|H_4).P(H_4) \end{aligned}}$$



Příklad:

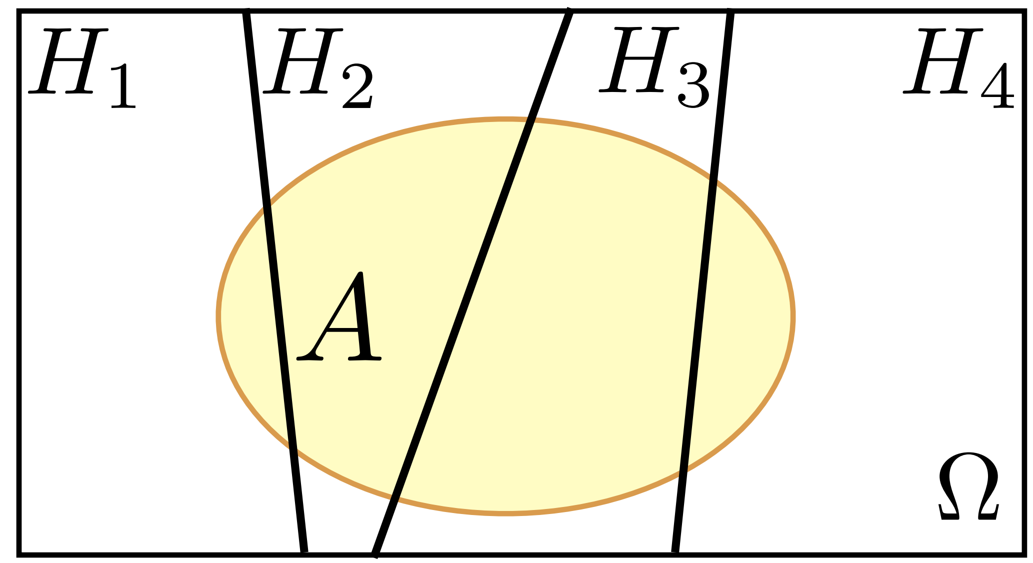
Na trhu jsou výrobky od čtyř výrobců v pořadí A, B, C a D v poměru 1:2:4:5. Zmetkovitost je u těchto výrobců po řadě 0,5%, 0,8%, 0,3% a 0,3%. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný výrobek na trhu bude vadný? A bude-li vadný, jaká je pravděpodobnost, že byl vyroben výrobcem A?

Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

$$\begin{aligned} P(A) = {} & P(A|H_1).P(H_1) \\ & + P(A|H_2).P(H_2) \\ & + P(A|H_3).P(H_3) \\ & + P(A|H_4).P(H_4) \end{aligned}$$



Příklad:

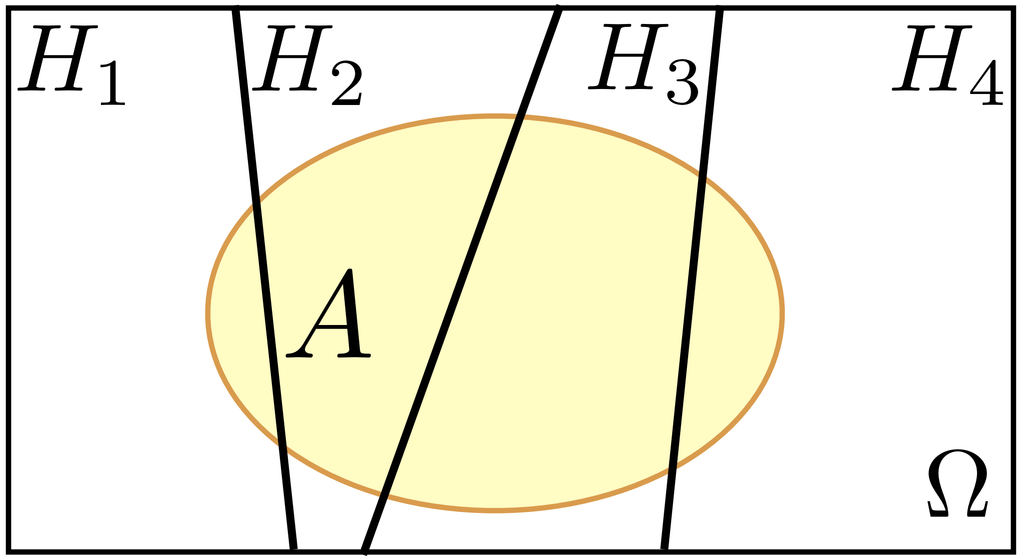
Na trhu jsou výrobky od čtyř výrobců v pořadí A, B, C a D v poměru 1:2:4:5. Zmetkovitost je u těchto výrobců po řadě 0,5%, 0,8%, 0,3% a 0,3%. Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný výrobek na trhu bude vadný? A bude-li vadný, jaká je pravděpodobnost, že byl vyroben výrobcem A?

Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

$$\boxed{\begin{aligned} P(A) = P(A|H_1).P(H_1) \\ +P(A|H_2).P(H_2) \\ +P(A|H_3).P(H_3) \\ +P(A|H_4).P(H_4) \end{aligned}}$$



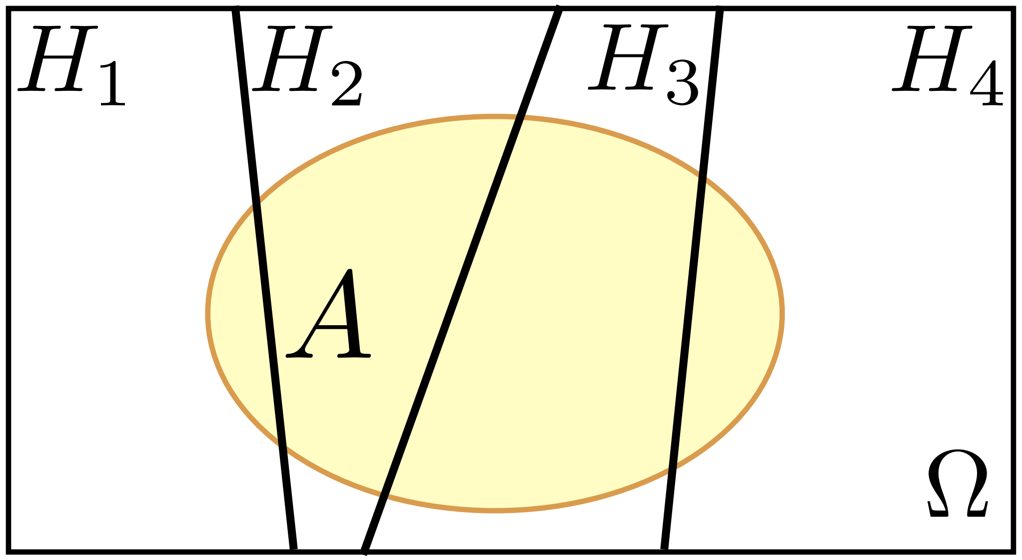
Příklad:

Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

$$\boxed{\begin{aligned} P(A) = P(A|H_1).P(H_1) \\ +P(A|H_2).P(H_2) \\ +P(A|H_3).P(H_3) \\ +P(A|H_4).P(H_4) \end{aligned}}$$



Příklad:

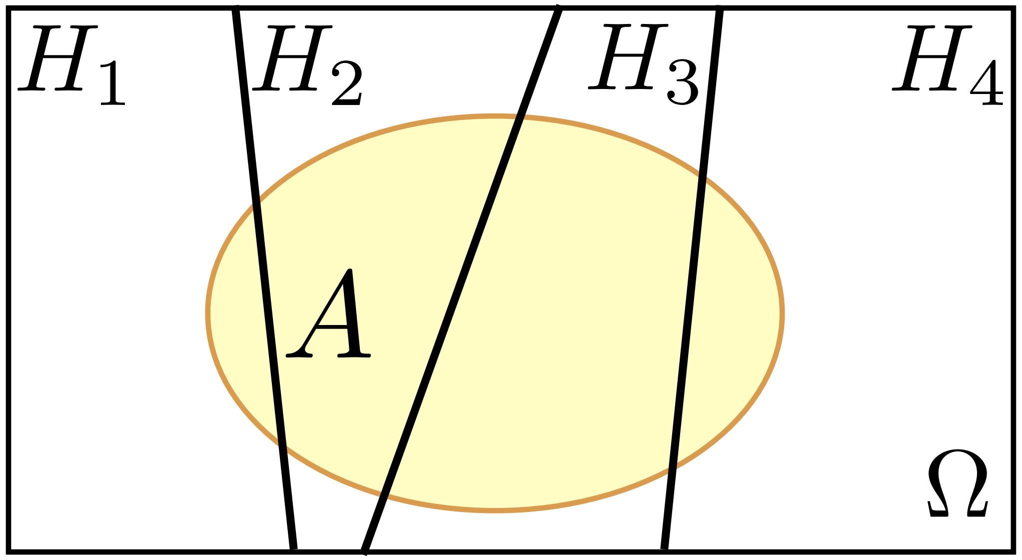
$$P(H_1) = 1/12, \ P(A|H_1) = 0{,}005$$
$$P(H_2) = 2/12, \ P(A|H_2) = 0{,}008$$
$$P(H_3) = 4/12, \ P(A|H_3) = 0{,}003$$
$$P(H_4) = 5/12, \ P(A|H_4) = 0{,}003$$
$$\mathrm{P}(A) = (5 + 16 + 12 + 15)/12000 = 0{,}004$$

Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

$$\boxed{\begin{aligned} P(A) = {} & P(A|H_1).P(H_1) \\ & +P(A|H_2).P(H_2) \\ & +P(A|H_3).P(H_3) \\ & +P(A|H_4).P(H_4) \end{aligned}}$$



Příklad:

$$P(H_1) = 1/12, \; P(A|H_1) = 0{,}005$$
$$P(H_2) = 2/12, \; P(A|H_2) = 0{,}008$$
$$P(H_3) = 4/12, \; P(A|H_3) = 0{,}003$$
$$P(H_4) = 5/12, \; P(A|H_4) = 0{,}003$$

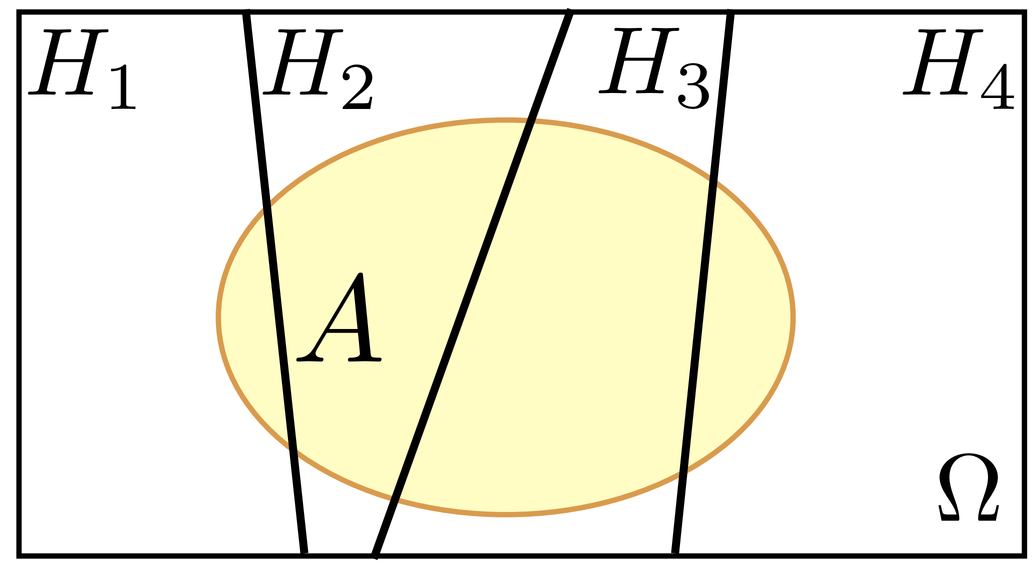
$$\boxed{\mathrm{P}(A) = (5 + 16 + 12 + 15)/12000 = 0{,}004}$$

Věta o úplné pravděpodobnosti

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

$$\boxed{\begin{aligned} P(A) = {} & P(A|H_1).P(H_1) \\ & +P(A|H_2).P(H_2) \\ & +P(A|H_3).P(H_3) \\ & +P(A|H_4).P(H_4) \end{aligned}}$$



Příklad:

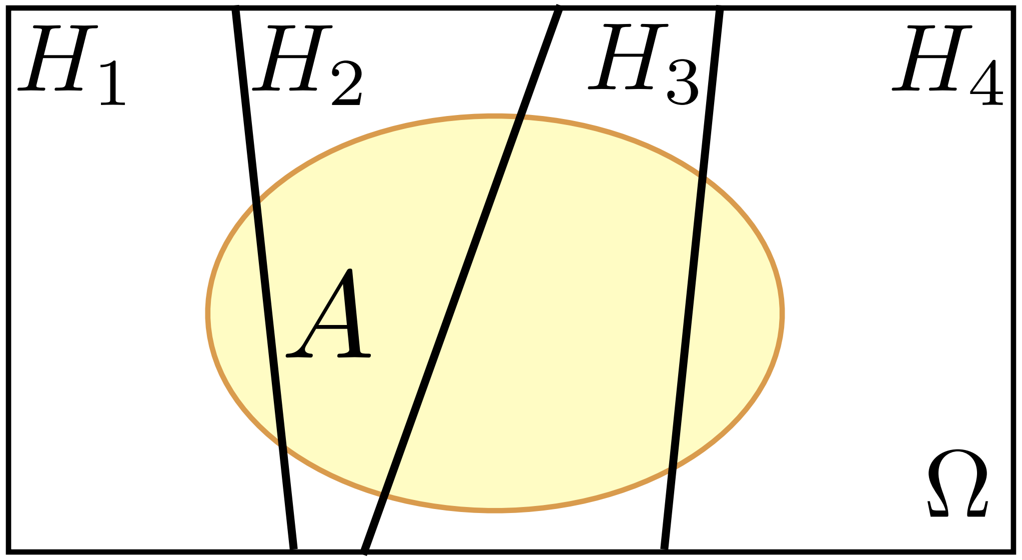
$$P(H_1) = 1/12, \ P(A|H_1) = 0{,}005$$
$$P(H_2) = 2/12, \ P(A|H_2) = 0{,}008$$
$$P(H_3) = 4/12, \ P(A|H_3) = 0{,}003$$
$$P(H_4) = 5/12, \ P(A|H_4) = 0{,}003$$

$$\boxed{\mathrm{P}(A) = (5 + 16 + 12 + 15)/12000 = 0{,}004}$$

Bayesova věta

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

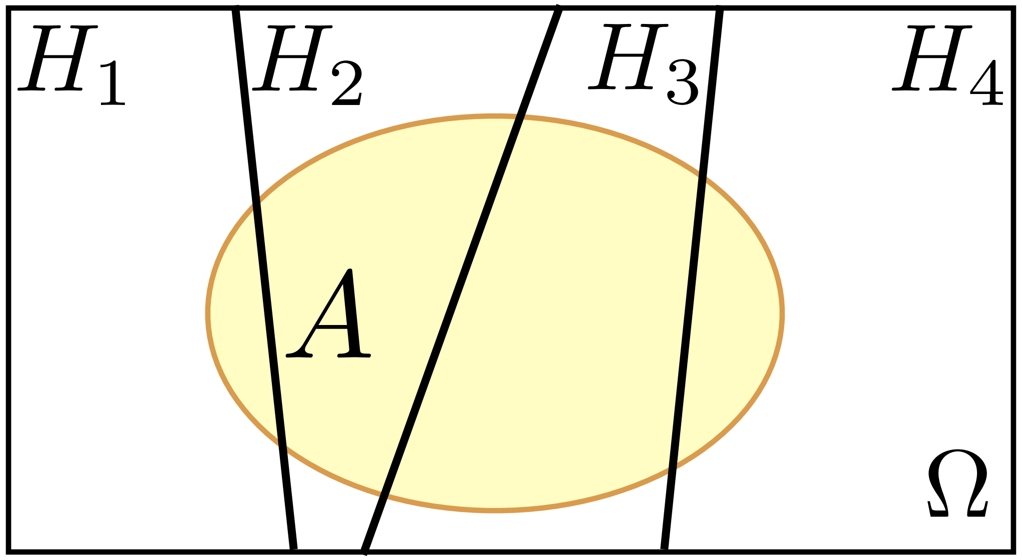


Bayesova věta

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1).P(H_1)}{P(A)}$$

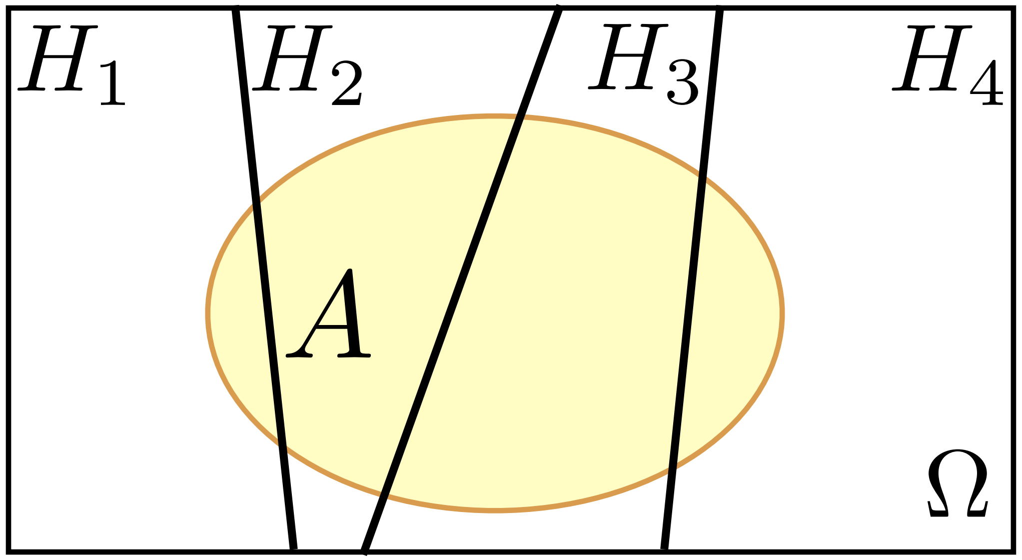


Bayesova věta

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

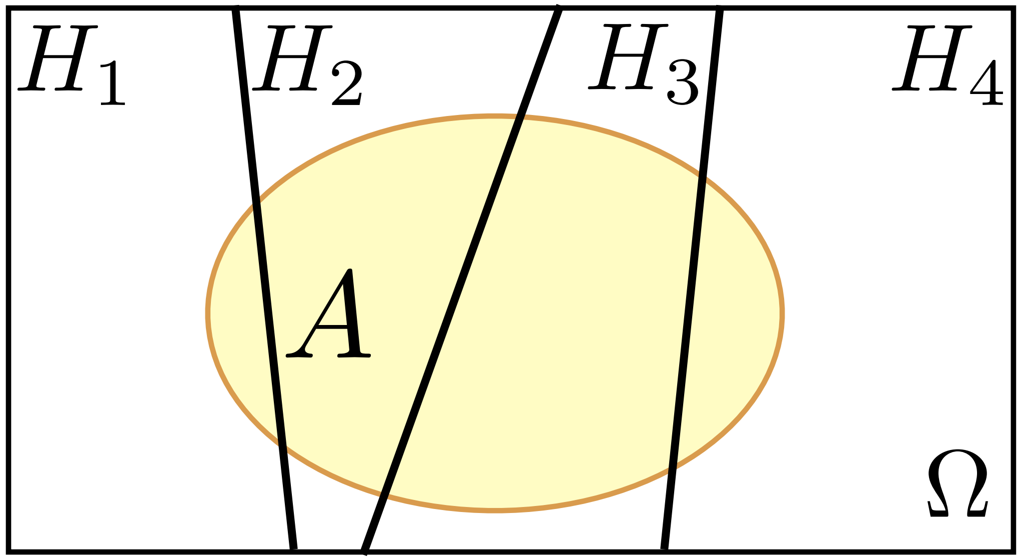
$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1).P(H_1)}{P(A)}$$



Bayesova věta

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

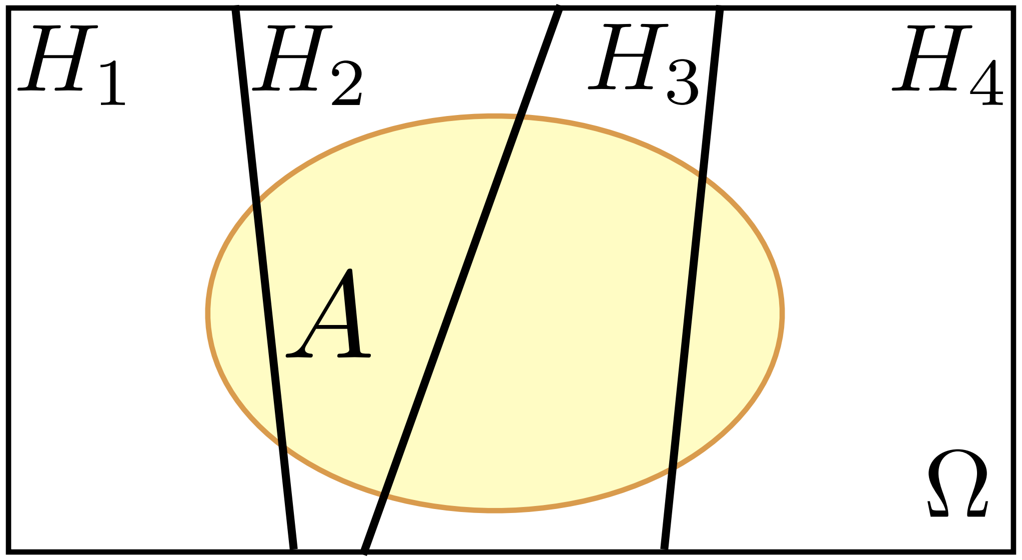


Bayesova věta

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1).P(H_1)}{\sum_{i=1}^{4} P(A|H_i).P(H_i)}$$

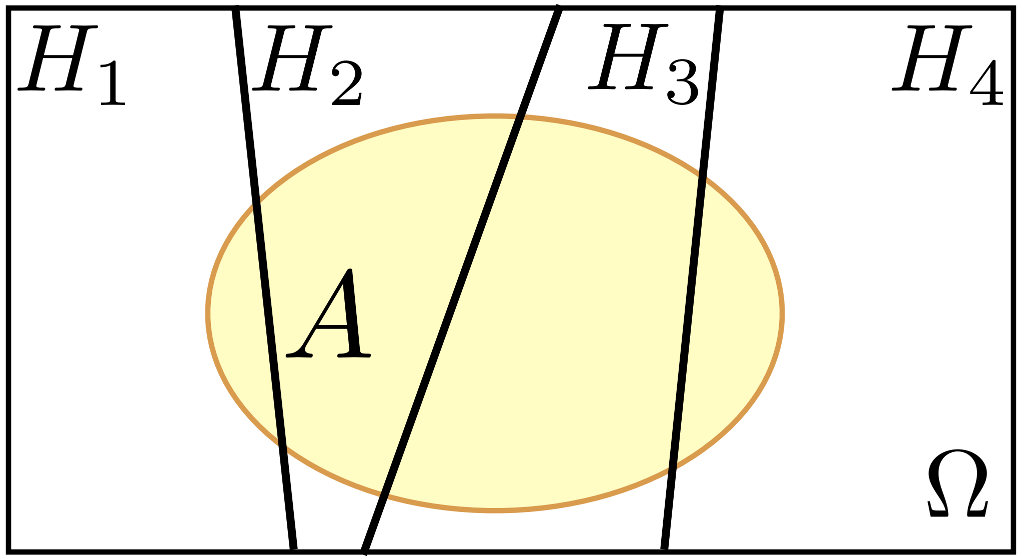


Bayesova věta

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1).P(H_1)}{\sum_{i=1}^{4} P(A|H_i).P(H_i)}$$



Příklad:

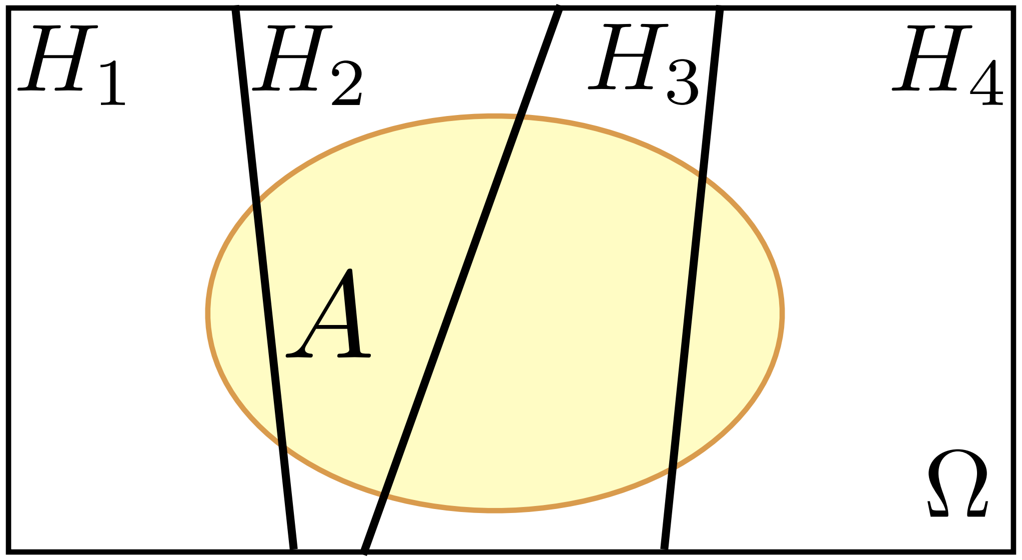
$$P(H_1) = 0{,}08333, \quad P(A|H_1) = 0{,}005$$
$$P(H_2) = 0{,}16667, \quad P(A|H_2) = 0{,}008$$
$$P(H_3) = 0{,}33333, \quad P(A|H_3) = 0{,}003$$
$$P(H_4) = 0{,}41667, \quad P(A|H_4) = 0{,}003$$
$$\mathrm{P}(H_1|A) = 0{,}005.0{,}08333/0{,}004 = 0{,}10417$$

Bayesova věta

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1).P(H_1)}{\sum_{i=1}^{4} P(A|H_i).P(H_i)}$$



Příklad:

$$P(H_1) = 0{,}08333, \quad P(A|H_1) = 0{,}005$$
$$P(H_2) = 0{,}16667, \quad P(A|H_2) = 0{,}008$$
$$P(H_3) = 0{,}33333, \quad P(A|H_3) = 0{,}003$$
$$P(H_4) = 0{,}41667, \quad P(A|H_4) = 0{,}003$$

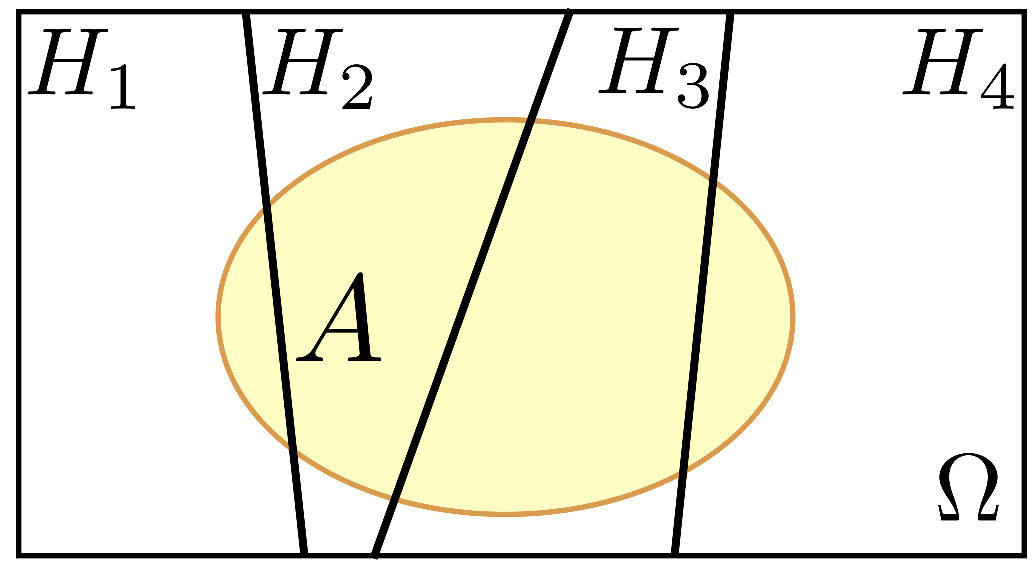
$$\boxed{\mathrm{P}(H_1|A) = 0{,}005.0{,}08333/0{,}004 = 0{,}10417}$$

Bayesova věta

A je náhodný jev, $\{H_1, H_2, H_3, H_4\}$ je úplné pokrytí Ω

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad H_1 \cup H_2 \cup H_3 \cup H_4 = \Omega$$

$$\boxed{P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1).P(H_1)}{\sum_{i=1}^{4} P(A|H_i).P(H_i)}}$$



Příklad:

$$P(H_1) = 0{,}08333, \quad P(A|H_1) = 0{,}005$$
$$P(H_2) = 0{,}16667, \quad P(A|H_2) = 0{,}008$$
$$P(H_3) = 0{,}33333, \quad P(A|H_3) = 0{,}003$$
$$P(H_4) = 0{,}41667, \quad P(A|H_4) = 0{,}003$$

$$\boxed{\mathrm{P}(H_1|A) = 0{,}005.0{,}08333/0{,}004 = 0{,}10417}$$

Bayesova věta

Bayesova věta

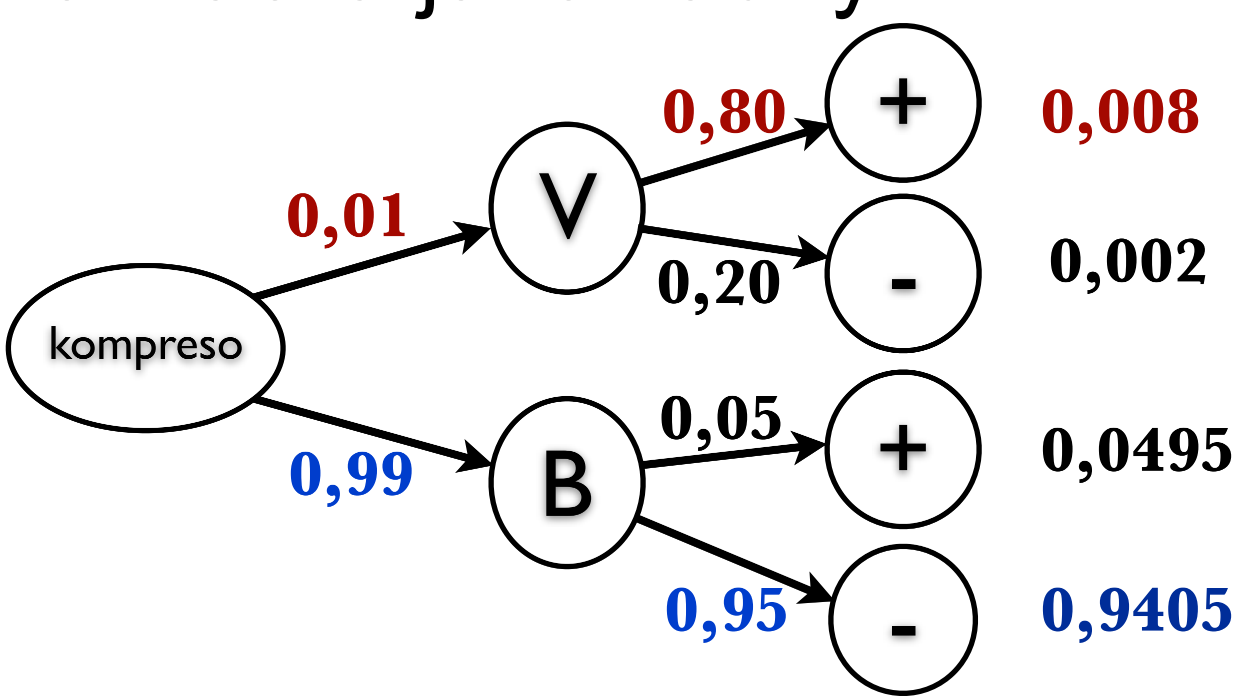
Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uza- vřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouš- ka těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodob- ností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?

Bayesova věta

Příklad:

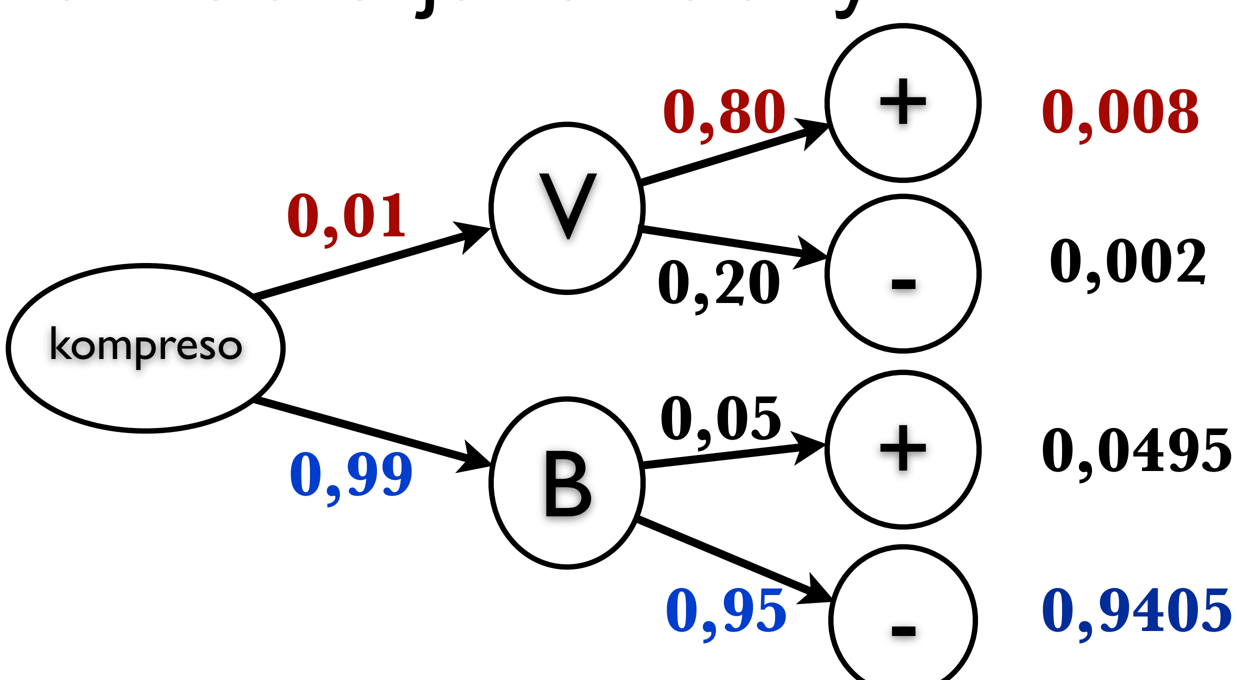
Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?

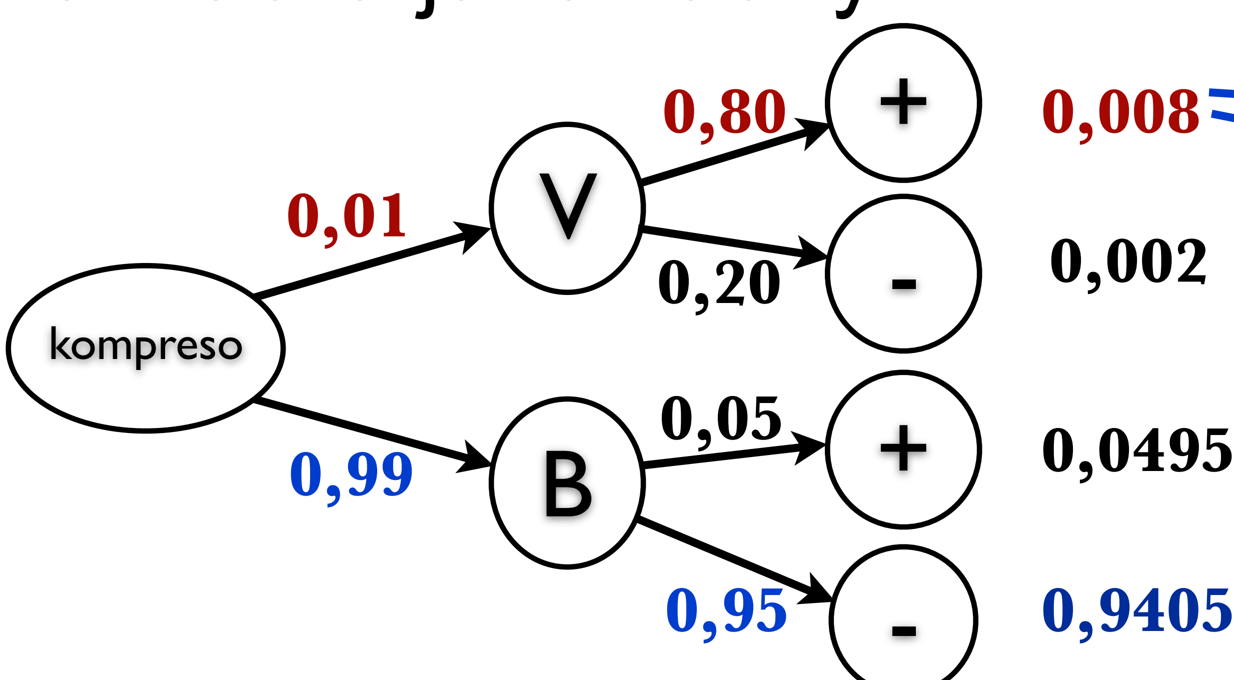


$$P(V|+) = \frac{0{,}008}{0{,}008+0{,}0495}$$

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?

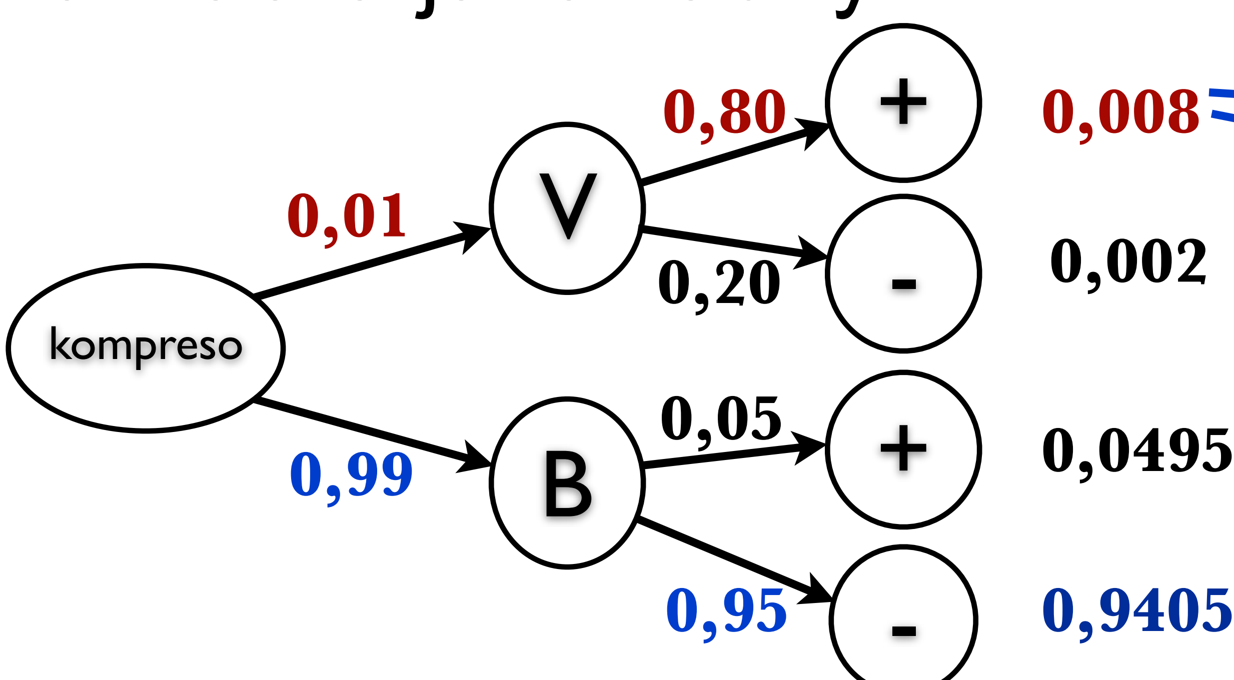


$$P(V|+) = \frac{0{,}008}{0{,}008+0{,}0495}$$

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?

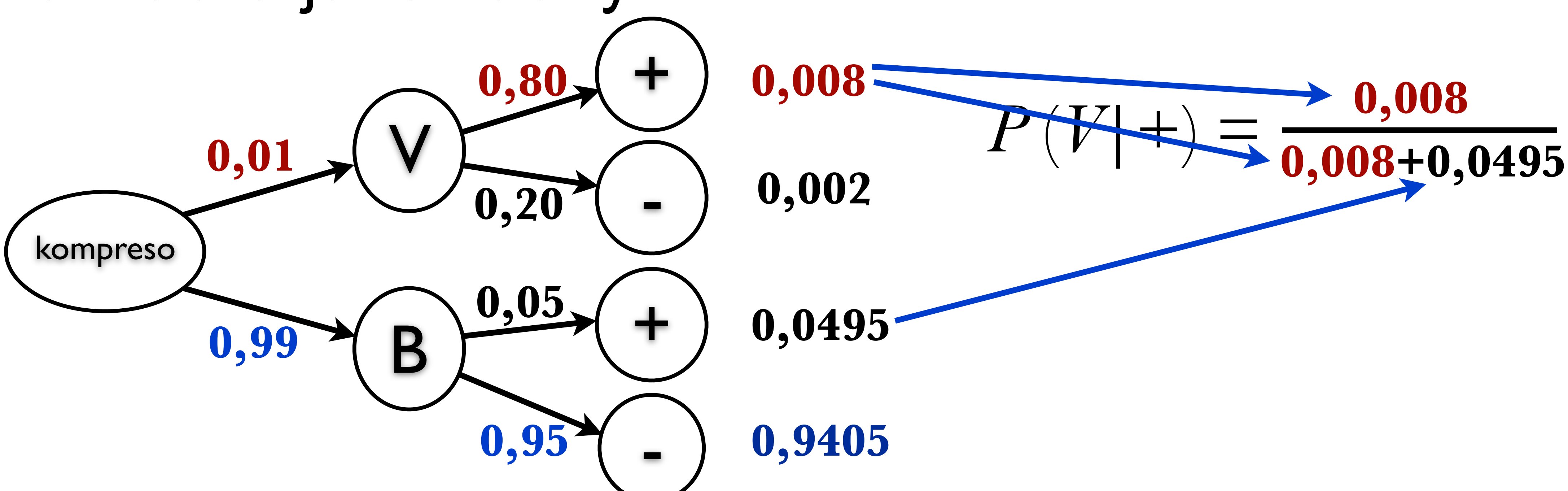


$$P(V|+) = \frac{0{,}008}{0{,}008+0{,}0495}$$

Bayesova věta

Příklad:

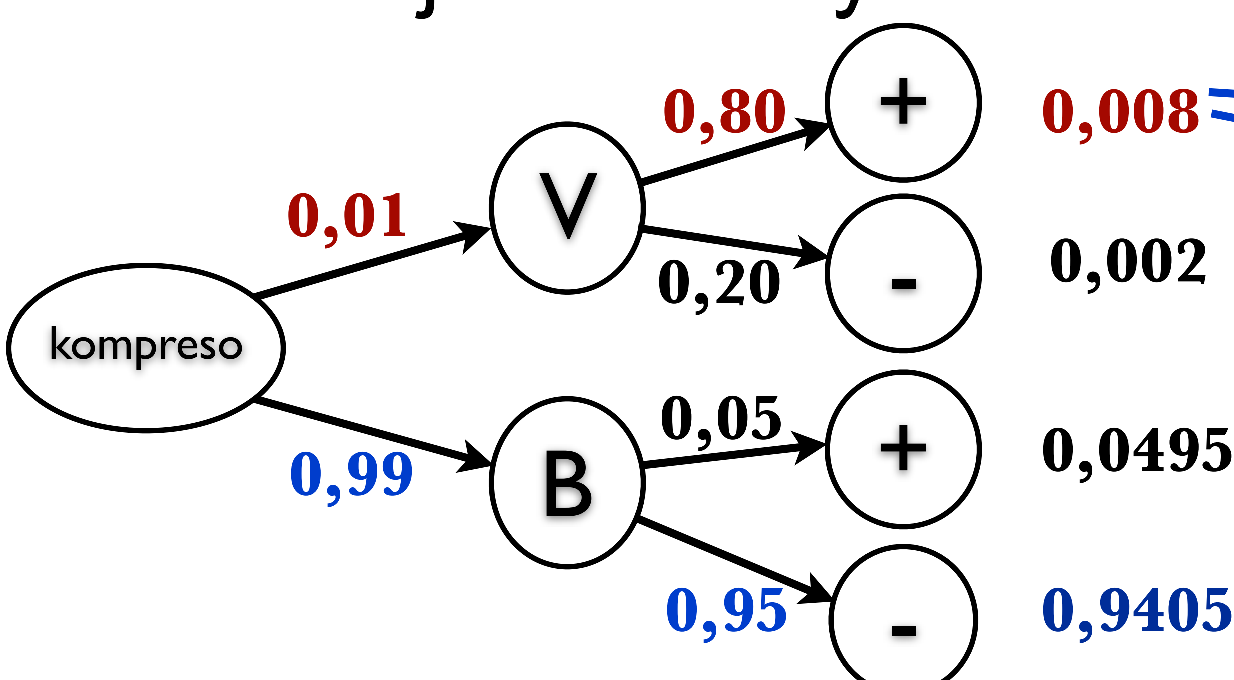
Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?

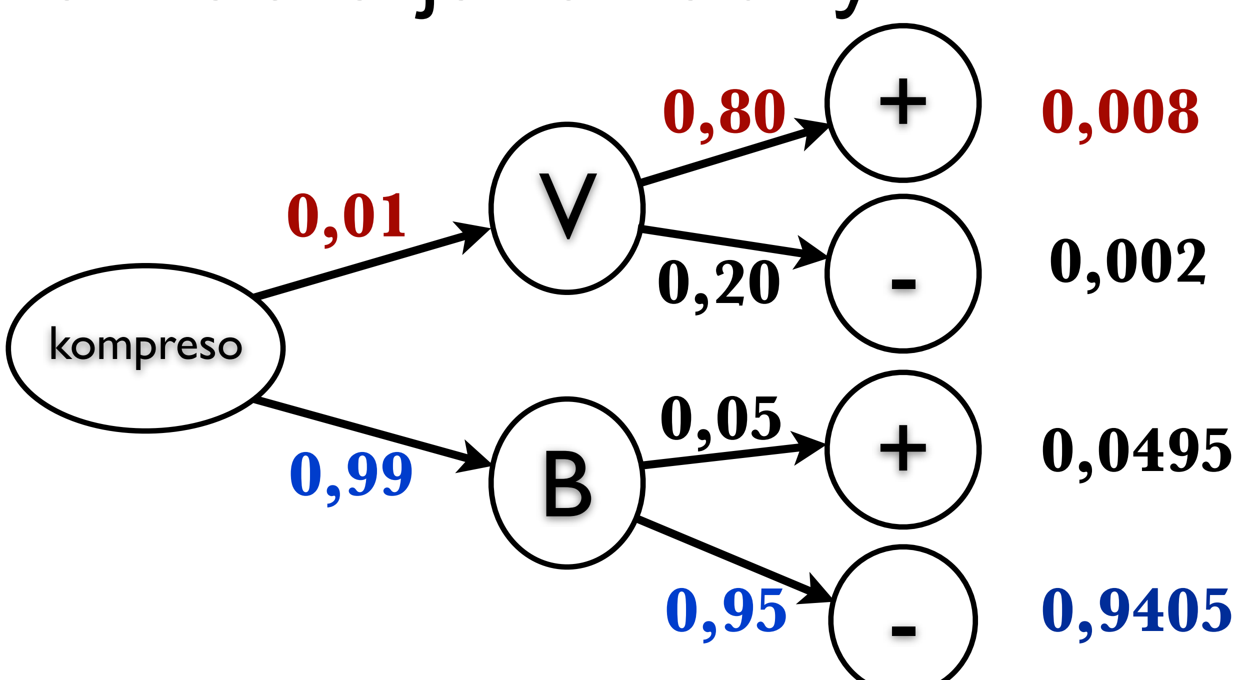


$$P(V|+) = \frac{0{,}008}{0{,}008+0{,}0495}$$

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?

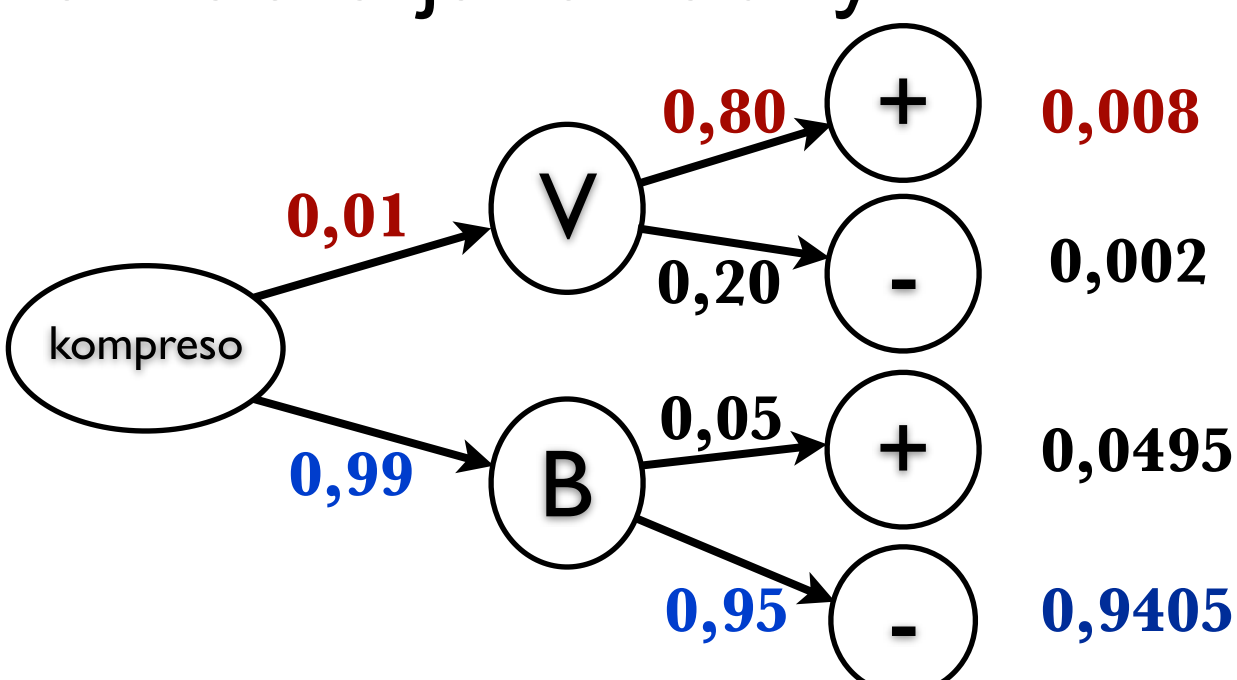


$$P(V|+) = \frac{0{,}008}{0{,}008 + 0{,}0495}$$

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



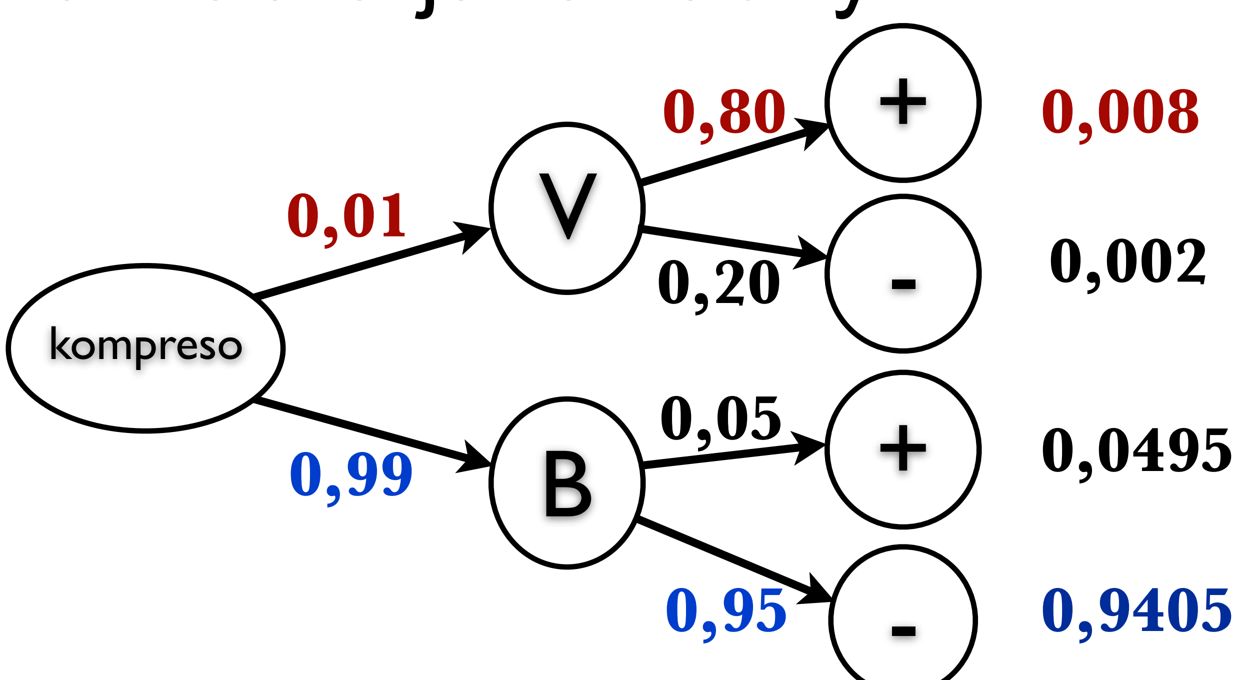
$$P(V|+) = \frac{0{,}008}{0{,}008 + 0{,}0495}$$

$$= 0{,}1391$$

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



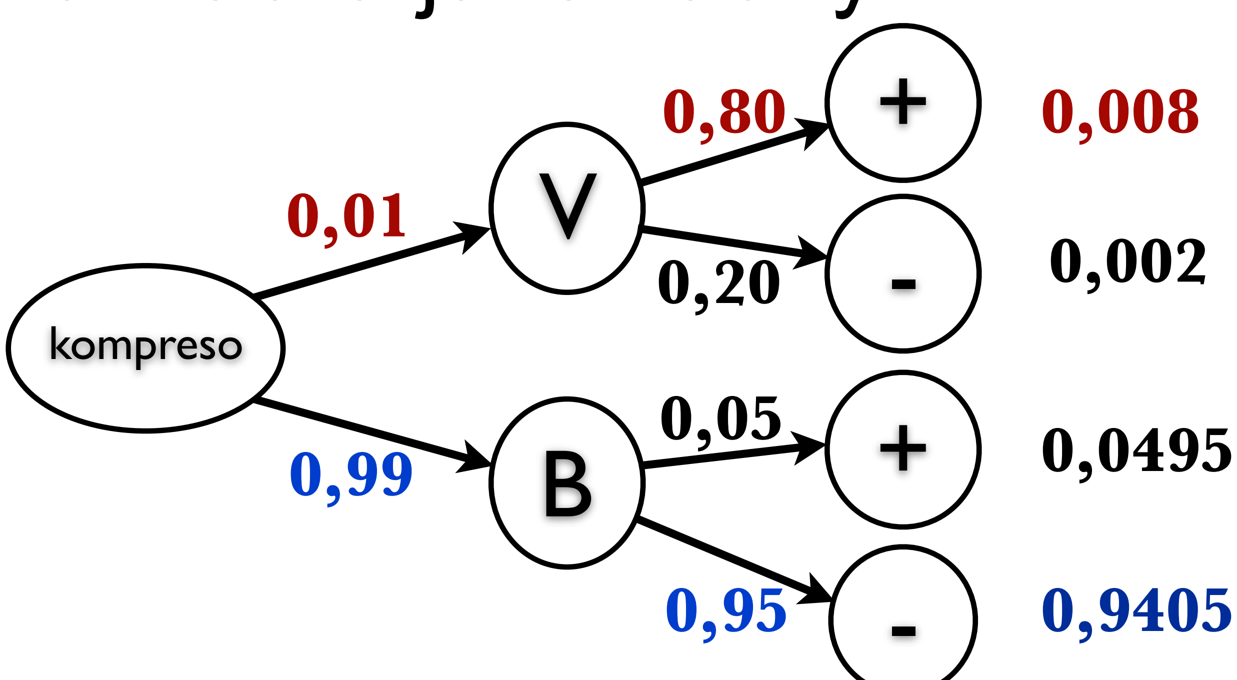
$$P(V|+) = \frac{0{,}008}{0{,}008+0{,}0495}$$

$$\boxed{= 0{,}1391}$$

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



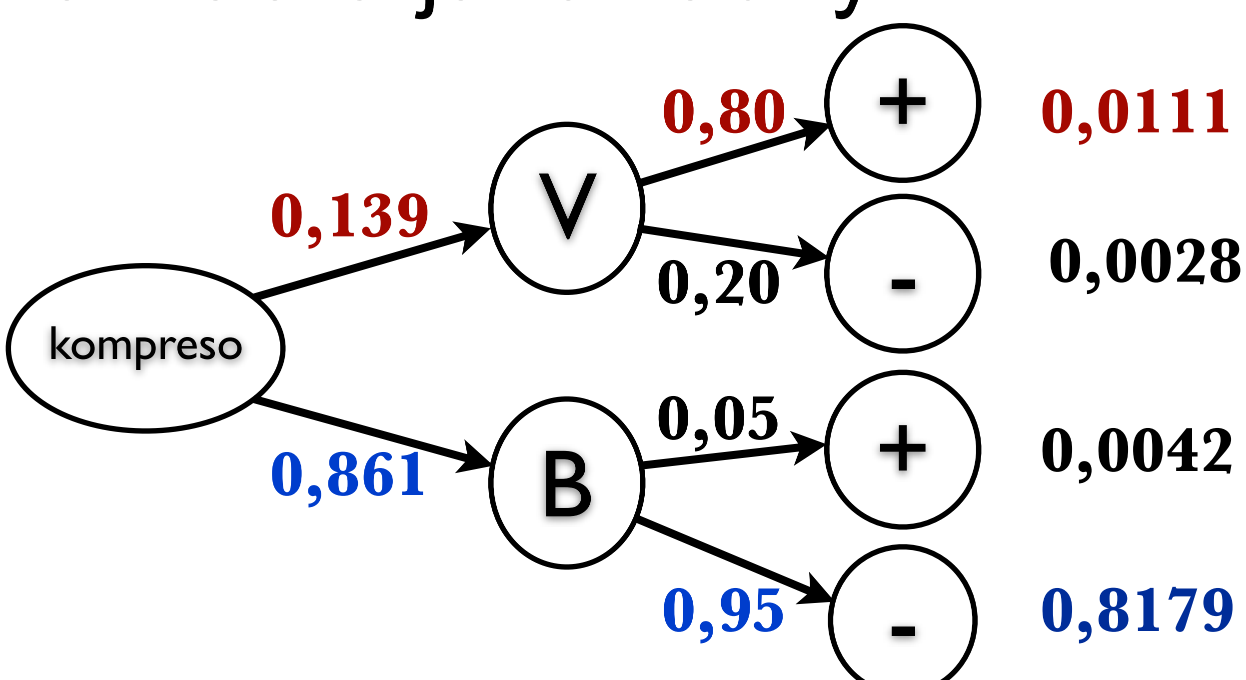
$$P(V|+) = \frac{0{,}008}{0{,}008+0{,}0495}$$

$$\boxed{= 0{,}1391}$$

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



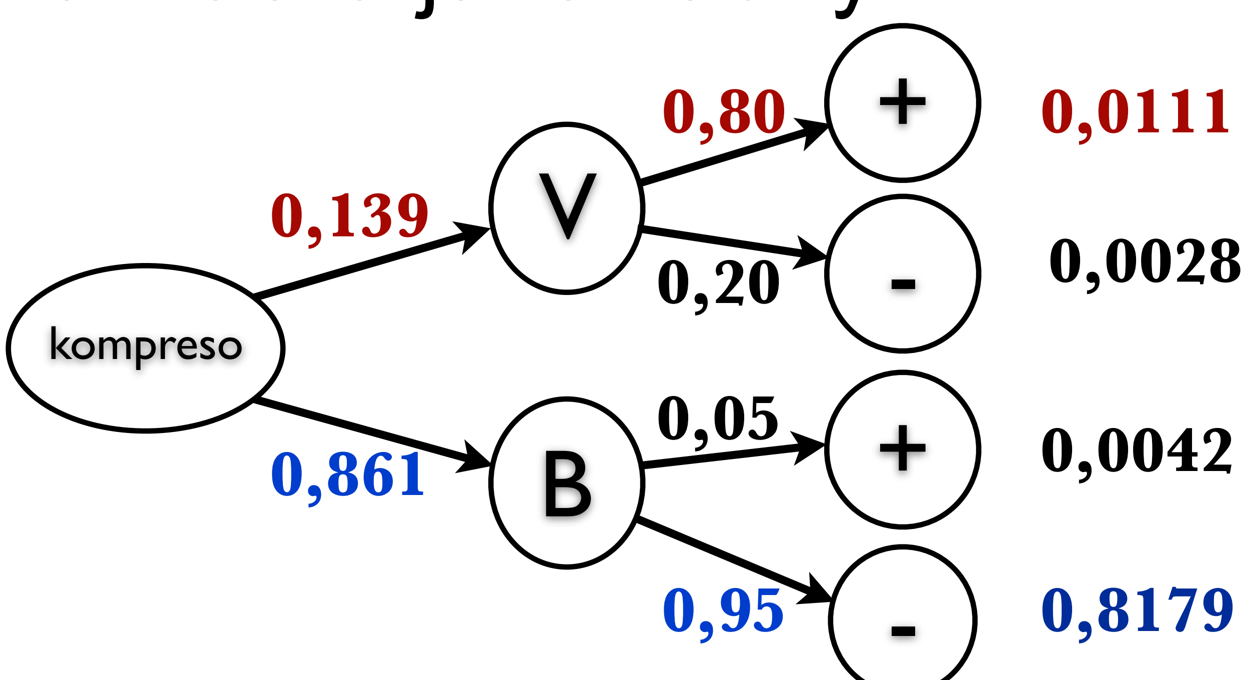
$$P_2(V|+) = \frac{0{,}0111}{0{,}0111+0{,}0042}$$

Při opakovaném testu

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



$$P_2(V|+) = \frac{0{,}0111}{0{,}0111+0{,}0042}$$

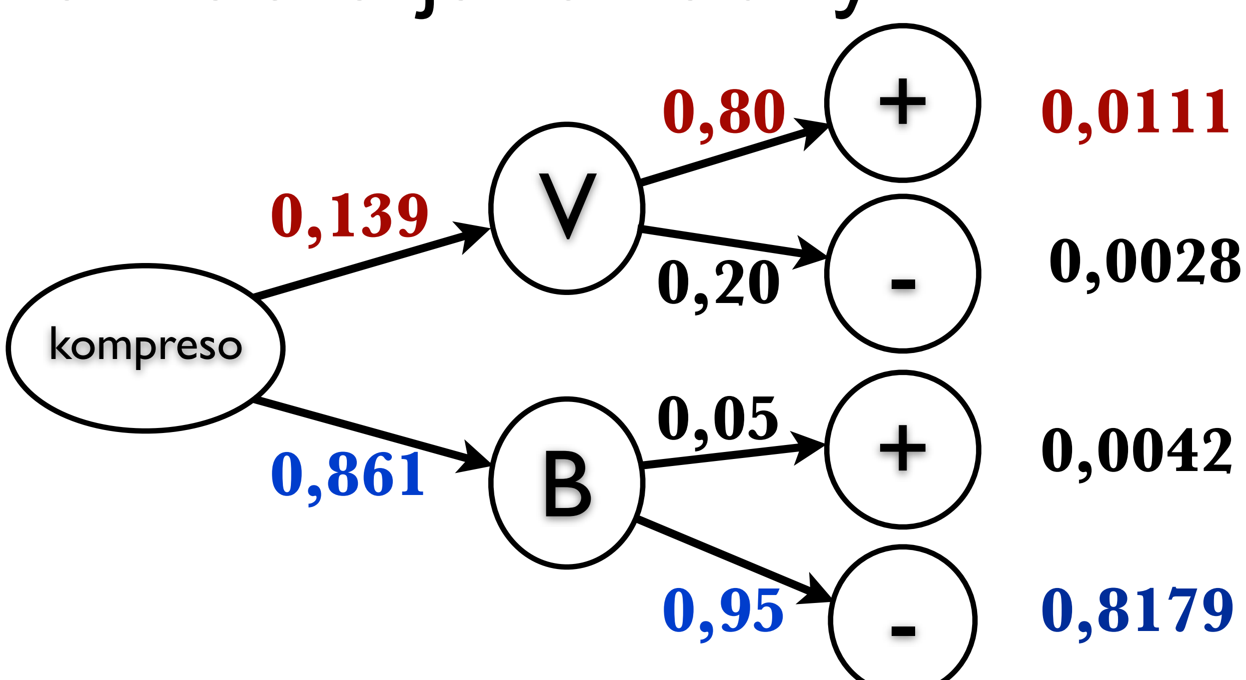
$$= 0{,}7255$$

Při opakovaném testu

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



$$P_2(V|+) = \frac{0{,}0111}{0{,}0111+0{,}0042}$$

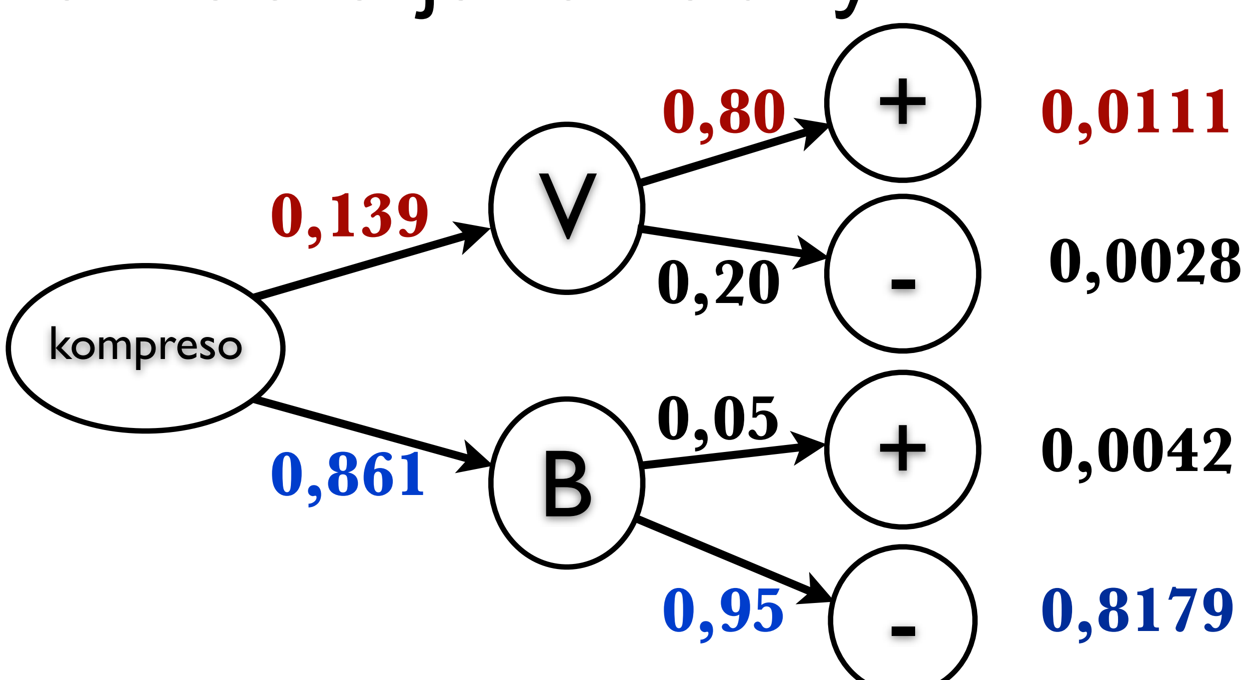
$$\boxed{= 0{,}7255}$$

Při opakovaném testu

Bayesova věta

Příklad:

Tělo kompresoru musí být 100% hermeticky uzavřeno. V průměru jeden ze sta kompresorů trochu netěsní a je třeba jej rozložit a znovu složit. Zkouška těsnosti odhalí vadný výrobek s pravděpodobností 0,8. Naproti tomu, s pravděpodobností 0,05 označí jako vadný bezvadný výrobek. Jaká je pravděpodobnost vady u výrobku, který zkouška označila jako vadný?



$$P_2(V|+) = \frac{0{,}0111}{0{,}0111+0{,}0042}$$

$$\boxed{= 0{,}7255}$$

Při opakovaném testu

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení:

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení:

1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení:

1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.
2) Chybí dohrát ještě tři hry: hráči A chybí k vítězství jedna výhra, hráči B chybějí tři.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení:

1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.
2) Chybí dohrát ještě tři hry: hráči A chybí k vítězství jedna výhra, hráči B chybějí tři.
3) Možné výsledky jsou: AAA, AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení:

1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.
2) Chybí dohrát ještě tři hry: hráči A chybí k vítězství jedna výhra, hráči B chybějí tři.
3) Možné výsledky jsou: AAA, AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB.
4) Z toho v prvních sedmi by celkově vyhrál hráč A a pouze v jediném případě (posledním) by vyhrál hráč B.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení:

1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.
2) Chybí dohrát ještě tři hry: hráči A chybí k vítězství jedna výhra, hráči B chybějí tři.
3) Možné výsledky jsou: AAA, AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB.
4) Z toho v prvních sedmi by celkově vyhrál hráč A a pouze v jediném případě (posledním) by vyhrál hráč B.
5) Tedy šance na výhru jsou 7:1 a to je také poměr, v němž by měla být rozdělena sázka.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení:

1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.
2) Chybí dohrát ještě tři hry: hráči A chybí k vítězství jedna výhra, hráči B chybějí tři.
3) Možné výsledky jsou: AAA, AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBA, BBB.
4) Z toho v prvních sedmi by celkově vyhrál hráč A a pouze v jediném případě (posledním) by vyhrál hráč B.
5) Tedy šance na výhru jsou 7:1 a to je také poměr, v němž by měla být rozdělena sázka.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení 2:

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení 2:

1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení 2:

1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.
2) Chybí dohrát ještě tři hry: hráči A chybí k vítězství jedna výhra, hráči B chybějí maximálně tři hry.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení 2:

1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.
2) Chybí dohrát ještě tři hry: hráči A chybí k vítězství jedna výhra, hráči B chybějí maximálně tři hry.
3) Pro ukončení hry by mohly nastat tyto výsledky: A, BA, BBA, BBB.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení 2:

1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.
2) Chybí dohrát ještě tři hry: hráči A chybí k vítězství jedna výhra, hráči B chybějí maximálně tři hry.
3) Pro ukončení hry by mohly nastat tyto výsledky: A, BA, BBA, BBB.
4) Je P(A)=1/2, P(BA)=1/4, P(BBA)=P(BBB)=1/8.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení 2:

1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.
2) Chybí dohrát ještě tři hry: hráči A chybí k vítězství jedna výhra, hráči B chybějí maximálně tři hry.
3) Pro ukončení hry by mohly nastat tyto výsledky: A, BA, BBA, BBB.
4) Je P(A)=1/2, P(BA)=1/4, P(BBA)=P(BBB)=1/8.
5) Hráč A by vyhrál v prvních třech případech s pravděpodobností 7/8, Hráč B by vyhrál pouze v posledním případě s pravděpodobností 1/8.

Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení 2:

1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.
2) Chybí dohrát ještě tři hry: hráči A chybí k vítězství jedna výhra, hráči B chybějí maximálně tři hry.
3) Pro ukončení hry by mohly nastat tyto výsledky: A, BA, BBA, BBB.
4) Je P(A)=1/2, P(BA)=1/4, P(BBA)=P(BBB)=1/8.
5) Hráč A by vyhrál v prvních třech případech s pravděpodobností 7/8, Hráč B by vyhrál pouze v posledním případě s pravděpodobností 1/8.
6) Tedy šance na výhru jsou 7:1 a to je také poměr, v němž by měla být rozdělena sázka.

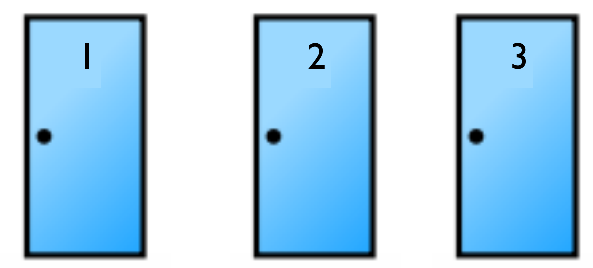
Rozdělení sázky

Dva hráči hrají sérii 9 her a vyhraje ten, který první dosáhne 5 vítězství (tedy většinu). Na vítěze je vyhlášena sázka. Hra je však přerušena za stavu 4:2 a je třeba spravedlivě rozdělit sázku mezi oba hráče.

Řešení 2:

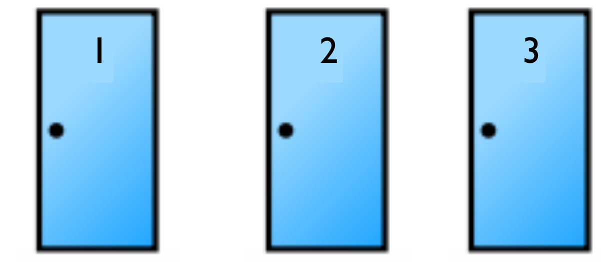
1) Předpokládáme, že vítězství každého z obou hráčů A a B v následujících neuskutečněných hrách by bylo stejně možné.
2) Chybí dohrát ještě tři hry: hráči A chybí k vítězství jedna výhra, hráči B chybějí maximálně tři hry.
3) Pro ukončení hry by mohly nastat tyto výsledky: A, BA, BBA, BBB.
4) Je P(A)=1/2, P(BA)=1/4, P(BBA)=P(BBB)=1/8.
5) Hráč A by vyhrál v prvních třech případech s pravděpodobností 7/8, Hráč B by vyhrál pouze v posledním případě s pravděpodobností 1/8.
6) Tedy šance na výhru jsou 7:1 a to je také poměr, v němž by měla být rozdělena sázka.

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



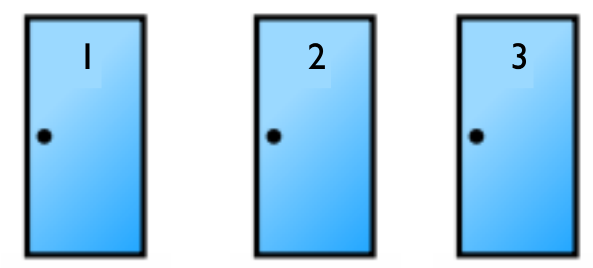
?

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



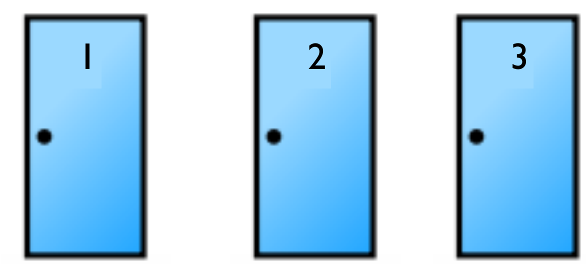
- Označme: A_1, A_2, A_3 jevy, že auto je za dveřmi č, 1, 2, 3.

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



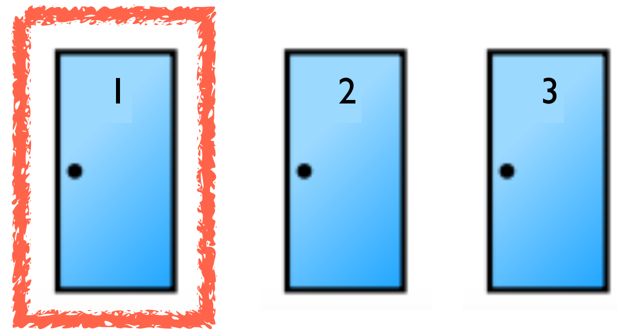
- Označme: A_1, A_2, A_3 jevy, že auto je za dveřmi č, 1, 2, 3.
- Pro nás je zřejmě apriori $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 1/3$.

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



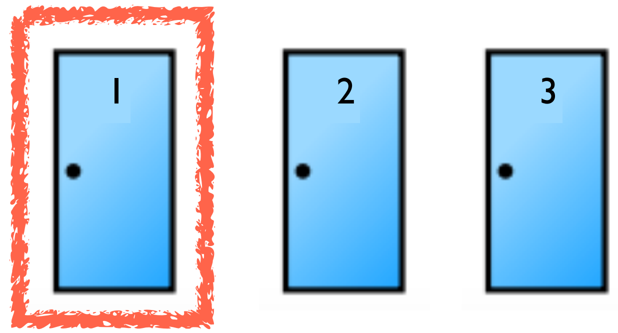
- Označme: A_1, A_2, A_3 jevy, že auto je za dveřmi č, 1, 2, 3.
- Pro nás je zřejmě apriori $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 1/3$.
- Nechť O_1, O_2, O_3 značí jevy, že moderátor otevře dveře č, 1, 2, 3.

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



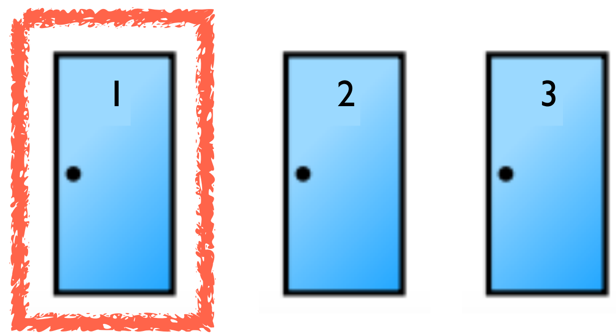
- Označme: A_1, A_2, A_3 jevy, že auto je za dveřmi č, 1, 2, 3.
- Pro nás je zřejmě apriori $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 1/3$.
- Nechť O_1, O_2, O_3 značí jevy, že moderátor otevře dveře č, 1, 2, 3.
- Zvolíme např. dveře č. 1.

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



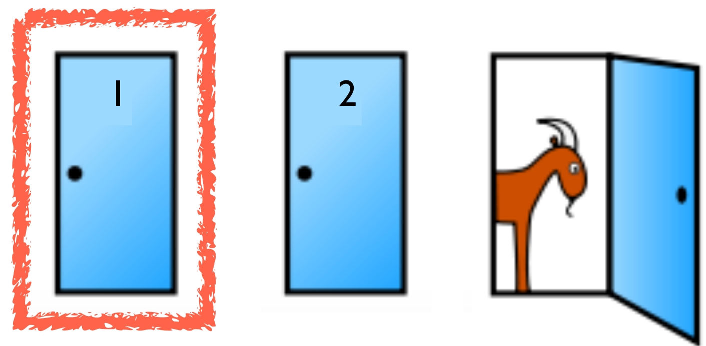
- Označme: A_1, A_2, A_3 jevy, že auto je za dveřmi č, 1, 2, 3.
- Pro nás je zřejmě apriori $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 1/3$.
- Nechť O_1, O_2, O_3 značí jevy, že moderátor otevře dveře č, 1, 2, 3.
- Zvolíme např. dveře č. 1.
- Zřejmě je $P(O_1) = 0$ a $P(O_2) = P(O_3) = 1/2$.

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



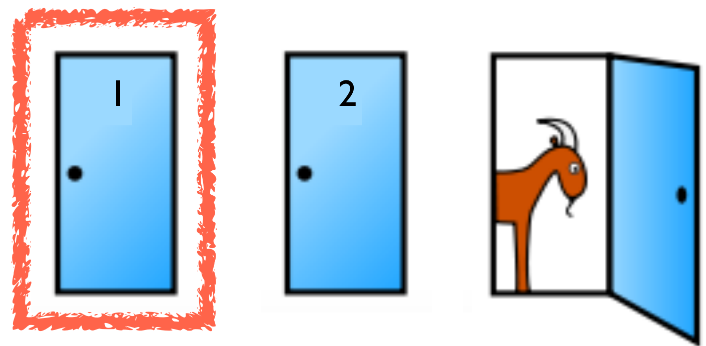
- Označme: A_1, A_2, A_3 jevy, že auto je za dveřmi č, 1, 2, 3.
- Pro nás je zřejmě apriori $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 1/3$.
- Nechť O_1, O_2, O_3 značí jevy, že moderátor otevře dveře č, 1, 2, 3.
- Zvolíme např. dveře č. 1.
- Zřejmě je $P(O_1) = 0$ a $P(O_2) = P(O_3) = 1/2$.
- Dále platí: $P(O_2|A_1)=1/2$, $P(O_3|A_1)=1/2$, $P(O_2|A_2)=0$, $P(O_3|A_2)=1$, $P(O_2|A_3)=1$, $P(O_3|A_3)=0$.

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



- Označme: A_1, A_2, A_3 jevy, že auto je za dveřmi č, 1, 2, 3.
- Pro nás je zřejmě apriori $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 1/3$.
- Nechť O_1, O_2, O_3 značí jevy, že moderátor otevře dveře č, 1, 2, 3.
- Zvolíme např. dveře č. 1.
- Zřejmě je $P(O_1) = 0$ a $P(O_2) = P(O_3) = 1/2$.
- Dále platí: $P(O_2|A_1)=1/2$, $P(O_3|A_1)=1/2$, $P(O_2|A_2)=0$, $P(O_3|A_2)=1$, $P(O_2|A_3)=1$, $P(O_3|A_3)=0$.
- Předpokládejme, že moderátor otevřel dveře č. 3.

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)

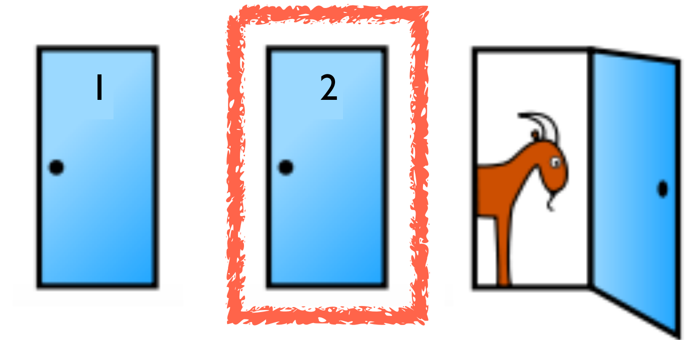


- Označme: A_1, A_2, A_3 jevy, že auto je za dveřmi č, 1, 2, 3.
- Pro nás je zřejmě apriori $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 1/3$.
- Nechť O_1, O_2, O_3 značí jevy, že moderátor otevře dveře č, 1, 2, 3.
- Zvolíme např. dveře č. 1.
- Zřejmě je $P(O_1) = 0$ a $P(O_2) = P(O_3) = 1/2$.
- Dále platí: $P(O_2|A_1)=1/2$, $P(O_3|A_1)=1/2$, $P(O_2|A_2)=0$, $P(O_3|A_2)=1$, $P(O_2|A_3)=1$, $P(O_3|A_3)=0$.
- Předpokládejme, že moderátor otevřel dveře č. 3.
- Tedy aposteriorní pravděpodobnosti podle Bayesovy věty jsou:

$$P(A_1|O_3)=\frac{P(A_1)P(O_3|A_1)}{P(O_3)}=\frac{1/3.1/2}{1/2}=1/3$$

$$P(A_2|O_3)=\frac{P(A_2)P(O_3|A_2)}{P(O_3)}=\frac{1/3.1}{1/2}=2/3$$

Problém tří dveří (Monty Hall Problem)



- Označme: A_1, A_2, A_3 jevy, že auto je za dveřmi č, 1, 2, 3.
- Pro nás je zřejmě apriori $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = 1/3$.
- Nechť O_1, O_2, O_3 značí jevy, že moderátor otevře dveře č, 1, 2, 3.
- Zvolíme např. dveře č. 1.
- Zřejmě je $P(O_1) = 0$ a $P(O_2) = P(O_3) = 1/2$.
- Dále platí: $P(O_2|A_1)=1/2$, $P(O_3|A_1)=1/2$, $P(O_2|A_2)=0$, $P(O_3|A_2)=1$, $P(O_2|A_3)=1$, $P(O_3|A_3)=0$.
- Předpokládejme, že moderátor otevřel dveře č. 3.
- Tedy aposteriorní pravděpodobnosti podle Bayesovy věty jsou:

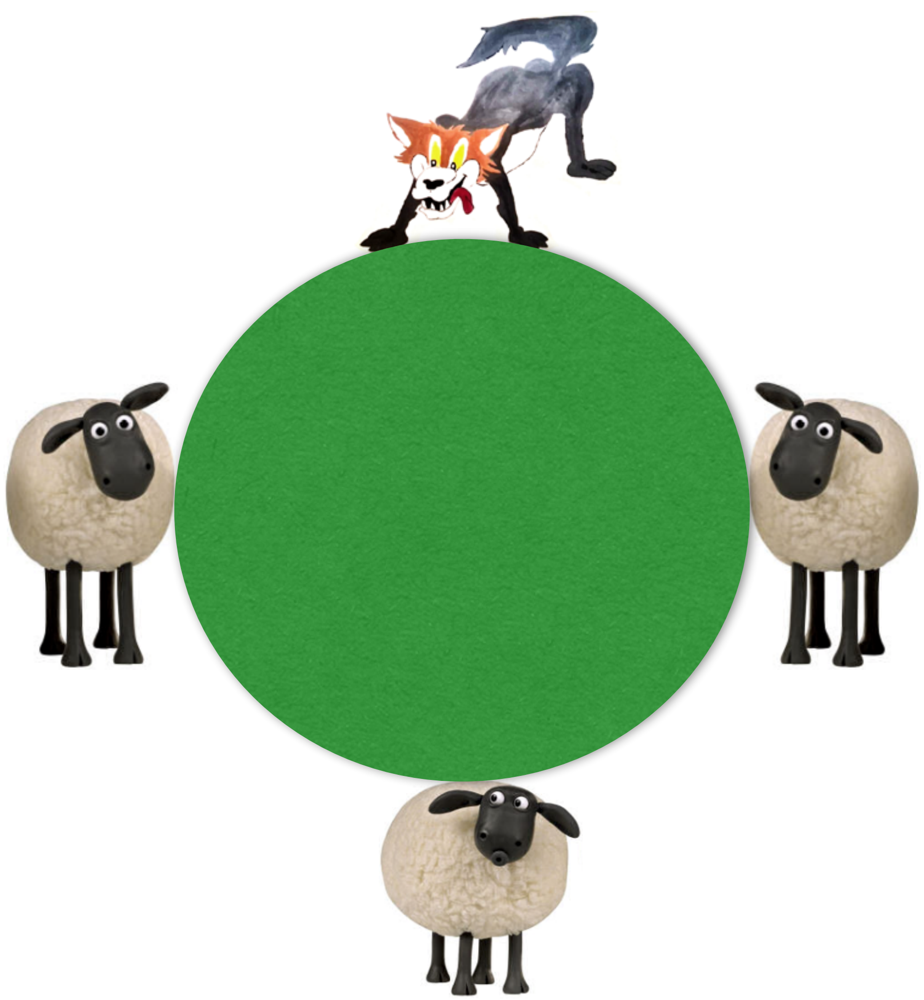
$$P(A_1|O_3)=\frac{P(A_1)P(O_3|A_1)}{P(O_3)}=\frac{1/3.1/2}{1/2}=1/3$$

$$\boxed{P(A_2|O_3)=\frac{P(A_2)P(O_3|A_2)}{P(O_3)}=\frac{1/3.1}{1/2}=2/3}$$

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Vlk a ovečky

Na kružnici jsou ve stejných vzdálenostech od sebe rozmístěny 3 ovečky a jeden vlk. Vlk se náhodně pohybuje doleva či doprava se stejnou pravděpodobností. Narazí-li na ovečku, sežere ji. Která z oveček má největší pravděpodobnost, že zůstane jako poslední?

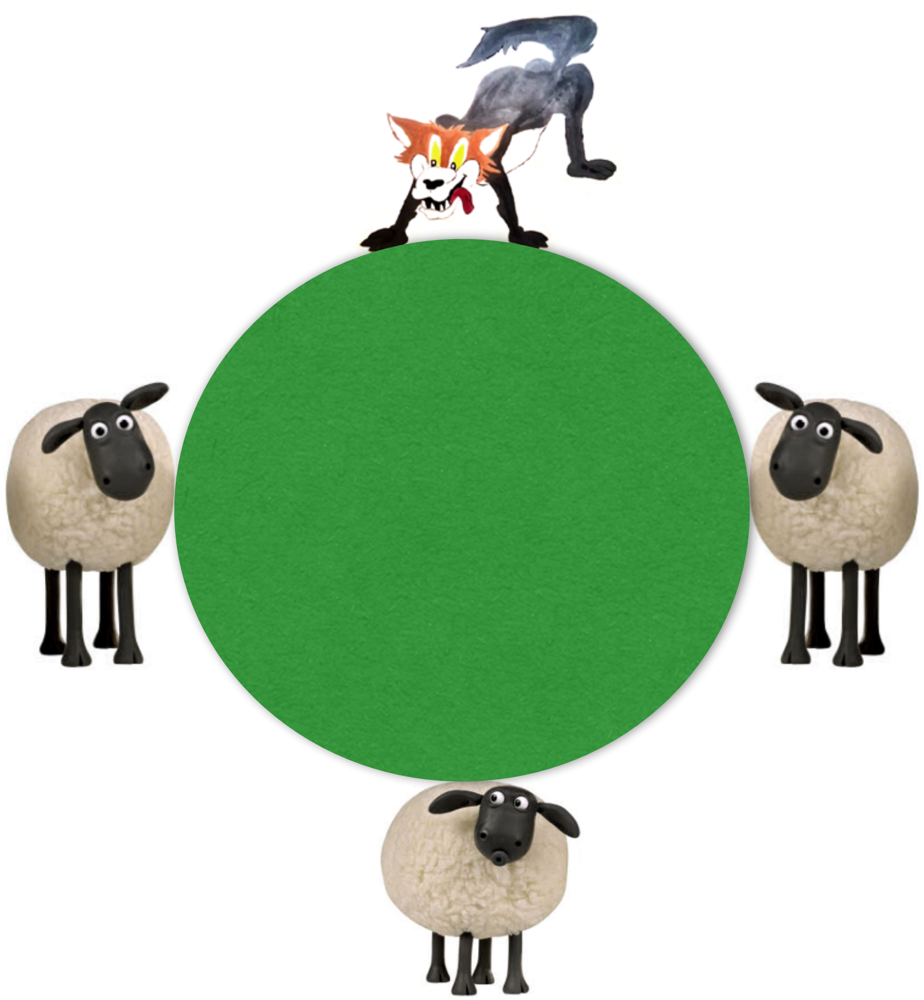


Jedná se o tzv. „náhodnou procházku“.
Úlohu lze řešit onecně pro n oveček.

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Vlk a ovečky

Na kružnici jsou ve stejných vzdálenostech od sebe rozmístěny 3 ovečky a jeden vlk. Vlk se náhodně pohybuje doleva či doprava se stejnou pravděpodobností. Narazí-li na ovečku, sežere ji. Která z oveček má největší pravděpodobnost, že zůstane jako poslední?



Jedná se o tzv. „náhodnou procházku“.
Úlohu lze řešit onecně pro n oveček.

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Automat na jízdenky

Automt vydává jízdenky v hodnotě 1€. Přijímá pouze 1 a 2 eurové mince. Na 2€ vrací 1€ zpět. Pokud mu dojdou 1€ mince v zásobníku automatu, tento ohlásí chybu a zablokuje se. Kolik musíme dát do zásobníku mincí, aby zvládl obsloužit 60 zákazníků bez zablokování s pravděpodobností alespoň 0,95?

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Automat na jízdenky

Automt vydává jízdenky v hodnotě 1€. Přijímá pouze 1 a 2 eurové mince. Na 2€ vrací 1€ zpět. Pokud mu dojdou 1€ mince v zásobníku automatu, tento ohlásí chybu a zablokuje se. Kolik musíme dát do zásobníku mincí, aby zvládl obsloužit 60 zákazníků bez zablokování s pravděpodobností alespoň 0,95?

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Úloha o ruinování hráče

Dva hráči A a B hrají sérii her. Při každé hře hráči vsadí jednu korunu. Hráč A vyhraje s pravděpodobností p a prohraje s pravděpodobností 1-p. Na počátku má hráč celkem x korun, hráč B má y korun. Hry jsou vzájemně nezávislé. Hra se hraje tak dlouho, dokud mají oba co vsadit. Tedy hra končí v okamžiku, kdy je jeden z hráčů zruinován. Jakou mají hráči A a B pravděpodobnost zruinování?

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Úloha o ruinování hráče

Dva hráči A a B hrají sérii her. Při každé hře hráči vsadí jednu korunu. Hráč A vyhraje s pravděpodobností p a prohraje s pravděpodobností 1-p. Na počátku má hráč celkem x korun, hráč B má y korun. Hry jsou vzájemně nezávislé. Hra se hraje tak dlouho, dokud mají oba co vsadit. Tedy hra končí v okamžiku, kdy je jeden z hráčů zruinován. Jakou mají hráči A a B pravděpodobnost zruinování?

Další z nejznámějších pravděpodobnostních úloh, kterou lze nalézt například v učebnici teorie pravděpodobnosti W. Fellera z roku 1957.

http://www.statspol.cz/oldstat/bulletiny/ib-93-4.pdf

Úvod do teorie pravděpodobnosti

Úloha o ruinování hráče

Dva hráči A a B hrají sérii her. Při každé hře hráči vsadí jednu korunu. Hráč A vyhraje s pravděpodobností p a prohraje s pravděpodobností 1-p. Na počátku má hráč celkem x korun, hráč B má y korun. Hry jsou vzájemně nezávislé. Hra se hraje tak dlouho, dokud mají oba co vsadit. Tedy hra končí v okamžiku, kdy je jeden z hráčů zruinován. Jakou mají hráči A a B pravděpodobnost zruinování?

Další z nejznámějších pravděpodobnostních úloh, kterou lze nalézt například v učebnici teorie pravděpodobnosti W. Fellera z roku 1957.

http://www.statspol.cz/oldstat/bulletiny/ib-93-4.pdf