Pravděpodobnostní metody a matematická statistika

Prof. RNDr. Gejza Dohnal, CSc.

Pravděpodobnostní metody a matematická statistika

Prof. RNDr. Gejza Dohnal, CSc.

IV. Náhodné události v čase

https://sms.nipax.cz/pas

Náhodné události v čase

Náhodné události v čase

Náhodné události v čase

Náhodné události v čase

Náhodné události v čase

čas

Náhodné události v čase

čas

Náhodné události v čase







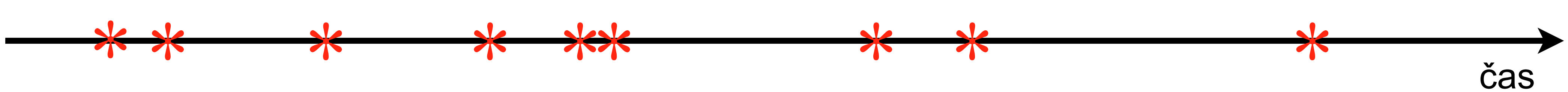
Náhodné události v čase

Náhodné události v čase







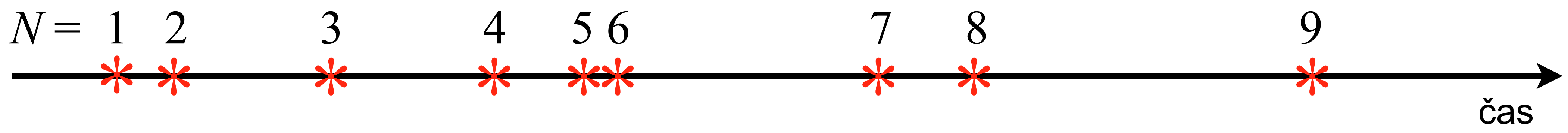


Náhodné události v čase

Náhodné události v čase

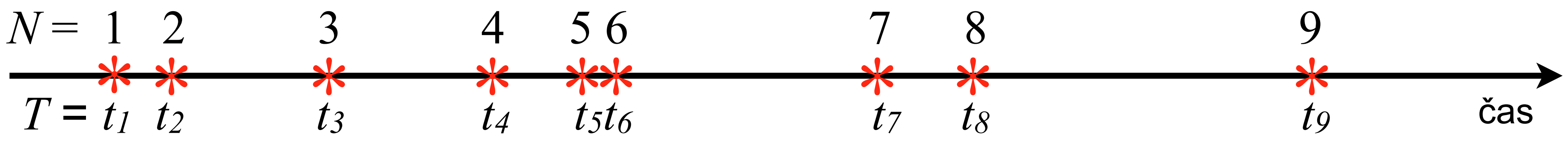
Náhodné události v čase

počet událostí v čase t: $N(t)$



Náhodné události v čase

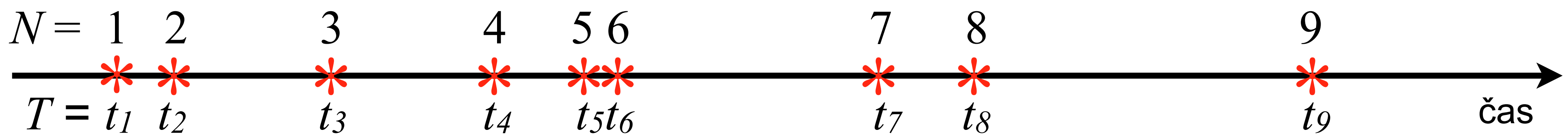
počet událostí v čase t: $N(t)$



čas výskytu i-té události: T_i

Náhodné události v čase

počet událostí v čase t: $N(t)$ diskrétní náhodná veličina

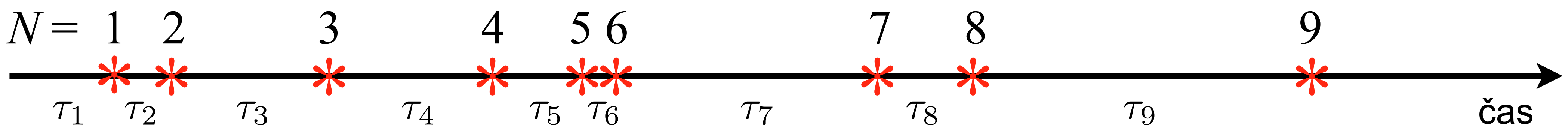


čas výskytu i-té události: T_i spojitá náhodná veličina

Náhodné události v čase

počet událostí v čase t: $N(t)$

diskrétní náhodná veličina

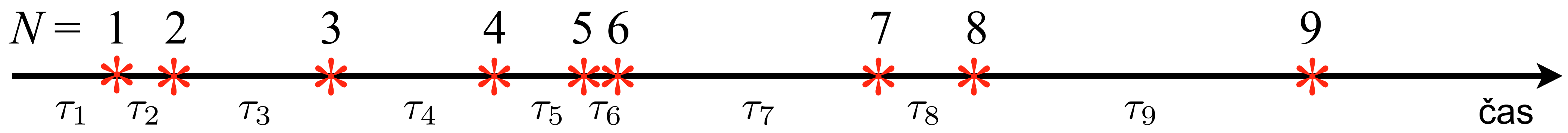


doby mezi událostmi: $\tau_i = t_i - t_{i-1}$

spojitá náhodná veličina

Náhodné události v čase

počet událostí v čase t: $N(t)$ diskrétní náhodná veličina



doby mezi událostmi: $\tau_i = t_i - t_{i-1}$

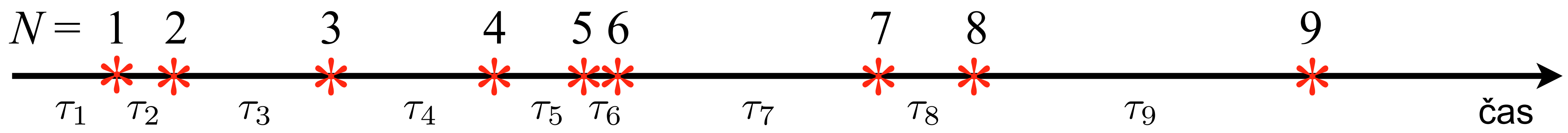
spojitá náhodná veličina

$$\lambda(t) = \frac{N(t)}{t}$$

Náhodné události v čase

počet událostí v čase t: $N(t)$

diskrétní náhodná veličina



doby mezi událostmi: $\tau_i = t_i - t_{i-1}$

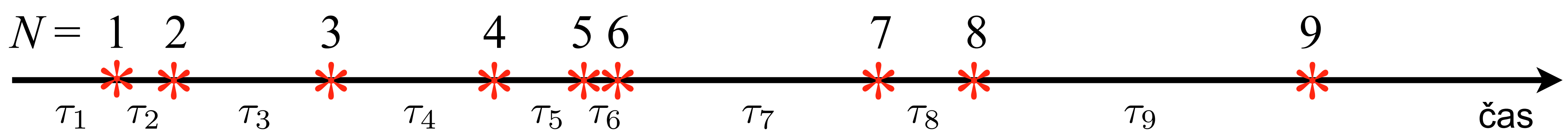
spojitá náhodná veličina

$$\lambda(t) = \frac{N(t)}{t} \xrightarrow[t \to \infty]{} \lambda = \lim_{t \to \infty} \frac{N(t)}{t}$$

střední počet událostí za jednotku času

Náhodné události v čase

počet událostí v čase t: $N(t)$ diskrétní náhodná veličina



doby mezi událostmi: $\tau_i = t_i - t_{i-1}$

spojitá náhodná veličina

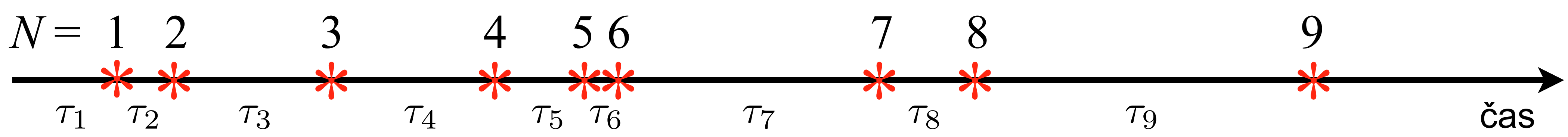
$$\lambda(t) = \frac{N(t)}{t} \xrightarrow[t \to \infty]{} \lambda = \lim_{t \to \infty} \frac{N(t)}{t}$$

střední počet událostí za jednotku času

$$\bar{T}_i = \frac{t_i}{i}$$

Náhodné události v čase

počet událostí v čase t: $N(t)$ diskrétní náhodná veličina



doby mezi událostmi: $\tau_i = t_i - t_{i-1}$

spojitá náhodná veličina

$$\lambda(t) = \frac{N(t)}{t} \xrightarrow[t \to \infty]{} \lambda = \lim_{t\to\infty} \frac{N(t)}{t}$$

střední počet událostí za jednotku času

$$\bar{T}_i = \frac{t_i}{i} \xrightarrow[t \to \infty]{} \bar{T} = \lim_{t\to\infty} \frac{t}{N(t)} = \frac{1}{\lambda}$$

střední doba mezi událostmi

λ je intenzita poruch, $1/\lambda$ je střední doba mezi poruchami

Poissonovo rozdělení

počet událostí v čase t: $N(t)$

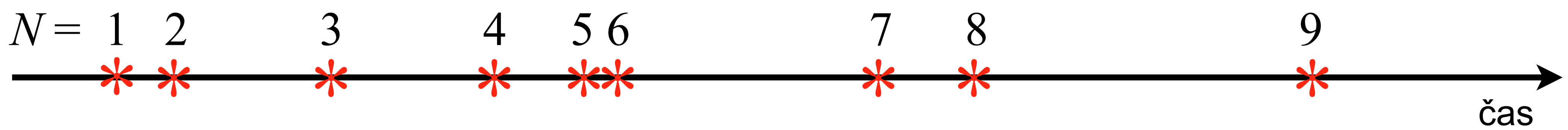
Poissonovo rozdělení

počet událostí v čase t: $N(t)$

Jaká je pravděpodobnost, že za jednotku času nastane k událostí? $P(N = k) = ?$

Poissonovo rozdělení

počet událostí v čase t: $N(t)$



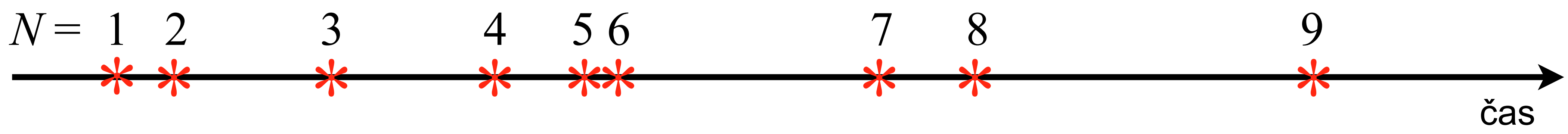
Jaká je pravděpodobnost, že za jednotku času nastane k událostí? $P(N = k) = ?$

$$P(N = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, \ldots$$

$$E(N) = \lambda, \; Var(N) = \lambda$$

Poissonovo rozdělení

počet událostí v čase t: $N(t)$



Jaká je pravděpodobnost, že za jednotku času nastane k událostí? $P(N = k) = ?$

$$P(N = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, \ldots$$

$$E(N) = \lambda, \; Var(N) = \lambda$$

Jaká je pravděpodobnost, že za dobu t nastane k událostí? $P(N(t) = k) = ?$

Poissonovo rozdělení

počet událostí v čase t: $N(t)$

Jaká je pravděpodobnost, že za jednotku času nastane k událostí? $P(N = k) = ?$

$$P(N = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, \ldots$$

$$E(N) = \lambda, \; Var(N) = \lambda$$

Jaká je pravděpodobnost, že za dobu t nastane k událostí? $P(N(t) = k) = ?$

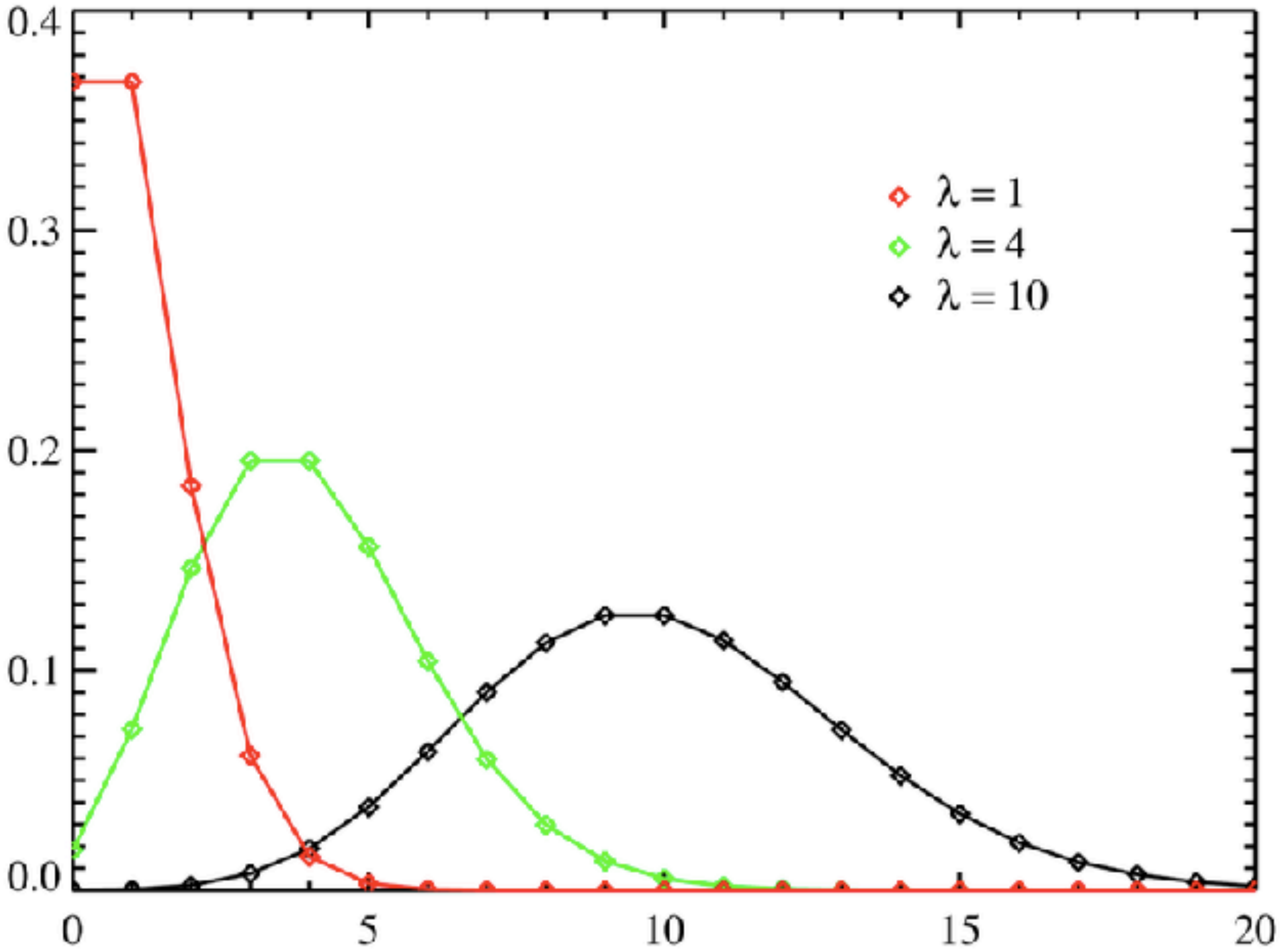
$$P(N(t) = k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad k = 0, 1, \ldots$$

$$E(N(t)) = Var(N(t)) = \lambda t$$

Poissonovo rozdělení

$$P(N = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, \ldots$$

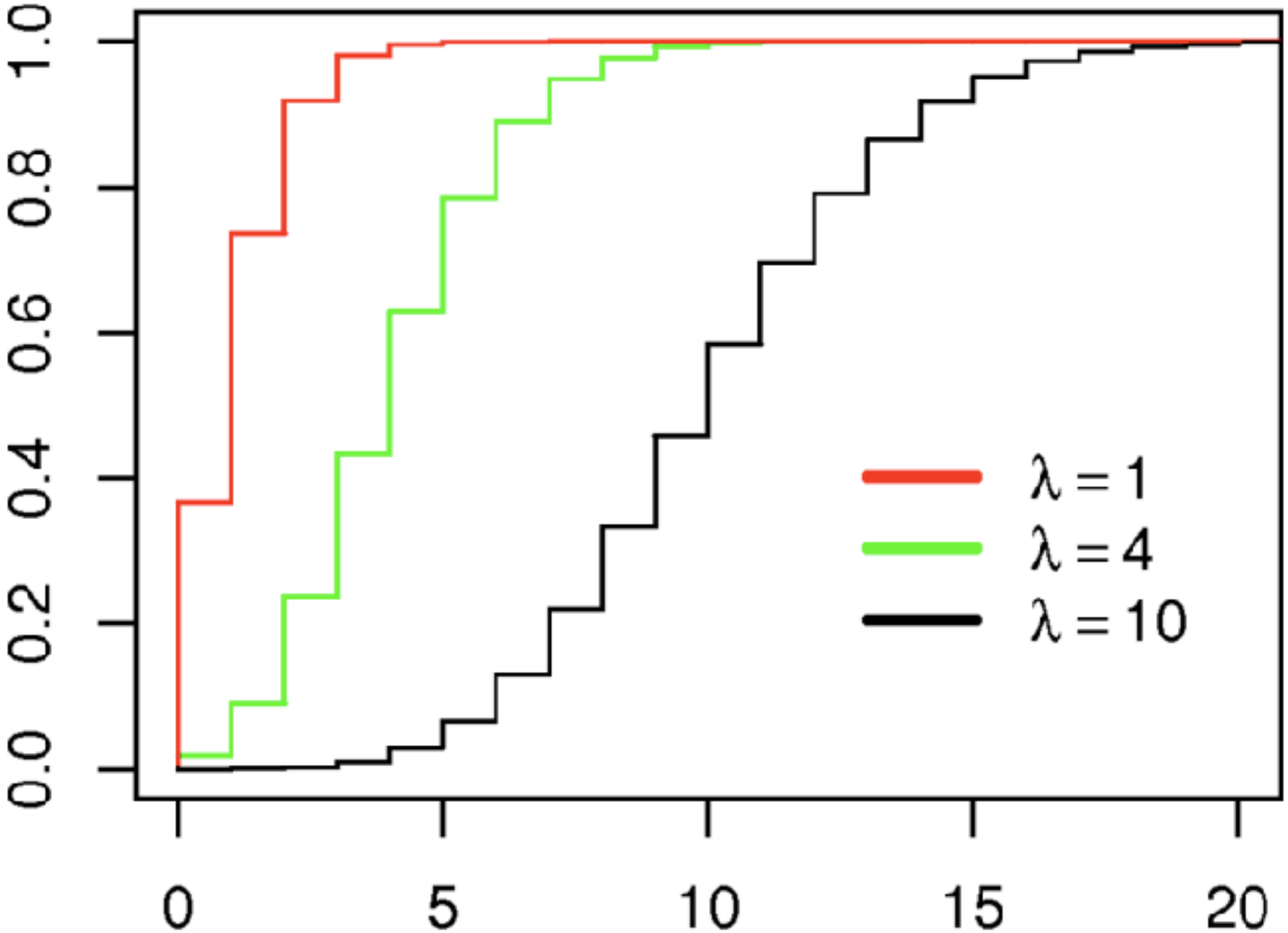
$$E(N) = \lambda, \; Var(N) = \lambda$$



Poissonovo rozdělení

$$P(N=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, \quad k=0,1,\dots$$

$$E(N)=\lambda,\ Var(N)=\lambda$$

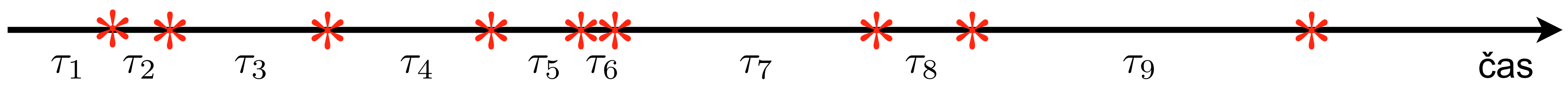


Exponenciální rozdělení

Poissonův proces $\{N(t), t \geq 0\}$

Exponenciální rozdělení

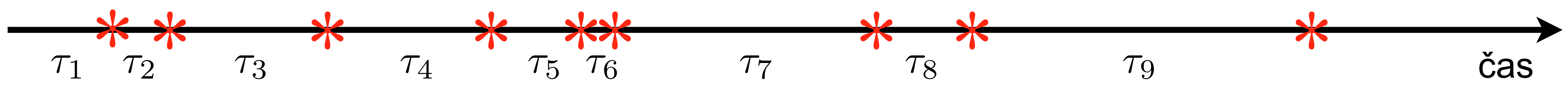
Poissonův proces $\{N(t), t \geq 0\}$



doby mezi událostmi: $\tau_i = t_i - t_{i-1}$

Exponenciální rozdělení

Poissonův proces $\{N(t), t \geq 0\}$

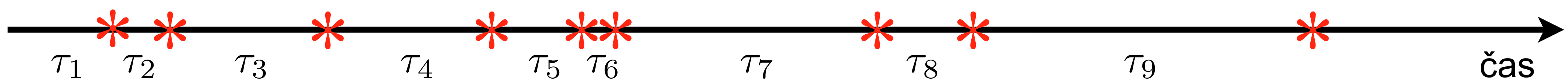


doby mezi událostmi: $\tau_i = t_i - t_{i-1}$

Jaká je pravděpodobnost, že doba mezi událostmi nepřekročí hodnotu t ? $P(\tau \leq t) = ?$

Exponenciální rozdělení

Poissonův proces $\{N(t), t \geq 0\}$



doby mezi událostmi: $\tau_i = t_i - t_{i-1}$

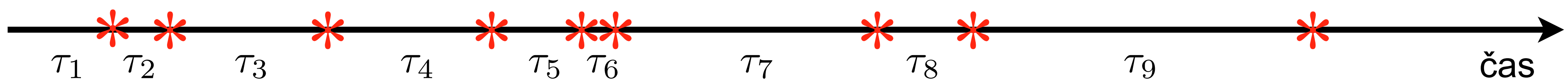
Jaká je pravděpodobnost, že doba mezi událostmi nepřekročí hodnotu t ? $P(\tau \leq t) = ?$

$$P(\tau \leq t) = 1 - e^{-\frac{t}{\delta}}, \quad t \geq 0$$

$$E(\tau) = \delta, \quad Var(\tau) = \delta^2$$

Exponenciální rozdělení

Poissonův proces $\{N(t), t \geq 0\}$



doby mezi událostmi: $\tau_i = t_i - t_{i-1}$

Jaká je pravděpodobnost, že doba mezi událostmi nepřekročí hodnotu t ? $P(\tau \leq t) =?$

$$P(\tau \leq t) = 1 - e^{-\frac{t}{\delta}}, \quad t \geq 0$$

$$E(\tau) = \delta, \quad Var(\tau) = \delta^2$$

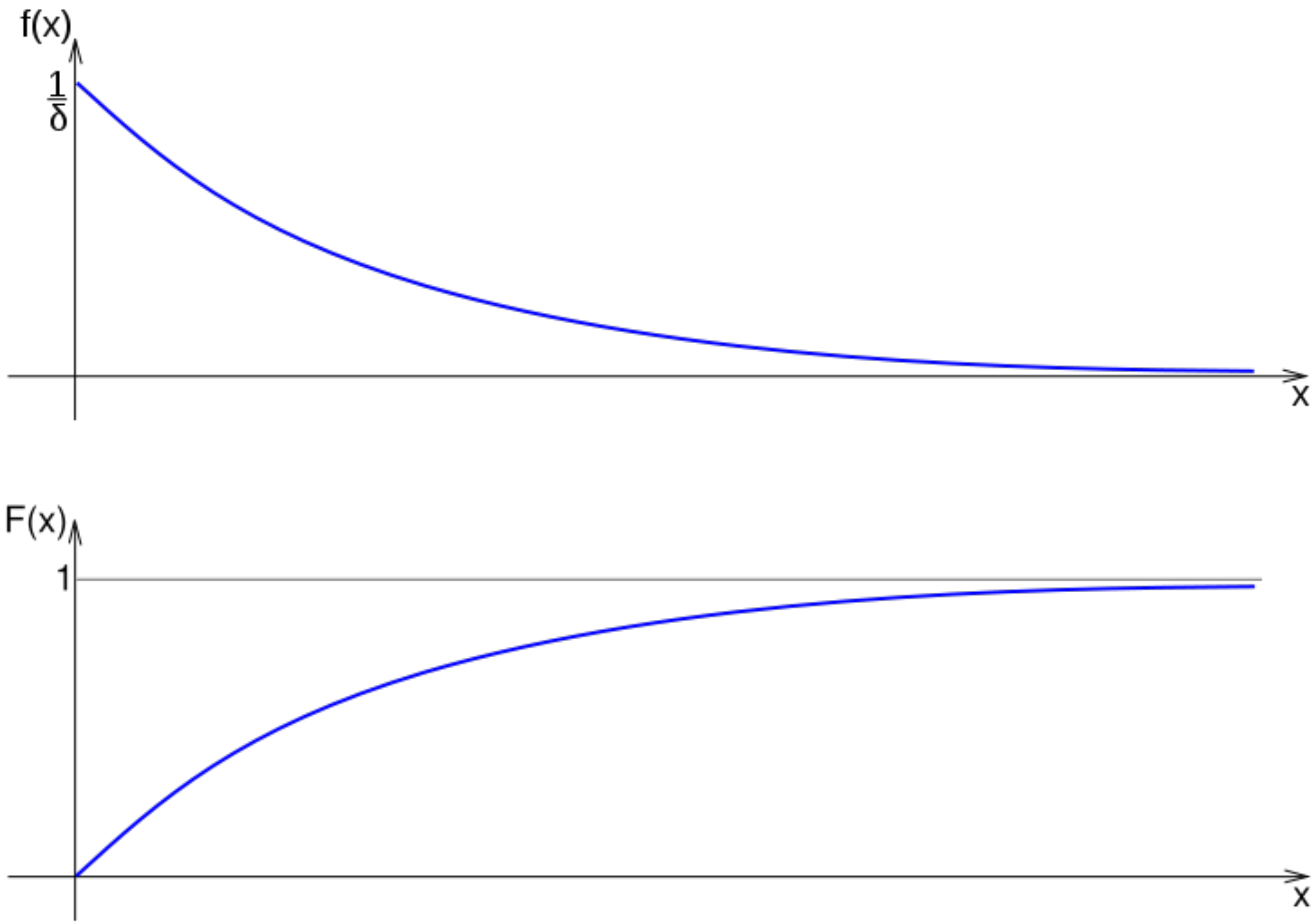
$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\delta}} \;\Rightarrow f(t) = \frac{dF}{dt} = \frac{1}{\delta} e^{-\frac{t}{\delta}}, \; t \geq 0$$

Exponenciální rozdělení

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{\delta} e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases} \qquad F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases}$$

Exponenciální rozdělení

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{\delta} e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases} \qquad F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases}$$



Exponenciální rozdělení

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{\delta} e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases} \qquad F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases}$$

Exponenciální rozdělení

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{\delta} e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases} \qquad F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{\delta} = \lambda$$

Exponenciální rozdělení

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{\delta} e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases} \qquad F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{\delta} = \lambda$$

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \end{cases} \qquad F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \end{cases}$$

Exponenciální rozdělení

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{\delta} e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases} \qquad F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{\delta} = \lambda$$

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \end{cases} \qquad F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \end{cases}$$

Exponenciální rozdělení je rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, která popisuje dobu mezi nezávislými, náhodně se vyskytujícími událostmi v čase.

Exponenciální rozdělení

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{\delta} e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases} \qquad F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-\frac{t}{\delta}}, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$\frac{1}{\delta} = \lambda$$

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \end{cases} \qquad F(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1 - e^{-\lambda t}, & t \geq 0 \end{cases}$$

Exponenciální rozdělení je rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny, která popisuje dobu mezi nezávislými, náhodně se vyskytujícími událostmi v čase.

Přitom střední doba mezi těmito událostmi je rovna δ a střední počet těchto událostí za jednotku času je λ.

Exponenciální rozdělení

$$P(\tau \leq t + s | \tau \geq s)$$

Exponenciální rozdělení

$$P(\tau \leq t + s | \tau \geq s) = \frac{P\Big((\tau \leq t + s) \ \& \ (\tau \geq s)\Big)}{P(\tau \geq s)}$$

Exponenciální rozdělení

$$P(\tau \leq t + s | \tau \geq s) = \frac{P\big((\tau \leq t + s) \ \& \ (\tau \geq s)\big)}{P(\tau \geq s)}$$

$$= \frac{P\big(\tau \in \langle s, t + s \rangle\big)}{P(\tau \geq s)}$$

Exponenciální rozdělení

$$P(\tau \leq t+s | \tau \geq s) = \frac{P\big((\tau \leq t+s) \ \& \ (\tau \geq s)\big)}{P(\tau \geq s)}$$

$$= \frac{P\big(\tau \in \langle s, t+s \rangle\big)}{P(\tau \geq s)} = \frac{F(t+s) - F(s)}{1 - F(s)}$$

Exponenciální rozdělení

$$P(\tau \le t+s \mid \tau \ge s) = \frac{P\big((\tau \le t+s) \;\&\; (\tau \ge s)\big)}{P(\tau \ge s)}$$

$$= \frac{P\big(\tau \in \langle s, t+s\rangle\big)}{P(\tau \ge s)} = \frac{F(t+s) - F(s)}{1 - F(s)}$$

$$= \frac{1 - e^{-\frac{t+s}{\delta}} - 1 + e^{-\frac{s}{\delta}}}{e^{-\frac{s}{\delta}}}$$

Exponenciální rozdělení

$$P(\tau \le t+s | \tau \ge s) = \frac{P\big((\tau \le t+s) \ \& \ (\tau \ge s)\big)}{P(\tau \ge s)}$$

$$= \frac{P\big(\tau \in \langle s, t+s\rangle\big)}{P(\tau \ge s)} = \frac{F(t+s) - F(s)}{1 - F(s)}$$

$$= \frac{1 - e^{-\frac{t+s}{\delta}} - 1 + e^{-\frac{s}{\delta}}}{e^{-\frac{s}{\delta}}} = \frac{e^{-\frac{s}{\delta}} - e^{-\frac{t}{\delta}} e^{-\frac{s}{\delta}}}{e^{-\frac{s}{\delta}}}$$

Exponenciální rozdělení

$$P(\tau \le t+s | \tau \ge s) = \frac{P\Big((\tau \le t+s)\ \&\ (\tau \ge s)\Big)}{P(\tau \ge s)}$$

$$= \frac{P\Big(\tau \in \langle s, t+s \rangle\Big)}{P(\tau \ge s)} = \frac{F(t+s) - F(s)}{1 - F(s)}$$

$$= \frac{1 - e^{-\frac{t+s}{\delta}} - 1 + e^{-\frac{s}{\delta}}}{e^{-\frac{s}{\delta}}} = \frac{e^{-\frac{s}{\delta}} - e^{-\frac{t}{\delta}} e^{-\frac{s}{\delta}}}{e^{-\frac{s}{\delta}}}$$

$$= 1 - e^{-\frac{t}{\delta}} = F(t) = P(\tau \le t)$$

Exponenciální rozdělení

$$\boxed{P(\tau \leq t + s | \tau \geq s)} = \frac{P\big((\tau \leq t + s)\ \&\ (\tau \geq s)\big)}{P(\tau \geq s)}$$

$$= \frac{P\big(\tau \in \langle s, t + s\rangle\big)}{P(\tau \geq s)} = \frac{F(t + s) - F(s)}{1 - F(s)}$$

$$= \frac{1 - e^{-\frac{t+s}{\delta}} - 1 + e^{-\frac{s}{\delta}}}{e^{-\frac{s}{\delta}}} = \frac{e^{-\frac{s}{\delta}} - e^{-\frac{t}{\delta}} e^{-\frac{s}{\delta}}}{e^{-\frac{s}{\delta}}}$$

$$= 1 - e^{-\frac{t}{\delta}} = F(t) \boxed{= P(\tau \leq t)}$$

Exponenciální rozdělení nemá paměť!

Weibullovo rozdělení

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta}}, \quad t \geq 0$$

Weibullovo rozdělení

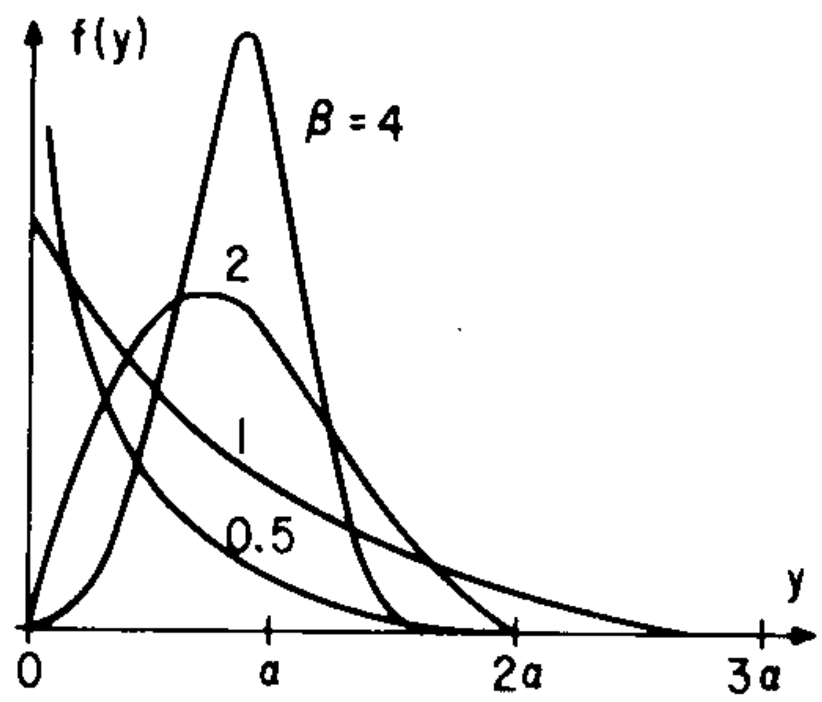
$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta}}, \quad t \geq 0$$

$$f(t) = \left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta - 1} \frac{\beta}{\delta} e^{-\left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta}}, \quad t \geq 0$$

Weibullovo rozdělení

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta}}, \quad t \geq 0$$

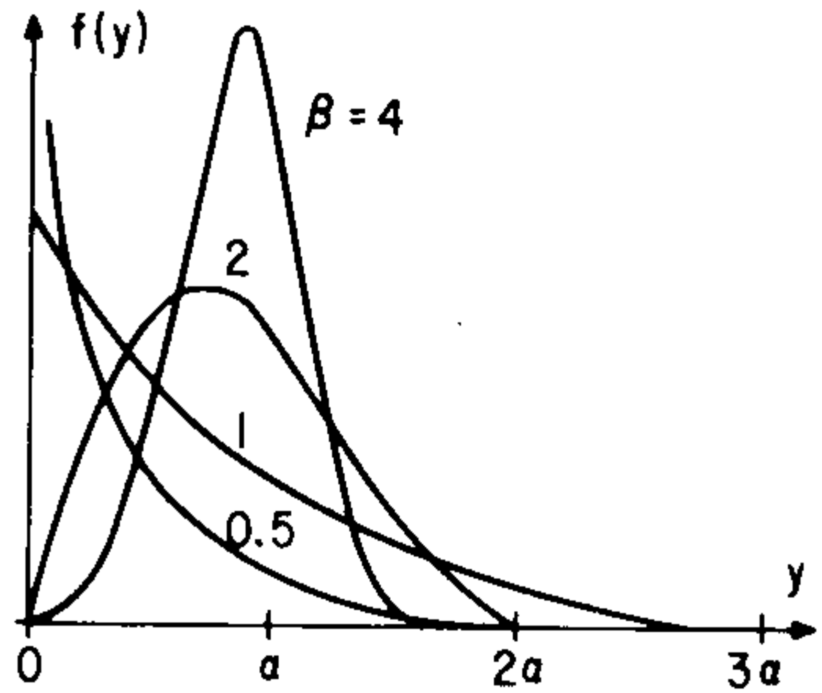
$$f(t) = \left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta-1} \frac{\beta}{\delta} e^{-\left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta}}, \quad t \geq 0$$

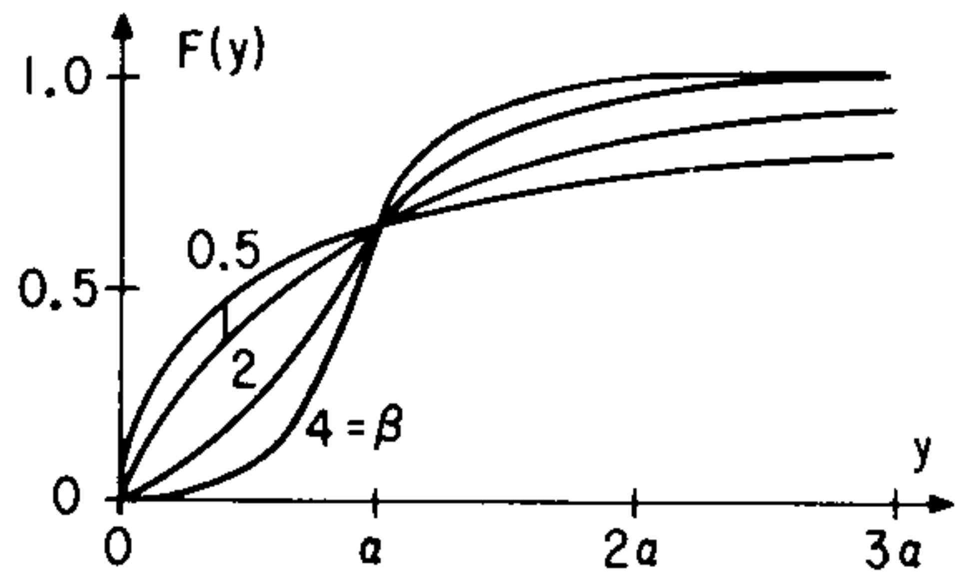


Weibullovo rozdělení

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta}}, \quad t \geq 0$$

$$f(t) = \left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta-1} \frac{\beta}{\delta} e^{-\left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta}}, \quad t \geq 0$$

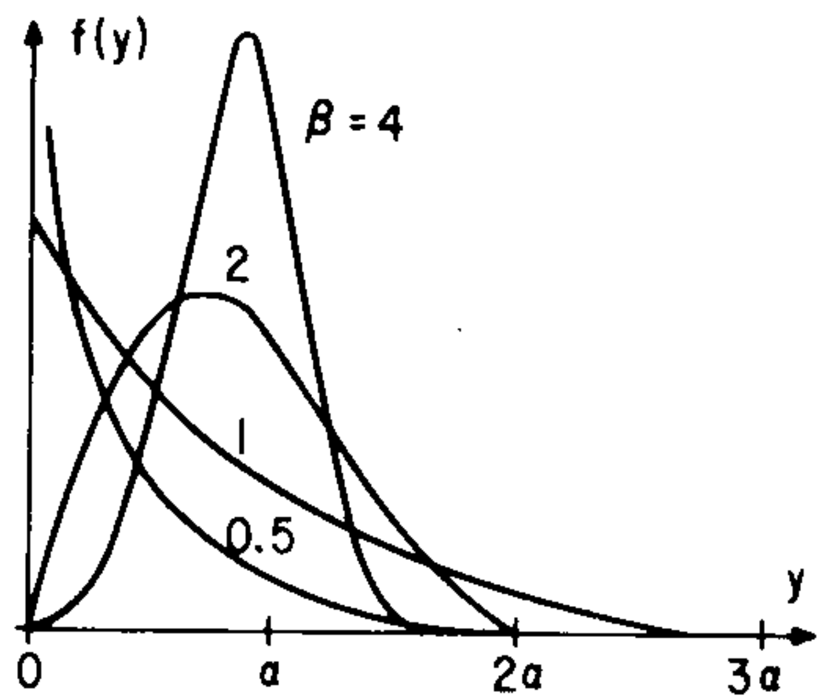


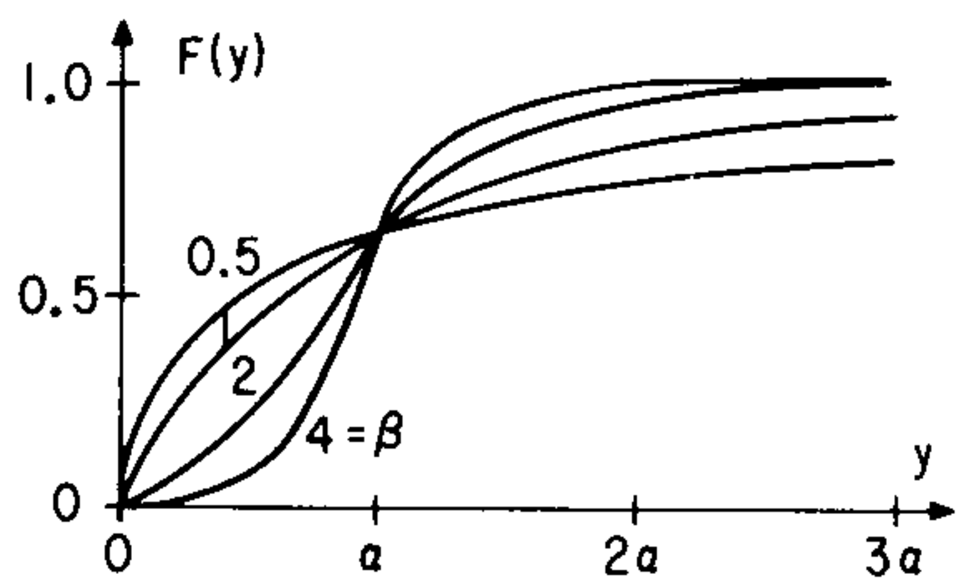


Weibullovo rozdělení

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta}}, \quad t \geq 0$$

$$f(t) = \left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta-1} \frac{\beta}{\delta} e^{-\left(\frac{t}{\delta}\right)^{\beta}}, \quad t \geq 0$$





$$E(T) = \delta\Gamma(\frac{1}{\beta} + 1), \quad Var(T) = \delta^2 \left\{ \Gamma(\frac{2}{\beta} + 1) - \left[\Gamma(\frac{1}{\beta} + 1) \right]^2 \right\}$$

Intenzita poruchy

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}, \quad t \in R$$

Intenzita poruchy

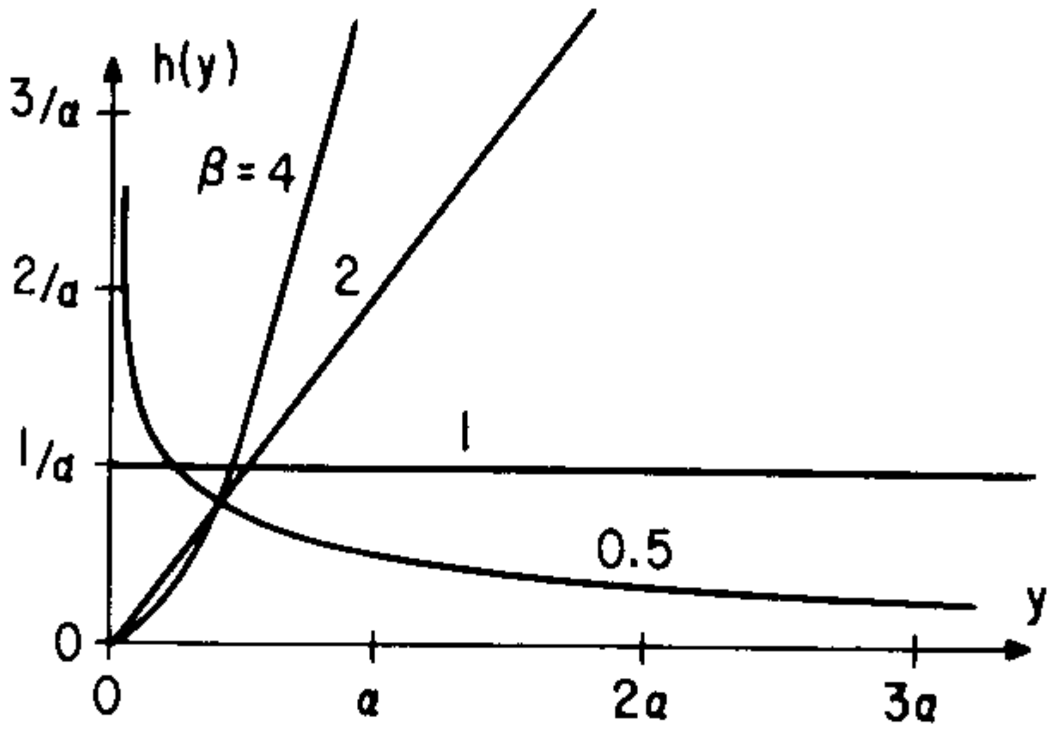
$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}, \quad t \in R$$

Pravděpodobnost, že se zařízení porouchá v čase $t + \triangle$, když víme, že se do doby t neporouchalo (pro hodně malá $\triangle$) je rovna přibližně $\triangle\ \lambda(t)$.

Intenzita poruchy

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}, \quad t \in R$$

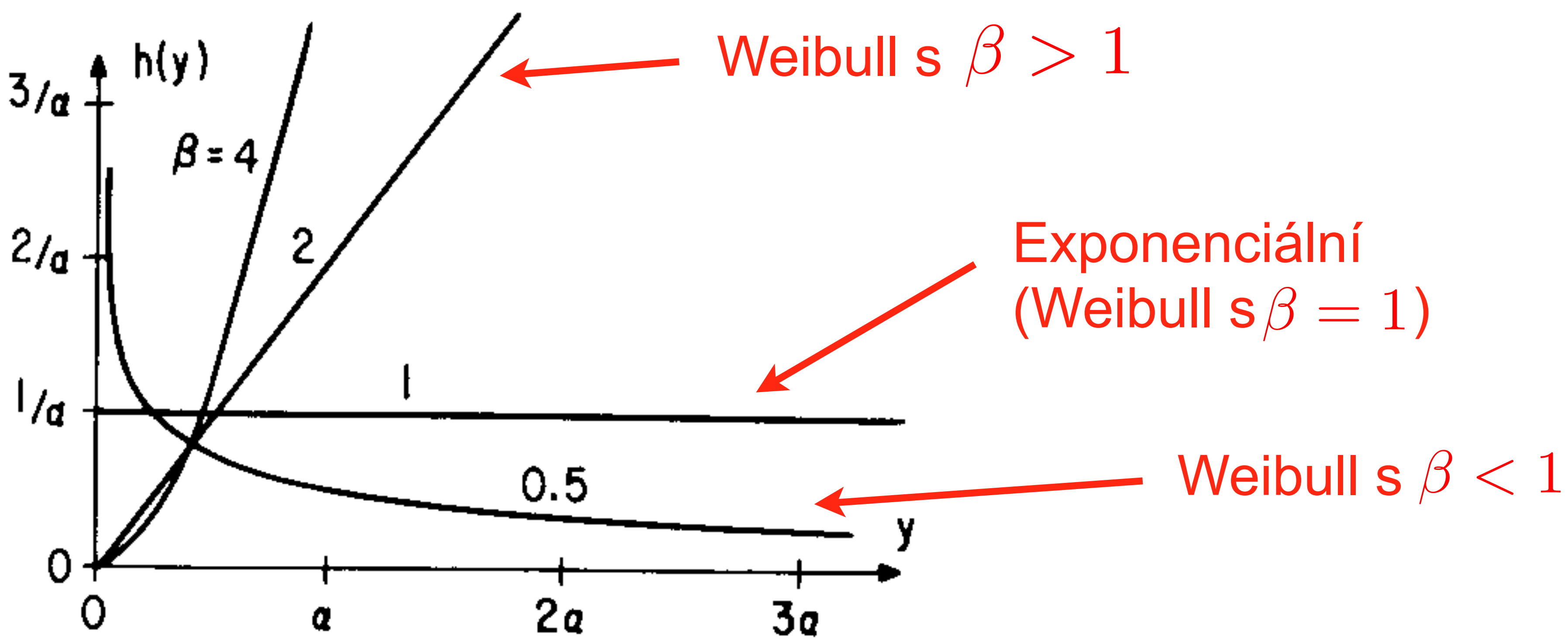
Pravděpodobnost, že se zařízení porouchá v čase $t + \triangle$, když víme, že se do doby t neporouchalo (pro hodně malá $\triangle$) je rovna přibližně $\triangle\ \lambda(t)$.



Intenzita poruchy

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)}, \quad t \in R$$

Pravděpodobnost, že se zařízení porouchá v čase $t + \triangle$, když víme, že se do doby t neporouchalo (pro hodně malá $\triangle$) je rovna přibližně $\triangle\,\lambda(t)$.



Logaritmicko-normální rozdělení

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \dfrac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\dfrac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right), & x \geq 0 \end{cases}$$

$$Y \sim N/\mu, \sigma^2)$$

$$X = \exp(Y)$$

$$X \sim LN(\mu, \sigma^2)$$

$$E(X) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2} \right), \quad Var(X) = \exp\left(2\mu + \sigma^2\right).\left(\exp \sigma^2 - 1\right)$$

Logaritmicko-normální rozdělení

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \dfrac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\dfrac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right), & x \geq 0 \end{cases}$$

$$Y \sim N/\mu, \sigma^2)$$

$$X = \exp(Y)$$

$$X \sim LN(\mu, \sigma^2)$$

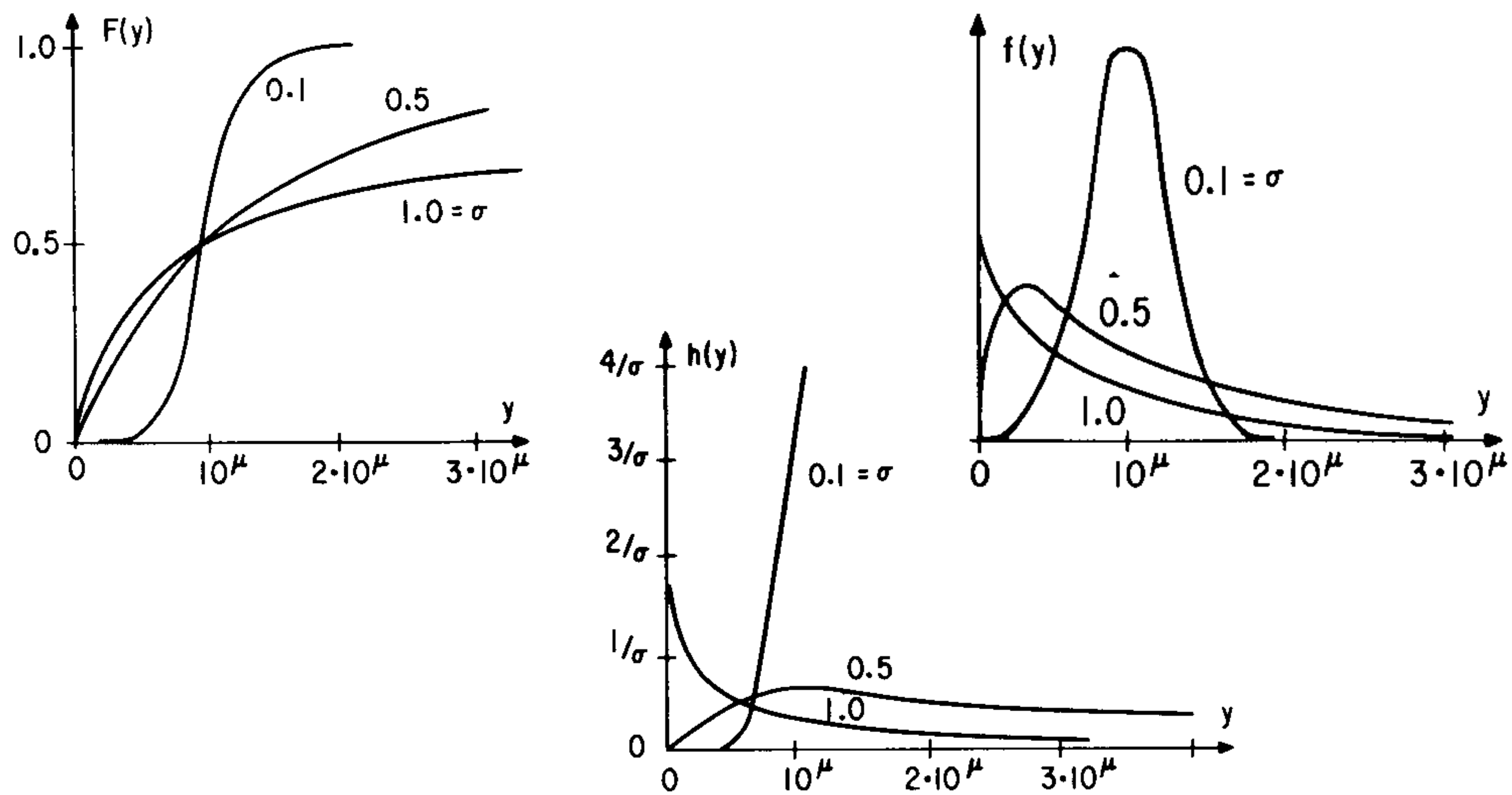
$$E(X) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2} \right), \quad Var(X) = \exp\left(2\mu + \sigma^2 \right).\left(\exp \sigma^2 - 1 \right)$$

Logaritmicko-normální rozdělení

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \dfrac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\dfrac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2} \right), & x \geq 0 \end{cases}$$

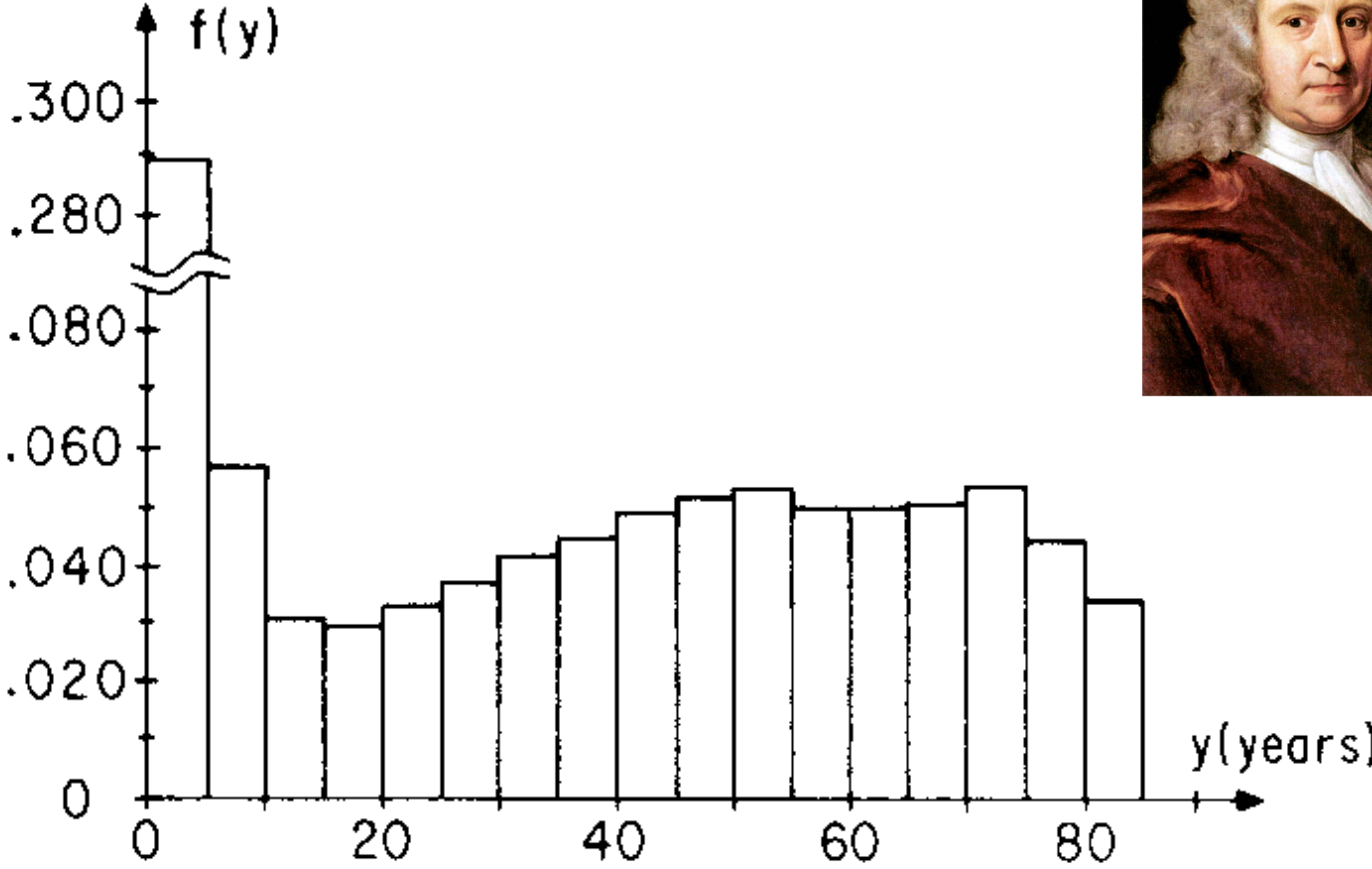
$$Y \sim N/\mu, \sigma^2)$$
$$X = \exp(Y)$$
$$X \sim LN(\mu, \sigma^2)$$

$$E(X) = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2} \right), \quad Var(X) = \exp\left(2\mu + \sigma^2\right).\left(\exp \sigma^2 - 1\right)$$



Charakteristiky doby života

Edmont Halley
(1656 - 1742)



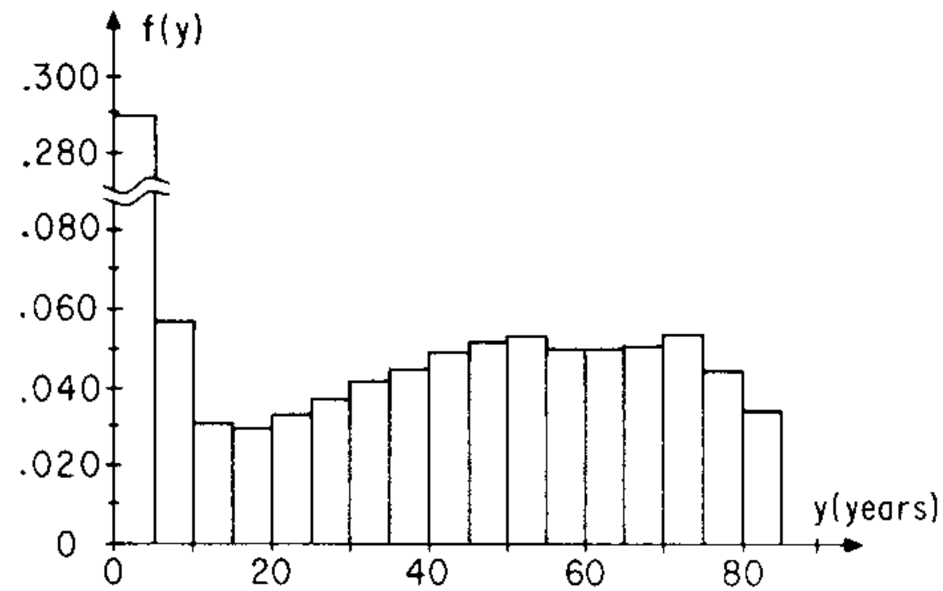
Charakteristiky doby života

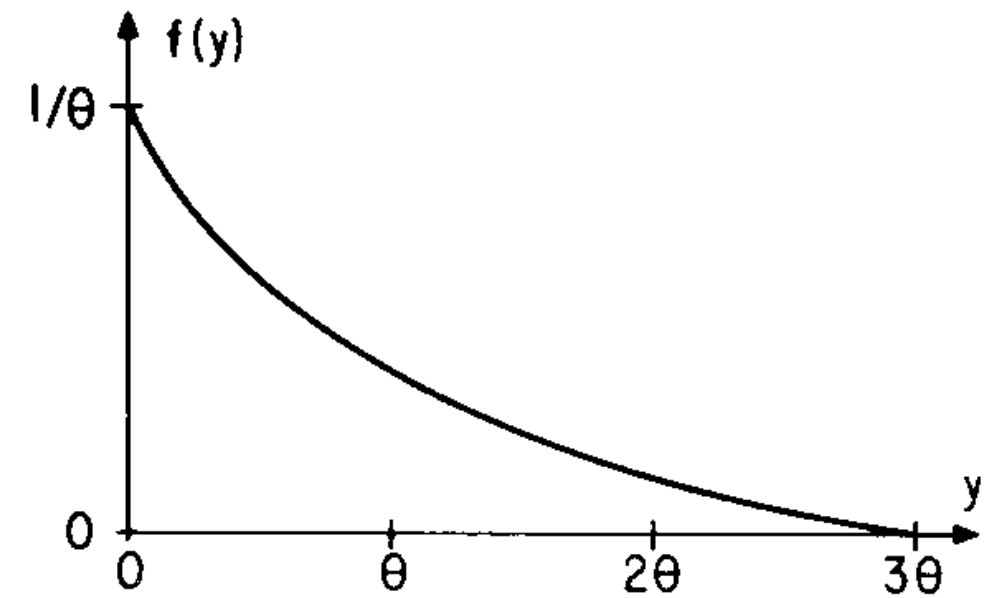
y	f(y)	F(y)	R(y)	h(y)
0	-	0	1.000	
0-5	.290	.290	.710	.058
5-10	.057	.347	.653	.016
10-15	.031	.378	.622	.010
15-20	.030	.408	.592	.010
20-25	.032	.440	.560	.011
25-30	.037	.477	.523	.013
30-35	.042	.519	.481	.016
35-40	.045	.564	.436	.019
40-45	.049	.613	.387	.022
45-50	.052	.665	.335	.027
50-55	.053	.718	.282	.032
55-60	.050	.768	.232	.035
60-65	.050	.818	.182	.043
65-70	.051	.869	.131	.056
70-75	.053	.922	.078	.081
75-80	.044	.966	.034	.113
80-85	.034	1.000	0	.200

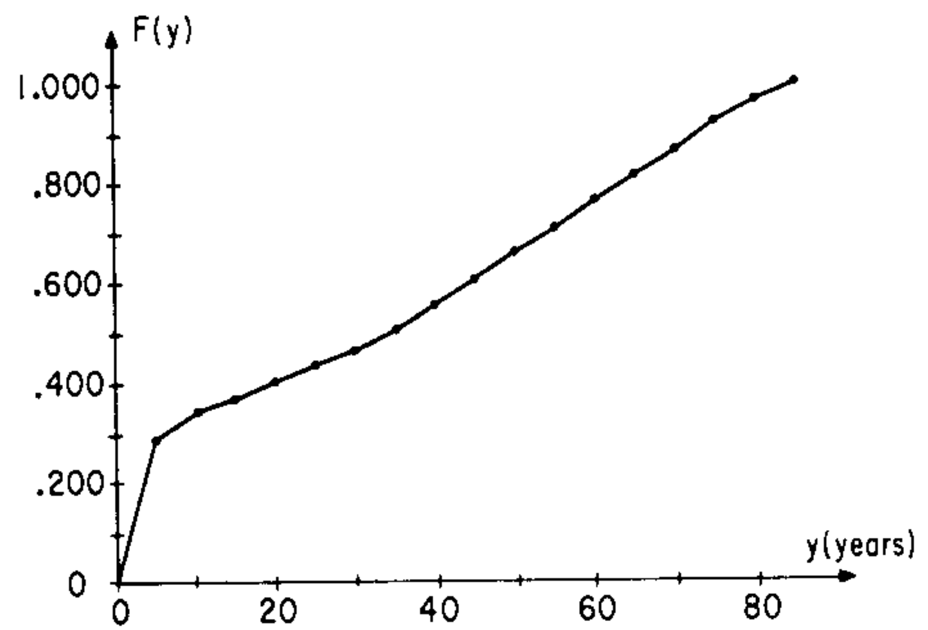
Tabulka délky života lidí (Halley, 1693)

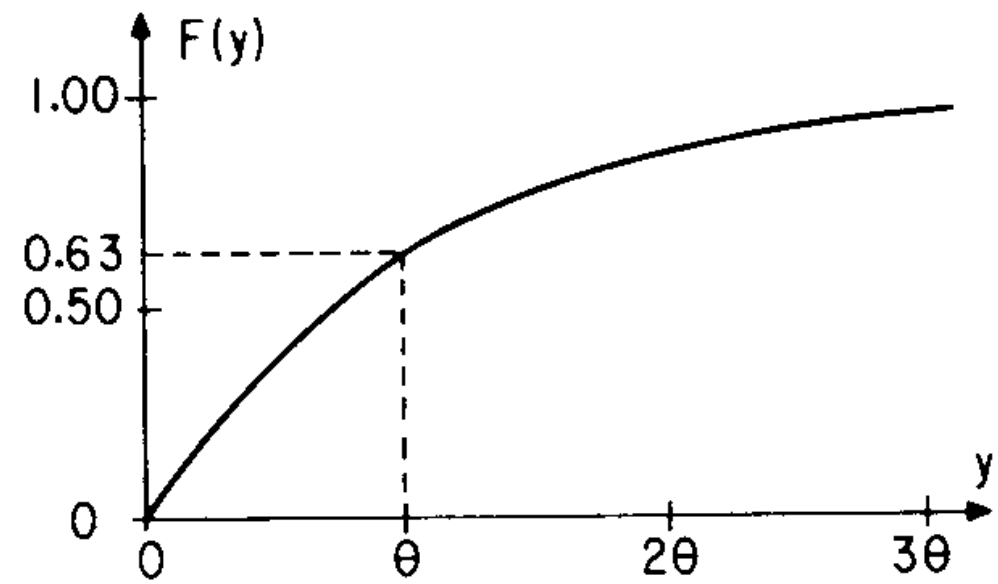
Edmont Halley
(1656 - 1742)

Charakteristiky doby života

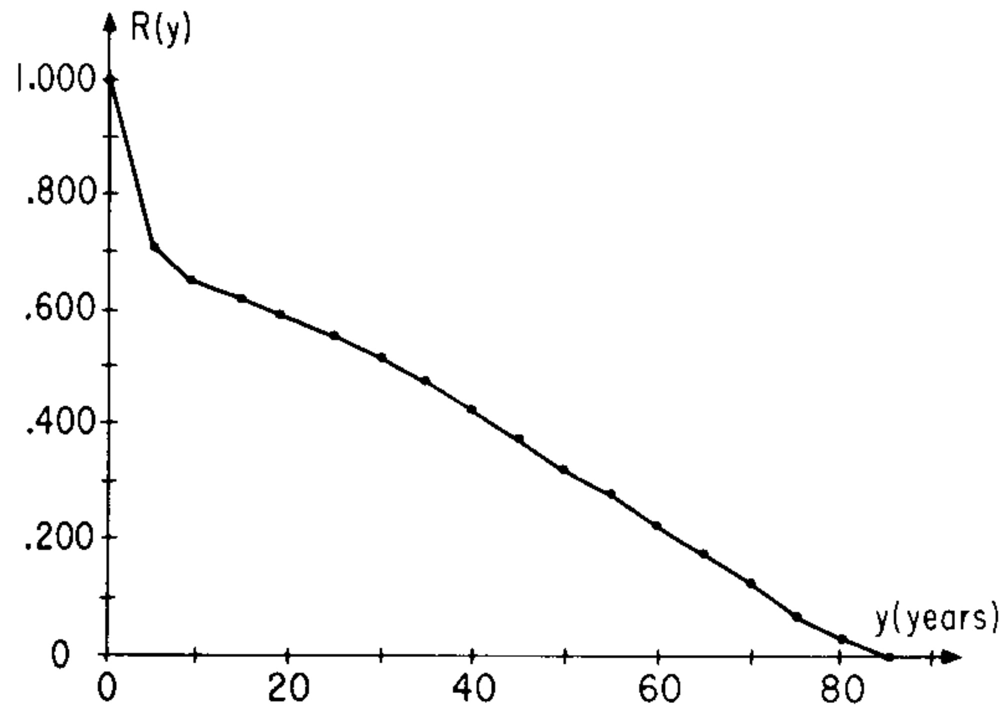


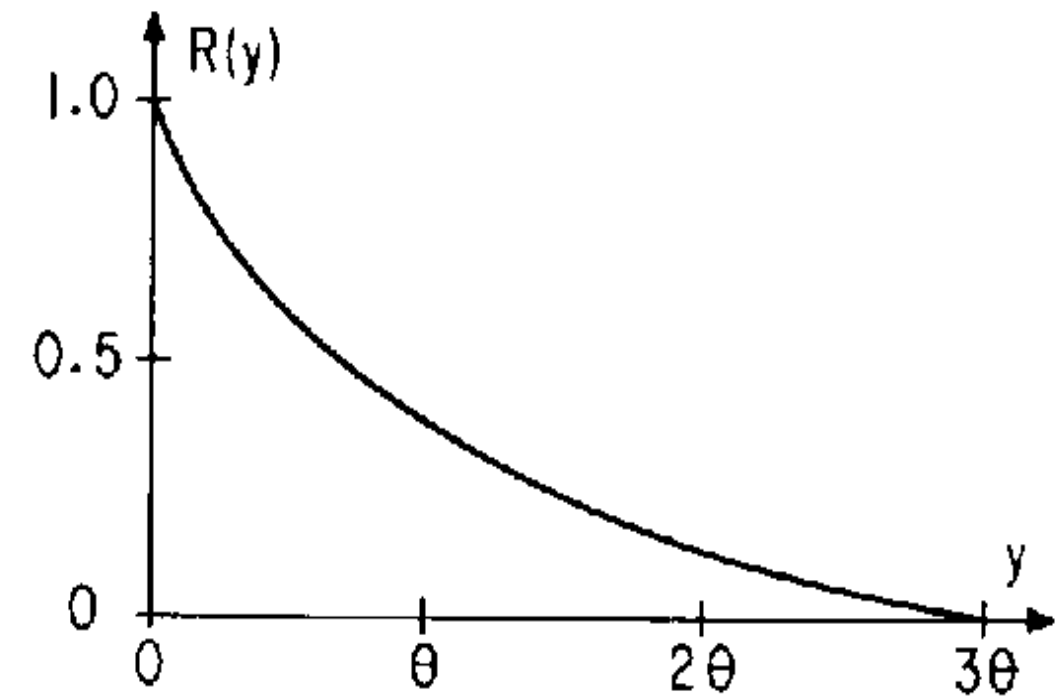


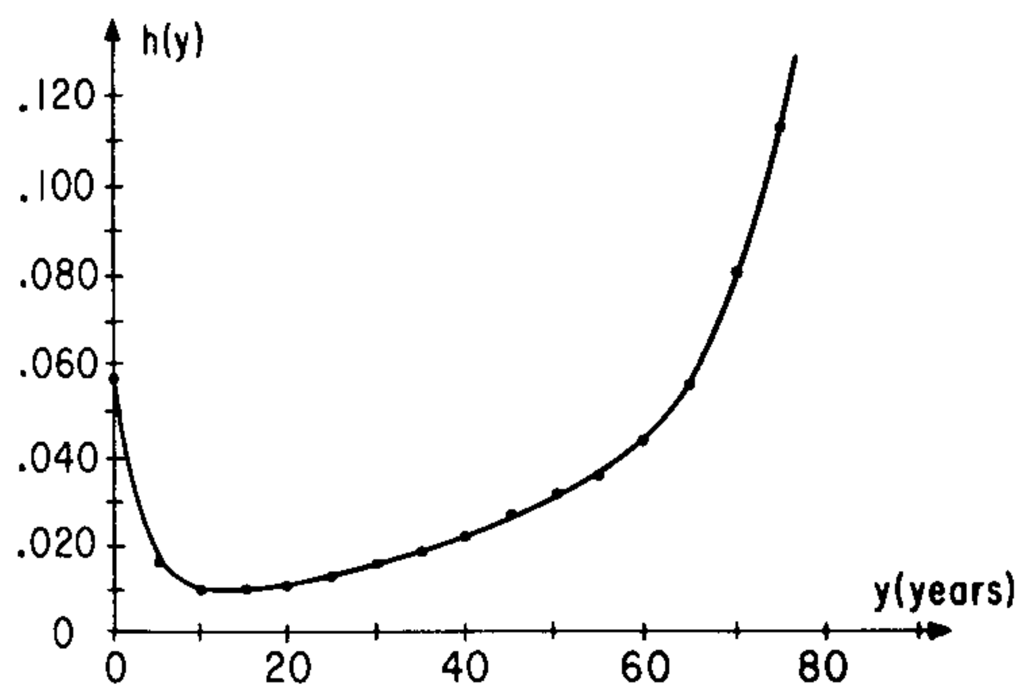


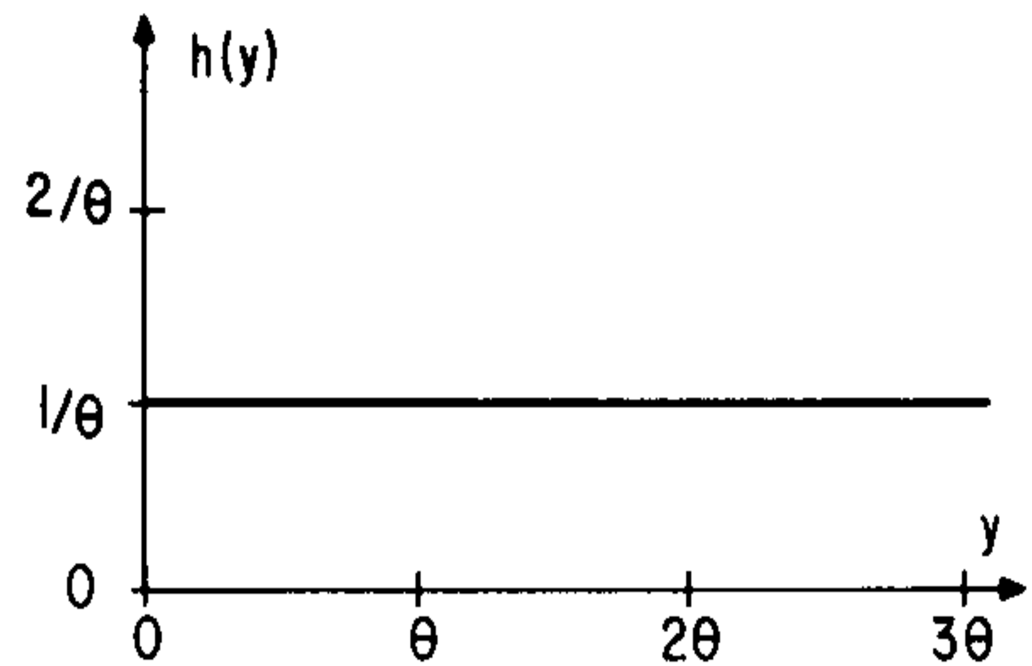


Charakteristiky doby života

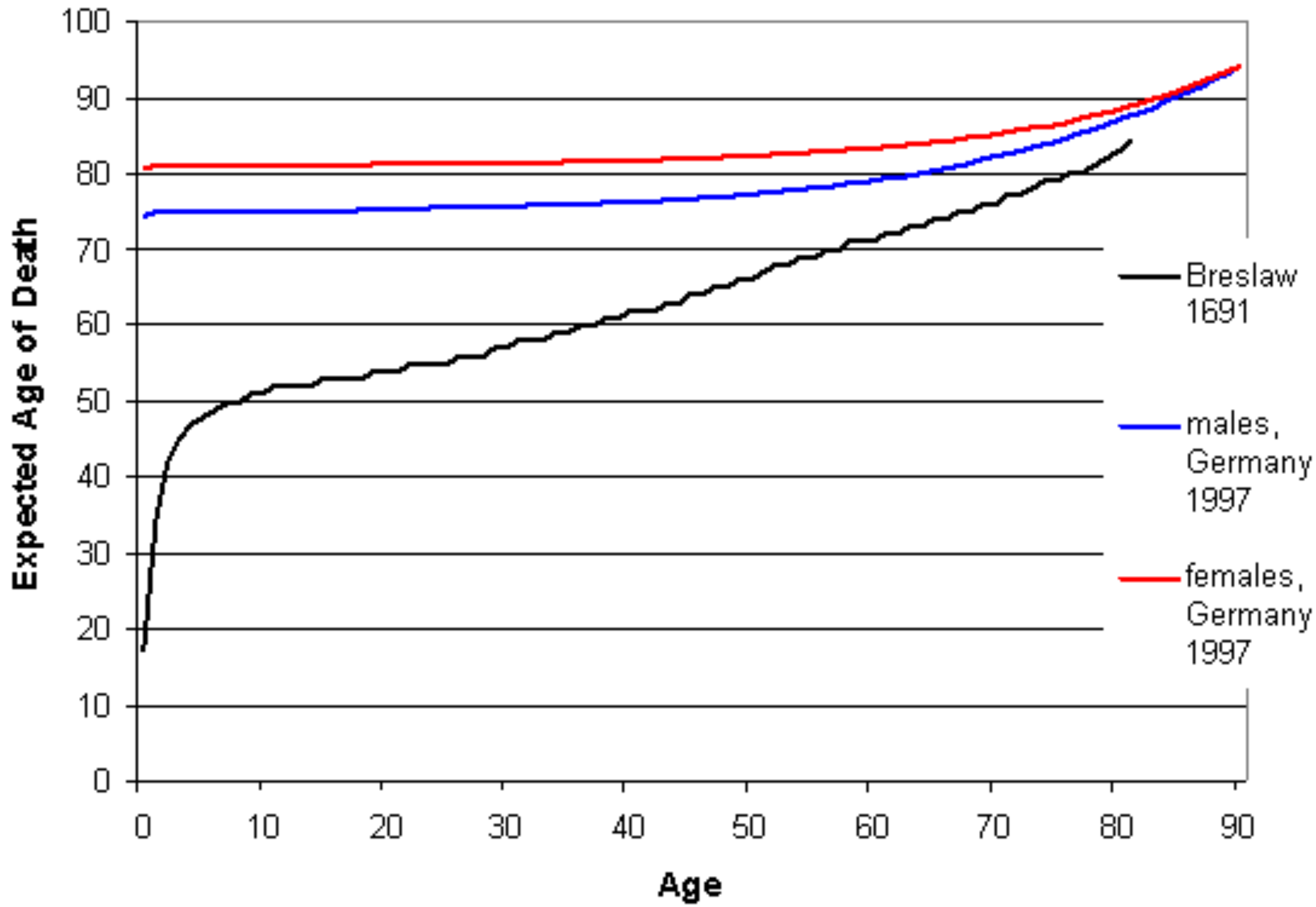








Charakteristiky doby života



Data from Edmond Halley's table p.600 and "Durchschnittliche Lebenserwartung im Alter x in Jahren (ex) Deutschland, nach Geschlecht, Sterbetafel 1997/99" made available by Statistisches Informationssystem GeroStat.

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

1. S jakou pravděpodobností se ventilátor porouchá během prvních 100 hodin?

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

1. S jakou pravděpodobností se ventilátor porouchá během prvních 100 hodin?

$$P(X \leq 100) = \int_0^{100} \frac{1}{28700} \exp\left(-\frac{x}{28700}\right) dx = 1 - e^{-\frac{100}{28700}} = 0{,}003478$$

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

1. S jakou pravděpodobností se ventilátor porouchá během prvních 100 hodin?

$$P(X \leq 100) = \int_0^{100} \frac{1}{28700} \exp(-\frac{x}{28700}) dx = 1 - e^{-\frac{100}{28700}} = 0{,}003478$$

2. Jaká je pravděpodobnost, že ventilátor vydrží bez poruchy záruční dobu 8.000 hodin?

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

1. S jakou pravděpodobností se ventilátor porouchá během prvních 100 hodin?

$$P(X \leq 100) = \int_0^{100} \frac{1}{28700} \exp\left(-\frac{x}{28700}\right) dx = 1 - e^{-\frac{100}{28700}} = 0{,}003478$$

2. Jaká je pravděpodobnost, že ventilátor vydrží bez poruchy záruční dobu 8.000 hodin?

$$P(X > 8000) = \int_{8000}^{\infty} \frac{1}{28700} \exp\left(-\frac{x}{28700}\right) dx = e^{-\frac{8000}{28700}} = 0{,}76$$

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

1. S jakou pravděpodobností se ventilátor porouchá během prvních 100 hodin?

$$P(X \le 100) = \int_0^{100} \frac{1}{28700} \exp(-\frac{x}{28700}) dx = 1 - e^{-\frac{100}{28700}} = 0{,}003478$$

2. Jaká je pravděpodobnost, že ventilátor vydrží bez poruchy záruční dobu 8.000 hodin?

$$P(X > 8000) = \int_{8000}^{\infty} \frac{1}{28700} \exp(-\frac{x}{28700}) dx = e^{-\frac{8000}{28700}} = 0{,}76$$

3. Jaká je intenzita poruchy?

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

1. S jakou pravděpodobností se ventilátor porouchá během prvních 100 hodin?

$$P(X \leq 100) = \int_0^{100} \frac{1}{28700} \exp(-\frac{x}{28700}) dx = 1 - e^{-\frac{100}{28700}} = 0{,}003478$$

2. Jaká je pravděpodobnost, že ventilátor vydrží bez poruchy záruční dobu 8.000 hodin?

$$P(X > 8000) = \int_{8000}^{\infty} \frac{1}{28700} \exp(-\frac{x}{28700}) dx = e^{-\frac{8000}{28700}} = 0{,}76$$

3. Jaká je intenzita poruchy?

Intenzita poruchy je potom λ=1/ θ=1/28.700=34,8 ppm.

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

1. S jakou pravděpodobností se ventilátor porouchá během prvních 100 hodin?

$$P(X \leq 100) = \int_0^{100} \frac{1}{28700} \exp(-\frac{x}{28700}) dx = 1 - e^{-\frac{100}{28700}} = 0{,}003478$$

2. Jaká je pravděpodobnost, že ventilátor vydrží bez poruchy záruční dobu 8.000 hodin?

$$P(X > 8000) = \int_{8000}^{\infty} \frac{1}{28700} \exp(-\frac{x}{28700}) dx = e^{-\frac{8000}{28700}} = 0{,}76$$

3. Jaká je intenzita poruchy?

Intenzita poruchy je potom λ=1/ θ=1/28.700=34,8 ppm.

$$P(X \leq 100) \cong \lambda.100 = 100.0{,}00003484 = 0{,}003484$$

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

4. Jaká je „typická“ délka života ventilátoru?

6. Do jaké doby se porouchá v průměru 90% všech ventilátorů?

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

4. Jaká je „typická“ délka života ventilátoru?

$$\text{median} = \tilde{x}_{0,5} = -28.700 \ln(1 - 0.5) = 19.900$$

6. Do jaké doby se porouchá v průměru 90% všech ventilátorů?

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

4. Jaká je „typická“ délka života ventilátoru?

$$\text{median} = \tilde{x}_{0,5} = -28.700 \ln(1-0.5) = 19.900$$

5. Jaká je střední doba života ventilátoru?

6. Do jaké doby se porouchá v průměru 90% všech ventilátorů?

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

4. Jaká je „typická“ délka života ventilátoru?

$$\text{median} = \tilde{x}_{0,5} = -28.700 \ln(1-0.5) = 19.900$$

5. Jaká je střední doba života ventilátoru?

$$E(X) = \theta = 28.700$$

6. Do jaké doby se porouchá v průměru 90% všech ventilátorů?

Charakteristiky doby života

Příklad: Životnost ventilátoru dieselového motoru můžeme popsat pomocí exponenciálního rozdělení se střední dobou θ = 28.700 hod.

4. Jaká je „typická“ délka života ventilátoru?

$$\text{median} = \tilde{x}_{0,5} = -28.700 \ln(1-0.5) = 19.900$$

5. Jaká je střední doba života ventilátoru?

$$E(X) = \theta = 28.700$$

6. Do jaké doby se porouchá v průměru 90% všech ventilátorů?

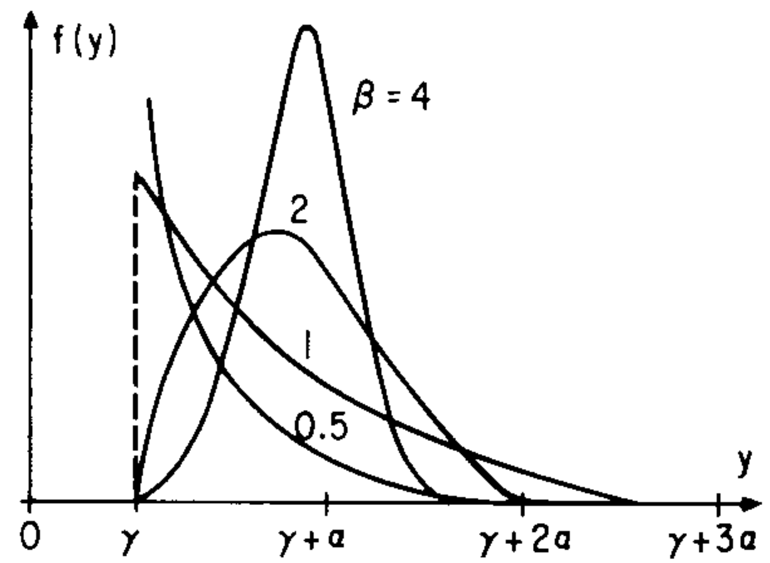
$$\tilde{x}_{0,9} = -28.700 \ln(1-0.9) = 66.084$$

Charakteristiky doby života

Posunutá rozdělení

Weibullovo rozdělení

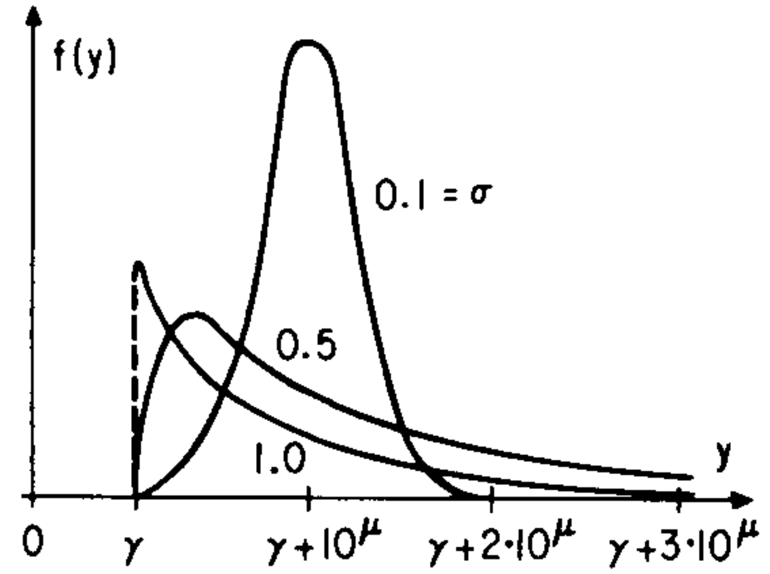
$$f(x) = \left(\frac{x-\gamma}{\alpha}\right)^{\beta-1} \frac{\beta}{\alpha} \exp\left(-\left[\frac{x-\gamma}{\alpha}\right]^{\beta}\right), \quad \gamma \le x$$



Logaritmicko-normální rozdělení

$$f(x) = \frac{1}{(x-\gamma)\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(x-\gamma)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right),$$

$\gamma \le x$

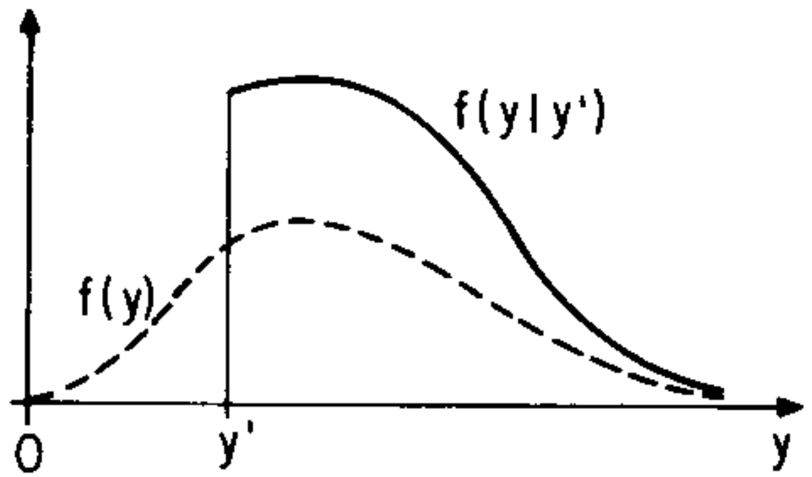


Charakteristiky doby života

Podmíněná rozdělení

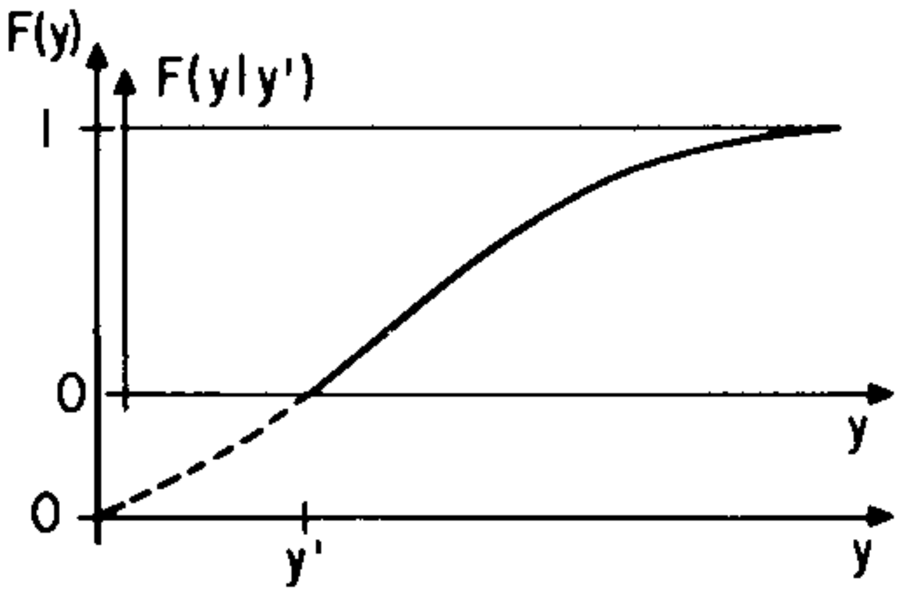
rozdělení délky života víme-li, že se zařízení dožilo doby y'

$$f(x \mid y') = \frac{f(x)}{R(y')}, \quad y' \le x$$



$$F(x \mid y') = \frac{F(x) - F(y')}{R(y')}, \quad y' \le x$$

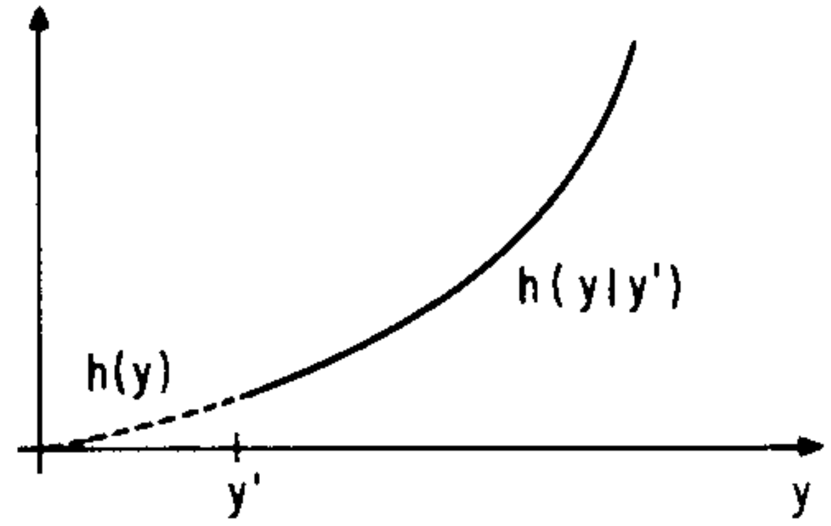
$$R(x \mid y') = \frac{R(x)}{R(y')}, \quad y' \le x$$



Charakteristiky doby života

$$h(x \mid y') = h(x), \quad y' \le x$$

$$E(X \mid y') = \frac{1}{R(y')} \int_{y'}^{\infty} x\, f(x) dx, \quad y' \le x$$



Zbývající doba života Z

$$G(z \mid y') = \frac{F(z + y') - F(y')}{R(y')}, \quad 0 \le z$$

$$g(z \mid y') = \frac{f(z + y')}{R(y')}, \quad 0 \le z \qquad h(z \mid y') = h(z + y'), \quad 0 \le z$$